

WIDENER LIBRARY
HX I5Q3 $






V. V. Duisberg Sculpsit.

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE MDCCV.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique, pour la même Année,

Tirez des Registres de cette Academie.



A AMSTERDAM,
Chez GERARD KUYPER, Marchand Libraire à côté de la Maison de Ville.

MDCCVII.

Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.

PRIVILEGIE.

DE Staten van Hollandt ende West-Vrieslandt, *Doen te weeten*, Alsoo Ons vertoont is by GERRIT KUYPER, Boekverkooper tot Amsteldam, hoe dat hy Suppliant besig was met groote koste en veele moeyte te drukken van seeker Boek, genaamt *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel, & Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirez des Regiſtres de cette Academie, commencée avec l'Année* 1699. met alle de volgende Deelen en Figuren, in soo veel Deelen, Taalen en Formate als de Suppliant sal goet vinden: Ende de Suppliant beducht zynde dat sommige baatsoekende menschen, soo ras het zelve Werk soude zyn in 't licht gebracht, aanstonts souden trachten naar te drukken, ofte te doen drukken, tot merkelyke schade van de Suppliant, Soo dan omme daar inne te weesen gesecureert, soo keerde zig den Suppliant tot Ons, versoekende ten eynde Wy aan hem gunstelyk geliefden te verleenen Ons Octroy omme het voorsz. Werk, genaamt *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel, & Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirez des Registres de cette Academie, commencée avec l'Année* 1699. met alle de volgende Deelen en Figuren, en in soo veel Deelen en Taalen, en in sulken Formaat, als by den Suppliant sonde goet gevonden werden, voor den tyd van Vyftien eerst achter een volgende Jaaren, alleen ende met uytsluytinge van alle anderen binnen dese Provintie te mogen drukken, doen drukken, ende verkopen; Ende op sodanige Pœne als Wy daar toe soude gelieven te statuëren; SOO IS 'T, dat Wy de zaake en 't versoek voorsz. overgemerkt hebbende, ende genegen wesende ter bede van den Suppliant, uyt Onse regte wetenschap, Souveraine magt ende authoriteyt, den selven Suppliant geconsenteert, geaccordeert ende geoctroyeert hebben; consenteren, accorderen ende octroyeren hem mits desen, dat hy gedurende den tyd van Vyftien eerst agter een volgende Jaaren, het voorsz. Boek, genaamt *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel, & Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirez des Registres de cette Academie, commencée avec l'Année* 1699. doen drukken, binnen den voorschreven Onsen Landen alleen sal mogen drukken, met alle de volgende Deelen en Figuren, en in soo veel Deelen en Taalen en Formaate als den Suppliant sal goed vinden, uytgeven ende

verkopen; Verbiedende daarom allen ende een yegelyken het selve Boek, in 't geheel, ofte ten deel naar te drukken, ofte elders naar gedrukt, binnen den selven Onse Lande te brengen, uyt te geven, ofte te verkopen, op de verbeurte van alle de naargedrukte, ingebragte, ofte verkogte Exemplaren, ende een boete van drie hondert guldens daar en-boven te verbeuren, te appliceeren een derde part voor den Officier, die de Calange doen sal, een derde part voor den Armen der plaatse daar het Casus voorvallen sal, ende het resteerende derde part voor den Suppliant. Alles in dien verstande, dat Wy den Suppliant met desen Onsen Octroye alleen willende gratificeeren, tot verhoedinge van syne schade, door het naardrukken van het voorschreve Boek, daar door in geenigen deele verstaan, den inhouden van dien te authoriseeren, ofte te advoueren, ende veel min het selve onder Onse Protectie ende bescherminge eenig meerder Credit, Aansien, ofte Reputatie te geven; nemaar den Suppliant, in cas daar inne iets onbehoorlyks zoude influeeren, alle het selve tot zynen laste sal gehouden wesen te verantwoorden; tot dien eynde wel expresselyk begeerende, dat by aldien hy desen Onsen Octroye voor het selve sal willen stellen, daar van geen geabrevieerde, ofte gecontraheerde mentie sal mogen maken, nemaar gehouden sal wesen het selve Octroy, in 't geheel, en sonder eenige Omissie daar voor te drukken, ofte te doen drukken, ende dat hy gehouden zal zyn een Exemplaar van het voorschreve Boek, gebonden en wel geconditioneert, te brengen in de Biblioteecq van Onse Universiteyt tot Leyden, ende daar van behoorlyk te doen blyken. Alles op pœne van het effect van dien te verliesen. Ende ten eynde den Suppliant desen Onsen Consente ende Octroye mogen genieten als naar behoren; Lasten Wy allen ende een yegelyken die 't aangaan mag, dat zy den Suppliant van den inhoude van desen, doen, laten ende gedogen, rustelyk, vredelyk ende volkomentlyk genieten ende gebruyken; cesserende alle belet ter contrarie. Gedaan in den Hage, onder Onsen grooten Zegele hier aan doen hangen, op den twee-en-twintigsten January, in 't Jaar Onses Heeren ende Zaligmakers seventien-hondert en ses.

A. HEINSIUS.

Ter Ordonnantie van de Staten

SIMON VAN BEAUMONT.

TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

ARITHMETIQUE.

ALGEBRE.

GEO-

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

MECHANIQUE.

TABLE
POUR LES
MEMOIRES

Nou-

Eta-



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE MDCCV.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique, pour la même Année,

Tirez des Registres de cette Academie.



A AMSTERDAM,
Chez GERARD KUYPER, Marchand Libraire à côté de la Maison de Ville.
MDCCVII.
Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.

PRIVILEGIE.

De Staten van Hollandt ende West-Vrieslandt, *Doen te weeten*, Alsoo Ons vertoont is by GERRIT KUYPER, Boekverkooper tot Amsteldam, hoe dat hy Suppliant besig was met groote koste en veele moeyte te drukken van seeker Boek, genaamt *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel, & Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirez des Registres de cette Academie, commencée avec l'Année* 1699. met alle de volgende Deelen en Figuren, in soo veel Deelen, Taalen en Formate als de Suppliant sal goet vinden: Ende de Suppliant beducht zynde dat sommige baatsoekende menschen, soo ras het zelve Werk soude zyn in 't licht gebracht, aanstonts souden trachten naar te drukken, ofte te doen drukken, tot merkelyke schade van de Suppliant, Soo dan omme daar inne te weesen gesecureert, soo keerde zig den Suppliant tot Ons, versoekende ten eynde Wy aan hem gunstelyk geliefden te verleenen Ons Octroy omme het voorsz. Werk, genaamt *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel, & Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirez des Registres de cette Academie, commencée avec l'Année* 1699. met alle de volgende Deelen en Figuren, en in soo veel Deelen en Taalen, en in sulken Formaat, als by den Suppliant soude goet gevonden werden, voor den tyd van Vyftien eerst achter een volgende Jaaren, alleen ende met uytsluytinge van alle anderen binnen dese Provintie te mogen drukken, doen drukken, ende verkopen; Ende op sodanige Pœne als Wy daar toe soude gelieven te statuëren; SOO IS 'T, dat Wy de zaake en 't versoek voorsz. overgemerkt hebbende, ende genegen wesende ter bede van den Suppliant, uyt Onse regte wetenschap, Souveraine magt ende authoriteyt, den selven Suppliant geconsenteert, geaccordeert ende geoctroyeert hebben; consenteren, accorderen ende octroyeren hem mits desen, dat hy gedurende den tyd van Vyftien eerst agter een volgende Jaaren, het voorsz. Boek, genaamt *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel, & Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirez des Registres de cette Academie, commencée avec l'Année* 1699. doen drukken, binnen den voorschreven Onsen Landen alleen sal mogen drukken, met alle de volgende Deelen en Figuren, en in soo veel Deelen en Taalen en Formaate als den Suppliant sal goed vinden, uytgeven ende

encore être d'aucun usage. La colonne de Mercure ne faisant équilibre que par sa hauteur avec l'Atmosphere, & cette hauteur ne pouvant être prise que selon une ligne verticale, dès que le Barometre est incliné, la hauteur de la colonne de Mercure diminue, l'équilibre est rompu, & il ne peut se rétablir, à moins que le poids de l'Atmosphere, alors superieur, pressant la colonne de Mercure ne la repousse en enhaut, & ne l'allonge jusqu'à ce qu'elle ait la même hauteur verticale qu'auparavant. Mais comme un Pendule tiré de son point de repos, & remis en liberté d'y retourner, y passe & y repasse un grand nombre de fois avant que de s'y arrêter entierement, de même, & par la même raison, la colonne de Mercure repoussée en enhaut avec impetuosité par le poids de l'Atmosphere, ne se remet à la hauteur necessaire pour l'équilibre qu'après avoir monté bien des fois au dessus, & être redescendue autant de fois au dessous, en un mot après plusieurs vibrations, qui sont d'autant plus grandes & plus sensibles que le Mercure est un corps plus pesant, & plus capable de conserver longtemps un mouvement qu'il a reçû. Or un Vaisseau sur Mer étant dans un balancement continuel, lors même qu'il est le moins agité, il est clair qu'un Barometre n'y peut jamais avoir le repos necessaire pour ses fonctions.

C'est-là ce qui a obligé M. *Amontons* à chercher la construction d'un Barometre, qui ne fût point sujet à cet inconvenient, & qui pût servir sur Mer. Il en a imaginé un fort simple. Ce n'est qu'un tuyau recourbé, dont une branche est fort longue par rapport à l'autre, qui se termine en une assez grosse boule. La longue bran-

branche, toûjours ouverte par le haut, est pleine en partie de quelque liqueur, qui ne va de l'autre côté que jusqu'à l'entrée de la boule, où il n'y a que de l'air enfermé. Si l'air exterieur est plus pesant que celui de la boule, la liqueur baisse dans la longue branche, si c'est le contraire, elle hausse. Comme ce Barometre n'agit que par la difference de l'air exterieur, & de celui de la boule, & non par la hauteur d'une colonne, il est clair que les causes, qui rendent inutile le Barometre commun, dès qu'il a le moindre mouvement, n'ont point ici de lieu.

Tout l'inconvenient de ce Barometre de Mer, c'est qu'il est Thermometre aussi-bien que Barometre ; car & la liqueur & l'air de la boule se rarefieront ou se condenseront par l'augmentation ou la diminution de la chaleur. Mais M. *Amontons* a trouvé le remede à ce mal. Il ne se contente pas de faire la longue branche d'un fort petit diamêtre, desorte que la liqueur n'y soit qu'en très-petite quantité, ni de choisir une liqueur très-peu capable de rarefaction, comme de l'Eau seconde, ou de l'Huile de tartre, tout cela ne feroit que diminuer l'erreur, il fait une double graduation à l'instrument, l'une en tant qu'il est Barometre, l'autre en tant qu'il est Thermometre. La premiere est mobile, & la seconde, fixe. Il connoît par le moyen d'un de ses Thermometres nouveaux à quel degré doit être la liqueur de l'Instrument entant que Thermometre, il amene sur ce degré le milieu de la graduation qu'il doit avoir comme Barometre, & la difference qui se trouve entre le degré où il devroit être comme Thermometre & celui où il est effectivement,

lui apartient entierement en qualité de Barometre. M. *Amontons* a observé pendant un assez long-temps, qu'avec cette double graduation, son Barometre de Mer étoit aussi juste que son Barometre rectifié * qui n'est que Barometre.

Tout le jeu du Barometre simple ordinaire n'a que 2 pouces d'étendue, la colonne de Mercure est de 26 pouces 4 lignes dans sa moindre hauteur, & de 28 pouces 4 lignes dans la plus grande. Par conséquent il suffit que la liqueur contenue dans la longue branche du Barometre de Mer égale en pesanteur ces deux pouces de Mercure, & son mouvement qui doit représenter celui du Mercure dans l'espace de deux pouces, aura d'autant plus d'étendue qu'elle sera plus legere par rapport au Mercure. Ainsi si elle est 14 fois plus legere que ce Mineral, son mouvement aura 28 pouces d'étendue. Il faut encore ajoûter pour cela que la capacité de la longue branche soit extrémement petite par rapport à celle de la boule. Car quand l'augmentation du poids de l'Atmosphére, par exemple, fait bailler la liqueur dans la longue branche, elle passe necessairement dans la boule, & diminue le volume de l'air qui y est enfermé. Elle ne peut diminuer ce volume sans en augmenter le ressort, & cet air ayant acquis par-là plus de force, ne permet pas à la liqueur de la longue branche de descendre autant qu'elle l'auroit dû par la seule pesanteur de l'air exterieur. Mais si la boule est si grosse par rapport au peu de capacité de la longue branche, que la quantité de liqueur qui passe de la branche dans la boule ne cause qu'une di-

* Voyez l'Hist. de 1704. pag. 1.

diminution insensible au volume de l'air de la boule, alors on peut compter que le mouvement de la liqueur supposée 14 fois plus legere que le *Mercure*, parcourra les 28 pouces dans toute leur étendue. Si cette hauteur de 28 pouces est incommode dans l'usage, & qu'on veuille accourcir l'Instrument, il n'y a qu'à prendre une liqueur plus pesante, ou un tube dont la longue branche ait plus de capacité par rapport à celle de la boule.

SUR LA
DILATATION
DES VAISSEAUX PAR LA CHALEUR.

* IL a été dit dans l'Histoire de 1704. † que quand on échauffe avec la main la boule d'un Thermometre, la liqueur qui devroit monter aussi-tôt dans le tuyau, ne monte qu'après avoir un peu baissé. Cette descente si contraire à ce qu'on auroit dû attendre de la chaleur étoit rapportée par M. *Amontons* à la dilatation de la boule, dont la chaleur augmente la capacité, avant qu'elle ait pû agir sur la liqueur même, d'où il suit necessairement que cette liqueur doit baisser quelques instants avant que de monter.

M. *Geofroy* donnoit une autre raison d'un semblable fait. ‡ Il prétendoit qu'à la premiere ap-

* Voyez les Memoires, p. 100. † Pag. 14.
‡ Voyez l'Hist. de 1700. pag. 67. & 68.

approche de la chaleur, les liqueurs commencent par se condenser, & ensuite se dilatent, & en imaginoit même quelque raison Physique, qui avoit sa vraisemblance.

Pour démêler la veritable raison, M. *Amontons* jugea qu'il faloit faire l'experience avec deux liqueurs inégalement susceptibles de rarefaction, telles que l'Esprit de vin & l'Eau seconde. La rarefaction & la condensation n'étant que la même chose prise en differents degrez, l'Esprit de vin qui se rarefie plus aisément que l'Eau seconde, se condensera plus aisément aussi, & si la condensation des liqueurs à la premiere approche de la chaleur cause leur descente dans le tuyau du Thermometre, lorsque la boule est échauffée, l'Esprit de vin descendra plus vîte & plus bas que l'Eau seconde. Au contraire, si la dilatation de la boule cause cette descente, l'Esprit de vin baissera moins que l'Eau seconde, parcequ'il recevra plus vîte l'impression de la chaleur, & que la grandeur & la promptitude de sa rarefaction repareront & surmonteront l'effet de la dilatation de la boule. Il pourra même arriver qu'il ne baissera point du tout, parce que cet effet de la dilatation de la boule sera reparé dans le même instant par la rarefaction de l'Esprit de vin.

L'experience décida pour M. *Amontons*. On la tourna même encore autrement pour plus d'assurance, la descente des liqueurs, & la vîtesse de la descente furent toûjours telles que les demandoit le Systême de la dilatation des Vaisseaux, & M. *Geofroy*, qui ne cherchoit que la Verité, se rendit sans peine.

SUR

SUR L'AIMAN

ET SUR L'AIGUILLE AIMANTÉE.

* L'Aiman est une source inépuisable de Phenomenes surprenans & singuliers, qui attireroient la curiosité de ceux même, qui ont le moins d'attention à observer la Nature; mais de plus ces Phenomenes sont devenus importants par le rapport qu'ils peuvent avoir à la Boussole, & à la Navigation. L'estime du chemin d'un Vaisseau se regle sur la déclinaison de l'Aiguille aimantée, & si dans un même lieu & dans un même temps, cette déclinaison peut être differente par des causes particulieres, on sera exposé à tomber dans des erreurs dangereuses. C'est par cette raison que M. *de la Hire* le fils a examiné si une même Aiguille, ou plûtôt deux Aiguilles parfaitement semblables, pouvoient avoir differentes déclinaisons pour avoir été touchées par differents Aimans. Heureusement il a trouvé que non, & c'est une cause d'erreur que l'on a de moins à craindre; mais il a trouvé aussi que la differente fabrique des Aiguilles, ou leur differente figure, pouvoit mettre quelque varieté dans leur déclinaison.

Ce resultat des expériences paroît assez conforme au Systême qu'on s'est fait de l'Aiman, sur les vûes que M. *Descartes* a données. La matiere qui passe au travers de chaque Aiman, &

* Voyez les Memoires, pag. 128.

& qui entrant & sortant par ses Poles, & rentrant d'où elle est sortie, forme un Tourbillon alentour, a la même direction de mouvement que celle qui forme un Tourbillon général autour de la Terre, le premier de tous les Aimans, & par conséquent elle a la même direction en differents Aimans, soit forts, soit foibles; car leur force ou leur foiblesse ne vient que d'une plus grande ou moindre quantité de cette matiere magnetique, & la direction du mouvement ne change pas selon cette quantité. Mais il est clair qu'elle peut changer selon que les differentes parties d'une Aiguille de fer dans laquelle la matiere magnetique s'ouvre un passage, seront differemment disposées à la recevoir, ou, ce qui est la même chose, heterogenes, ou même selon que l'Aiguille sera d'une figure capable de modifier differemment en ses differentes parties le cours de la matiere magnetique. On verra sur cela dans le Memoire de M. *de la Hire* le fils ses experiences, & des détails de pratique assez délicats.

On reconnoît pour Aiman toute matiere ou masse, autour de laquelle la matiere magnetique forme naturellement un Tourbillon, & l'on découvre sensiblement ce Tourbillon par ses deux Poles qui ont des vertus & des effets contraires. Si une masse revêtue d'un semblable Tourbillon attire par un certain bout une Aiguille de fer, elle la repoussera par le bout opposé. Tout Tourbillon, dès qu'il existe, a nécessairement ces deux effets contraires; mais il peut d'ailleurs être si foible qu'il ne soûtiendra pas le plus petit morceau de fer ou de limaille, attaché à la masse qu'il envelope. Ainsi le caractere essentiel, & la marque sûre d'un Ai-

Aiman, ce sont les deux Poles, supposé qu'il les ait par lui-même. Une Aiguille aimantée n'est pas un Aiman, quoiqu'elle aït deux Poles : car elle ne les a que parce qu'elle a été aimantée ou touchée d'une Pierre d'aiman. Mais on a observé, il y a déja du temps, que ce que le fer n'est pas par lui-même, la rouille de fer l'étoit quelquefois, je veux dire, un veritable Aiman. M. *de la Hire* le pere ayant enfermé dans une Pierre qu'il laissa à l'air, des fils placez dans le plan du Meridien, de maniere qu'ils faisoïent avec l'horison de ce pays-ci le même angle que la matiere magnetique qui circule autour de la Terre, a trouvé au bout de dix ans, que ces fils, qu'il avoit pris assez déliez, étoient entierement changez en rouille, & en même temps étoïent devenus des aimans veritables. Il en avoit aimanté quelques-uns, avant que de les enfermer dans la pierre, & ceux-là n'acquirent pas une plus forte vertu d'Aiman que les autres, tant le passage seul de la matiere magnetique du Tourbillon de la Terre dans ces fils bien disposez à la recevoir selon sa direction, eut de force pour les aimanter.

Du fer entiérement rouillé étant friable, & propre à se mettre en poussiere, au lieu qu'il étoit auparavant mou, & malleable, il doit être devenu par-là plus semblable à une Pierre, & par conséquent à un Aiman, dont il tient toûjours beaucoup par la configuration de ses pores. Aussi Mrs. *de la Hire* croyent-ils qu'une Pierre ferrugineuse, ou de la Mine de fer est presque toûjours un Aiman, quoique souvent assez foible.

Nous avons parlé dans l'Histoire de 1701.* du

* Pag. 12. & suiv.

du Syſtême de M. *Halley* ſur la déclinaiſon de l'Aiman, & de cette Courbe qui ſelon ſes obſervations étant exempte de déclinaiſon, embraſſe le Globe de la Terre, & qui eſt le terme d'où l'on doit compter toutes les déclinaiſons Orientales & Occidentales. Mrs. *de la Hire* ont repréſenté le Globe terreſtre par une Pierre d'Aiman qu'ils ont entre les mains, mediocrement bonne, qui peſe 100. livres, & a près d'un pied de diamêtre. Ils l'ont arrondie, & après avoir trouvé ſes Poles, ils ont tracé ſur ſa ſurface un Equateur & des Meridiens. Une Aiguille de Bouſſole placée ſur ces differents Meridiens, a tantôt une déclinaiſon vers l'Eſt, tantôt vers l'Oueſt, & tantôt elle n'en a point; ce qui eſt tout-à-fait conforme au Syſtême de M. *Halley*, & en donne une image ſenſible.

Il eſt plus que vraiſemblable que la variation & l'inégalité des déclinaiſons ſur l'Aiman de Mrs. *de la Hire*, viennent de ce que les parties veritablement magnetiques de cette Pierre ſont mêlées avec d'autres parties heterogenes, irrégulierement ſemées & répandues. Il en va de même de la Terre qui eſt un Aiman encore plus mêlé. Mais il ſe fait dans la Terre des générations nouvelles, & non pas dans la Pierre d'Aiman, & de-là vient que les déclinaiſons qui ſeront toûjours les mêmes aux mêmes endroits de cette Pierre, ſont changeantes ſur le Globe terreſtre.

La lenteur des générations qui ſe font dans le ſein de la Terre, & celle des changements de déclinaiſon qui ne ſont guére que de 12 minutes par an dans un même lieu, conviennent aſſez enſemble; mais il paroît que quand quelqu'une de ces générations, qui dans le temps qu'el-

qu'elle se formoit & se perfectionnoit, détournoit toûjours de plus en plus l'Aiguille du Nort vers l'Oüest, par exemple, est enfin parvenue à sa derniere perfection, l'Aiguille devroit être quelque temps *stationnaire* & arrêtée au même point de déclinaison parcequ'il n'est guére vraisemblable qu'il se fasse aussitôt dans la Terre une autre génération, qui donne à l'Aiguille un mouvement contraire, & la rappelle de l'Oüest au Nort, & de-là à l'Est, cependant on ne voit pas que l'Aiguille ait de ces sortes de stations; mais il est vrai aussi qu'il n'y a pas beaucoup plus de 100 ans que l'on observe les déclinaisons, & dans un temps si court par rapport à la lenteur de ce mouvement, on n'a pas encore des observations en assez grand nombre. C'est pour cela que Mrs. *de la Hire* apportent tant de soin à celles qu'ils font depuis plus de 20 ans à l'Observatoire, & en tiennent un Registre si exact. Il peut arriver que sur ces sortes de matieres le temps donne le Systême, en donnant une quantité de Phenomenes suffisante.

Comme l'Academie a trouvé l'idée de M. *Halley* sur les variations de l'Aiman très-belle & digne d'être suivie avec beaucoup d'attention, les occasions que l'on a eues de l'examiner, & de la verifier n'ont pas été negligées. * M. *Cassini* le fils ayant entre les mains des observations sur la déclinaison faites par M. *de May* Missionnaire pendant le voyage qu'il a fait à la *Chine* en 1703. avec le Légat du Pape, & les ayant rapportées sur la Carte générale des déclinaisons dressée par M. *Halley* pour l'année 1700,

* Voyez les Memoires, pag. 9. & 107.

1700, il a trouvé tant de conformité ou de si légeres differences que le Systême du savant *Anglois* en est extrémement confirmé.

Il y a plus. Supposé que par d'autres observations ce Systême continuât à être aussi heureux, & aussi juste, M. *Cassini* le fils lui donne un usage, auquel on ne sait si M. *Halley* a pensé. C'est la détermination des Longitudes, du moins en quelques endroits du Globe terrestre, où les Cercles de déclinaison de M. *Halley* different peu des Meridiens; car les déclinaisons étant posées sur tout le Globe, on sauroit en ces lieux-là par la déclinaison que l'on trouveroit, sous quel Meridien on seroit arrivé. Il est vrai que les déclinaisons changent toûjours; mais on commence à savoir, & on saura un jour encore mieux, quel changement répond à chaque année. Enfin il paroît que nous sommes à cet égard sur de bonnes voyes; mais il n'y a point de chemin qui se puisse faire qu'en un certain temps.

SUR LA
RAREFACTION
ET LA CONDENSATION DE L'AIR.

* LA Rarefaction, ou, ce qui est la même chose prise à contresens, la Condensation de l'Air, a assez occupé l'Academie pendant

* Voyez les Memoires, pag. 78. 144. 155. 288. 359.

dant cette année. Quoique cette matiere soit une de celles où la Philosophie moderne a le plus réussi, quoiqu'elle ait été tournée en mille façons par un grand nombre d'Experiences, on va voir qu'elle n'est pas encore bien parfaitement connue, & qu'il nous reste beaucoup à desirer pour le Système.

Feu M. *Mariotte* a établi par expérience que les differentes condensations de l'Air suivoient la proportion des poids dont il étoit chargé. En supposant d'ailleurs que le Mercure au bord de la Mer se tienne dans le Barometre à 28 pouces, qui égalent par conséquent le poids de toute l'Atmosphére, & qu'au niveau de la Mer 60 pieds d'air en hauteur fassent équilibre avec une ligne de Mercure, de sorte que le Barometre porté à 60 pieds au dessus de la Mer descendroit d'une ligne, il est très-aisé de trouver, par le principe de M. *Mariotte*, quelle hauteur d'air répondroit à une seconde ligne de Mercure; car comme 28 pouces de Mercure moins une ligne sont à 28 pouces, ainsi une hauteur de 60 pieds d'air sera à un quatriéme terme, qui est la hauteur d'air correspondante à la seconde ligne de Mercure. On trouvera de même toutes les autres hauteurs d'air correspondantes à chaque ligne, & toujours plus grandes, puisqu'elles sont chargées d'un moindre poids de l'Atmosphére. Elles seront necessairement une progression géometrique, & il ne faut qu'avoir la somme de cette progression pour déterminer la hauteur de toute l'Atmosphére. Par conséquent une certaine partie de cette somme donnera la hauteur d'une Montagne, au sommet de laquelle le Barometre sera descendu d'une certaine quantité.

M. *Mariotte*, apparemment pour la facilité du calcul, changea sa progression géometrique en arithmetique, & prétendit que ce changement ne produisoit pas d'erreur considerable. Il appliqua sa nouvelle progression à deux observations de hauteurs de Montagnes, faites par le Barometre, & trouva que son calcul en approchoit assez.

Mais Mrs. *Cassini* & *Maraldi* ayant mesuré par le Barometre la hauteur de plusieurs Montagues, ainsi qu'il a été dit dans l'Hist. de 1703,* ils reconnurent que ni le principe de M. *Mariotte*, ou la progression géometrique qui s'en ensuit, ni la progression arithmetique qu'il y substitue, ne répondoient assez juste à leurs observations, & qu'elles s'en écartoient d'autant plus que les hauteurs des Montagnes étoient plus grandes. M. *Cassini* le fils prit la peine de dresser une Table de toutes les hauteurs d'air telles que les donne la progression géometrique de M. *Mariotte* depuis le niveau de la Mer, jusqu'à une hauteur où le Barometre baisseroit de 7 pouces. Ces hauteurs se trouvent toûjours moindres que celles que donne la progression arithmetique, & celles-ci moindres encore que celles qui ont été observées. Ce fut par cette raison que Mrs. *Cassini* & *Maraldi* établirent une nouvelle progression arithmetique, qui s'accorde beaucoup mieux avec les observations. Elle a été rapportée dans l'endroit ci-dessus cité de l'Histoire de 1703.

Puisque les hauteurs des Montagnes telles qu'on les trouve par la progression géometrique de M. *Mariotte* sont toûjours beaucoup trop petites, il s'ensuit que cette progression donne aussi les rarefactions de l'Air à differen-

* Pag. 13. & suiv.

tes

tes hauteurs plus petites qu'elles ne doivent être; car ce n'est que de ces rarefactions que l'on conclut les hauteurs, & parconséquent la rarefaction de l'Air à ces differentes hauteurs est réellement plus grande, ou, ce qui revient au même, sa condensation est plus petite, que si elle suivoit, selon M. *Mariotte*, la proportion des poids.

Nous avions déja dit dans l'Histoire de 1702 * que la regle de M. *Mariotte* ne pouvoit être vraye sans restriction, & qu'elle devoit se renfermer dans les rarefactions ou condensations moyennes. En effet M. *de la Hire* ayant voulu autrefois la verifier par expérience, & d'une maniere très-simple, prit un Ressort qu'il allongeoit par differents poids, & il en trouva toûjours les extensions proportionnelles à ces poids, tant qu'elles n'étoient que moyennes. Cela s'applique de soi-même à l'Air qui est une matiere à ressort. Enfin il est visible par le raisonnement, que la proportion des poids ne peut subsister que dans les extensions ou condensations moyennes, car un corps comprimé & réduit, par exemple, à la moitié de sa premiere hauteur par un certain poids, seroit donc réduit à une hauteur nulle ou à rien par un poids double, & à moins que rien par un plus grand poids, ce qui est entierement absurde.

Cependant il faut avouer qu'en faisant d'autres Expériences que celles dont nous avons parlé jusqu'ici, la proposition de M. *Mariotte* se trouve vraye, même dans de très-grandes rarefactions de l'Air. On prend un tuyau plus long que 28 pouces, que l'on ne remplit pas entierement de Mercure, & où il reste par conséquent une certaine quantité d'air. On le renverse

* Pag. 2.

verse ensuite à la maniere ordinaire dans un vase plein de Mercure, & aussi-tôt l'air qu'on a laissé dans le tuyau gagne le haut. Le Mercure de ce tuyau ne peut pas se tenir suspendu à la hauteur de 28 pouces, parce qu'il n'est pas seul à soûtenir le poids de l'Atmosphére, & qu'il est aidé par l'air enfermé avec lui. Il descend donc plus bas que les 28 pouces, & l'Air qui doit occuper l'espace abandonné par le Mercure se dilate necessairement, & perd en même temps quelque chose de sa force de ressort, de maniere que le ressort affoibli de cet Air, & la hauteur à laquelle le Mercure est demeuré suspendu, par exemple, 26 pouces, font ensemble équilibre à tout le poids de l'Atmosphére, égal à 28 pouces de Mercure, ou, ce qui revient au même, l'Air dilaté dans le tuyau est alors chargé d'un poids égal à 2 pouces de Mercure, au lieu que ce même Air, tel qu'on l'avoit d'abord enfermé dans le tuyau, étoit dans l'état de condensation où l'avoit mis le poids de toute l'Atmosphére qu'il soûtenoit. Or la longueur du tuyau, la quantité d'air qu'on y a laissée, le nouvel espace qu'occupe cet air après le renversement, & la hauteur où se tient le Mercure étant des choses connues, il est aisé de voir si les deux espaces qu'occupe l'Air avant & après le renversement sont proportionnels aux differents poids dont il est chargé. M. *Mariotte* avoit trouvé dans cette expérience la proportion assez juste, & c'est sur quoi il avoit fondé sa regle générale.

Comme il y avoit quelque lieu de la revoquer en doute, M. *Cassini* le fils recommença des expériences pareilles à celles de M. *Mariotte*, & le succès en fut toûjours conforme à son

prin-

principe. Il eſt vrai qu'il ſembloit quelquefois ne l'être pas, & l'on trouvoit l'air plus ou moins dilaté qu'il ne faloit ; mais on doit obſerver qu'il eſt très-difficile & peut-être impoſſible d'avoir des tuyaux dont le diamêtre interieur ſoit par tout exactement égal. S'il eſt plus grand au haut du tuyau, c'eſt-à-dire dans l'eſpace qu'occupe l'air après le renverſement, l'Air paroît moins dilaté qu'il ne l'eſt en effet, c'eſt le contraire ſi le diamêtre du tuyau eſt plus petit. M. *Caſſini* le fils meſuroit donc exactement par des quantitez égales de Mercure qu'il verſoit les unes après les autres dans un tuyau, les differentes capacitez qu'il pouvoit avoir en differentes parties de ſa longueur, & cela étant connu, il voyoit que les obſervations ſe raprochoient aſſez du principe de M. *Mariotte* pour devoir le confirmer. On ne compte pas de legeres differences qui pouvoient reſter encore, ou même venir d'ailleurs, elles ſont inévitables dans toute operation.

Il eſt viſible par ce qui a été dit, que plus un tuyau excede la longueur de 28 pouces, & en même temps moins on y laiſſe d'air avant le renverſement, plus cet air après le renverſement doit être dilaté. Il eſt difficile d'avoir de fort longs tuyaux, & ceux de M. *Caſſini* le fils n'avoient guere que 44 pouces. M. *Amontons* pour faire l'expérience plus en grand s'aviſa de faire faire un tuyau dont un bout ſe terminoit en une très-groſſe Olive de la figure d'un cervelas. Ce bout étoit celui d'enhaut après le renverſement, deſorte que l'air qui y montoit ſe dilatoit beaucoup dans un ſi grand eſpace, & telle étoit la capacité de cette Olive que quant à cette dilatation de l'air elle valoit un tuyau qui

qui eût eu 475 pouces de long & un diamêtre égal à celui d'un tuyau ordinaire long de 46 pouces qu'avoit M. *Amontons*. Le tuyau entier avec son Olive valoit un tuyau long de près de 512 pouces, & du même diamêtre que celui de 46 pouces.

M. *Amontons* fit les expériences avec ce nouveau tuyau, & n'y ayant laissé une fois que 2 pouces 6 lignes d'air, il trouva qu'après le renversement cet air devoit s'être dilaté près de 200 fois plus qu'il n'étoit auparavant, & que cette grande dilatation suivoit encore la proportion de M. *Mariotte*. A plus forte raison de moindres dilatations la suivoient-elles.

Voilà ce qui peut surprendre les Physiciens même. Les differentes dilatations où est l'Air depuis le niveau de la Mer jusqu'au haut des Montagnes, ne conservent pas la proportion des poids, & elles la conservent d'autant moins que ces Montagnes sont plus élevées, c'est-à-dire, que dans cette étendue les dilatations des deux extrémitez sont trop differentes entre-elles pour être renfermées les unes & les autres dans les bornes des dilatations moyennes où la proportion peut avoir lieu ; & cependant quelles Montagnes a-t-on jamais vûes, où l'air loin d'être dilaté 200 fois plus qu'il ne l'est au niveau de la Mer, le fût seulement une fois davantage ? car il faudroit pour cela que le Mercure sur le haut de ces Montagnes baissât de 14. pouces selon la regle de M. *Mariotte*, & à peine baisse-t-il de 5 ou 6 sur les plus hautes où l'on ait observé. Comment donc l'Air aussi prodigieusement dilaté qu'il l'est dans le tuyau à Olive de M. *Amontons* suit-il la proportion des poids, & comment ne la suit-il plus dans le

le peu de dilatation qu'il a au haut des Montagnes? l'Air libre est-il different de celui qu'on enferme dans un tuyau? ou l'Air qui est depuis la surface de la Terre jusqu'au haut des Montagnes doit-il être consideré comme une matiere heterogene & inégalement susceptible de dilatation en ses differentes parties, desorte qu'il entrera dans ses differentes dilatations quelque autre principe que l'inégalité des poids, au lieu que L'Air pris sur la surface de la Terre sera parfaitement homogene, & ne se dilatera ou ne se condensera que selon les poids?

Il y a du moins quelque apparence que l'Air dilaté dans un tuyau n'est pas tout à fait de la même nature que l'Air du haut d'une Montagne. Si l'on met de l'eau tiéde dans la Machine du vuide, elle bout très-fort, dès qu'on a pompé la moitié de l'air, parce que celui qui étoit naturellement mêlé dans cette eau, & qu'on avoit déja un peu échauffé, étant soulagé de la moitié du poids qui le pressoit, tend à se dégager entierement. De-là M. *Mariotte* avoit conjecturé que si l'on étoit à une hauteur où le poids de l'Atmosphére fût diminué de moitié, le sang, beaucoup plus chaud que de l'eau tiéde, & toûjours plein d'air, bouillonneroit de maniere qu'il ne pourroit plus circuler, & il faut convenir que la conjecture étoit assez bien fondée. Cependant M[rs]. *Cassini* & *Maraldi* qui ont monté à des hauteurs, où, selon leur calcul, le poids de l'Atmosphére étoit à peu près la moitié moindre, n'ont senti aucune incommodité causée par la rarefaction de l'Air. Beaucoup de gens qui ont été encore plus haut, ne s'en sont pas aperçûs da-
van-

vantage. On peut donc soupçonner qu'il y a quelque difference entre l'air libre & l'air d'un tuyau, également rarefiez l'un & l'autre.

Quoiqu'il en soit, toute cette matiere demande encore de grands éclaircissements. M. *Amontons* avoit imaginé, & il commençoit à exécuter des expériences qui auroient pû donner de nouvelles lumieres ; mais il mourut. L'Académie ne perdra pas de vûe ce dessein. Jusqu'à présent il faut se contenter de bien connoître la difficulté ; car c'est-là une connoissance, & quelquefois même assez considerable.

SUR UNE IRREGULARITÉ DE QUELQUES BAROMETRES.

* VOICI encore, à peu près sur la même matiere, de grands sujets de doute, & un nouveau besoin d'éclaircissements.

Il y a déja quelque temps qu'on avoit remarqué à l'Observatoire que deux Barometres simples, remplis du même Mercure, chargez de la même maniere, pareils en tout, pouvoient cependant ne s'accorder jamais, c'est-à-dire n'être jamais exactement & précisément à la même hauteur. Comme la difference étoit lege-

* Voyez les Memoires, pag. 300. 304. 307. 352.

legere, & que l'on est accoûtumé à ne trouver jamais une entiere précision dans tout ce qui est d'exécution & de pratique, on n'étoit pas fort surpris de ce Phenomene, & on se contentoit d'en rapporter la cause en général à quelque différence de construction insensible & inévitable.

Mais un Barometre simple de M. le Chancelier, dont on verra l'Histoire dans les Memoires de M. *Amontons*, & qui se tenoit 18 ou 19 lignes plus bas que les autres, étonna fort toute l'Academie. Quand on l'inclinoit, & que l'on faisoit venir le Mercure jusqu'au haut du tuyau, il le remplissoit exactement, & l'on n'y voyoit aucune bulle d'air, d'où l'on concluoit necessairement que le vuide étoit parfaitement bien fait, & qu'il n'étoit resté aucun air qui pût tenir le Mercure plus bas qu'il ne devoit être.

Ce n'étoit point non plus que le Mercure eût une pesanteur extraordinaire, car, outre que l'on n'a point encore vû un Mercure qui pesât plus qu'un autre, quand on mettoit d'autre Mercure dans ce même tuyau, il ne se tenoit pas plus haut, & le Mercure de ce tuyau transporté dans un autre s'y tenoit à la hauteur qu'avoient les autres Barometres en ce temps-là. D'où pouvoit donc venir une si grande inégalité de hauteur, & une si étrange irrégularité?

Lorsque M. *Amontons* apporta ce nouveau fait dans une Assemblée, on proposa sur le champ plusieurs pensées differentes. Les uns conjecturoient qu'il peut y avoir une matiere moyenne entre la matiere subtile qui remplit le haut des Barometres, & l'air grossier que le

verre

verre empêche d'y entrer, & que le verre du Barometre de M. le Chancelier pouvoit avoir des pores plus grands que les verres ordinaires, & laisser entrer cette matiere, dont le poids abaissoit si considerablement le Mercure. D'autres croyoient que ce tuyau pouvoit avoir quelque humidité grasse, dans laquelle étoit contenu de l'air qui se dilatoit beaucoup dès que le vuide étoit fait. D'autres enfin soupçonnoient que peut-être ce verre étoit tel, que le Mercure en corrodoit la substance, & par-là dégageoit de l'air enfermé dans ses cellules, & en effet, en examinant ce verre avec un Microscope, ils croyoient le voir plein de bulles, comme les larmes de *Hollande*, du moins en sa partie superieure. Chacun proposoit les expériences, qui pouvoient appuyer ou détruire son opinion, mais on ne pouvoit pas les faire toutes sur un même tuyau, & il y en avoit quelques-unes dont le succès dépendoit d'un temps assez long.

M. *Amontons* étoit persuadé qu'il entroit de l'air subtil par les pores du tuyau de M. le Chancelier; & comme c'étoit lui qui en étoit saisi & que le fait avoit d'abord passé par ses mains, il fut chargé par l'Academie d'examiner cette matiere, & il commença par les expériences qui avoient rapport à son opinion.

Il s'apperçut d'abord d'une nouvelle circonstance du Phenomene assez singuliere ; c'est qu'ayant plusieurs fois vuidé & rechargé de Mercure ce tuyau qui étoit le sujet de toutes ses recherches, il trouva qu'après cela sa difference de hauteur d'avec les autres Barometres étoit diminué de moitié, & qu'il n'étoit plus que de 9 lignes plus bas.

En-

Ensuite on vint à savoir que quelque temps auparavant il avoit été lavé en dedans avec de l'Esprit de vin par M. *Homberg* qui en avoit voulu *ôter* une tache, après quoi le Mercure *s'y étoit* tenu plus bas que dans les autres Barometres, & alors M. le Chancelier s'étoit aperçû de son irrégularité.

M. *Amontons* crut que tout cela s'accordoit assez bien avec sa pensée. L'Esprit de vin ayant bien nettoyé le verre avoit enlevé de dedans ses pores tous les petits corpuscules étrangers qui auroient fermé le passage à l'air, & ce *même* tuyau ayant été plusieurs fois déchargé de son Mercure & rechargé depuis qu'il étoit entre les mains de M. *Amontons*, le Mercure y avoit laissé quelque espece de crasse fort déliée, qui avoit bouché une partie des pores du verre, ou en avoit rendu le passage plus difficile. De-là venoit que le Mercure n'y étoit plus si bas. Et en effet M. *Amontons* ayant de nouveau lavé ce tuyau avec de l'Esprit de vin, le Mercure s'y remit ensuite aussi bas qu'il étoit d'abord.

Cette crasse que l'on suppose que le Mercure peut laisser en passant & repassant plusieurs fois dans un même tuyau ne manque pas tout à fait de vraisemblance. M. *Amontons* fit voir des Bouteilles où il y avoit du Mercure, qu'il avoit portées dans ses poches pendant un an & plus. Non seulement elles étoient devenues fort sales en dedans, mais une partie du Mercure s'étoit changée en une poudre noirâtre; ce qui convient parfaitement avec ce qui a été dit sur ce sujet dans l'Histoire de 1700.* mais comme

* pag. 9.

comme il paroît que le Mercure ne produit cette saleté, que par un mouvement répeté un grand nombre de fois, & pendant un long temps, il reste à savoir si elle peut être produite dans un tuyau qui aura été déchargé & rechargé, peut-être cinq ou six fois. Il est vrai que l'on n'a besoin ici que d'une saleté insensible.

Si la conjecture de M. *Amontons* étoit vraie, un tuyau d'une matiere plus poreuse que le verre, & chargé de Mercure comme un Barometre, devoit laisser passer un air moins subtil, ou en laisser passer une plus grande quantité que le tuyau de M. le Chancelier. Ce fut dans cette vûe que M. *Amontons* prit un moyen canon de fusil, long d'un peu plus de 34 pouces, & en fit une espece de Barometre. Mais le fer n'étant pas transparent, la difficulté étoit de savoir à quelle hauteur se tiendroit le Mercure dans ce Barometre nouveau. On verra dans le Memoire de M. *Amontons* un expedient assez ingenieux qu'il imagina. Cela fait, il se trouva que le Mercure étoit dans le tuyau de fer 52 lignes plus bas que dans les tuyaux de verre ordinaires.

Ce tuyau ayant été laissé en experience comme un Barometre, le Mercure y baissa toûjours, mais lentement, c'est-à-dire qu'il en sortoit toûjours, desorte qu'au bout de 30 ou 31 heures, il n'y en restoit qu'à peu près la onziéme partie de ce qu'il y en avoit eu immédiatement après le renversement. Peut-être y avoit-il dans ce canon quelque fente ou quelque ouverture imperceptible, par où l'air s'insinuoit toûjours ; mais enfin on ne pouvoit attribuer à cette cause le peu de hauteur où s'é-
toit

tenu le Mercure aussitôt après le renversement du tuyau, puisque les diminutions de hauteur qui se faisoient que dans de certains temps, & avec assez de lenteur.

M. *Amontons* qui avoit observé dans cette experience la durée des écoulemens du Mercure, & leur differente quantité en certains temps, avoit dessein de recommencer le tout plusieurs fois, & de voir si les écoulemens n'auroient pas été plus lents en hiver qu'en été, ce qui auroit pû avoir son usage par rapport à la Transpiration, & fût peut-être devenu plus important que la premiere recherche, mais, ainsi que nous l'avons déja dit, il mourut, au milieu de tant d'entreprises, que l'on peut dire qui avoient besoin de lui.

Il ne faut donc pas encore trop compter sur l'experience du tuyau de fer qui n'a été faite qu'une fois. Peut-être même a-t-on supposé trop legérement que le fer fût plus poreux, & plus facilement pénetrable à l'air que le verre. Enfin plusieurs Academiciens ne convinrent point du Systême de M. *Amontons*.

Ils soûtenoient que l'experience du Barometre de M. le Chancelier étoit trop singuliere, pour devoir rendre suspectes une infinité d'experiences précedentes dans lesquelles on avoit toûjours supposé qu'aucun verre ne laissoit passer aucune matiere capable de peser sur le Mercure. M. *Homberg* en particulier rapportoit tout le Phenomene à l'Esprit de vin dont le tuyau avoit été lavé. Plusieurs goutelettes de cette liqueur subtile s'étoient logées dans les pores du verre, d'où elles étoient sorties dans l'instant que le vuide s'étoit fait, & s'étant extrémement rarefiées, avoient abaissé le Mer-

cure. Il prétendoit que le tuyau ayant été lavé avec de l'eau on voyoit le même effet, & que des particules aqueuſes ſe rarefioient de la même maniere, & devenoient vapeurs; & pour preuve de cela, ſi ces tuyaux après avoir été lavez étoient bien ſechez au feu, le Mercure y reprenoit ſa hauteur naturelle.

M. *Amontons* oppoſoit à ce raiſonnement, qu'il étoit incroyable que quelques goutelettes d'Eſprit de vin ou d'eau, d'extrémement rarefiées, & par conſéquent extrémement affoiblies quant à leur force de reſſort, en euſſent cependant une égale à 18 lignes de Mercure, qu'en inclinant ces tuyaux, où l'on prétendoit qu'étoient contenues ces matieres rarefiées, & en faiſant venir le Mercure juſqu'au haut, on auroit donc dû voir ces mêmes matieres recondenſées par le poids du Mercure, former des bulles pareilles à celles que forme l'air, pour peu qu'il en ſoit reſté dans le tuyau, & que cependant on ne voyoit rien de ſemblable; qu'afin que de l'air laiſſé dans le tuyau abbaiſſât le Mercure de 18 lignes, il en faloit laiſſer une quantité fort conſiderable, & entierement diſproportionnée à celle de ces goutelettes, auſquelles on attribuoit le même effet. Enfin M. *Amontons* montroit deux tuyaux neufs, pris chez le Sieur *Deville* Emailleur, que l'on ne pouvoit ſoupçonner d'avoir jamais été lavez ni avec de l'Eau ni avec de l'Eſprit de vin, & où le Mercure ſe tenoit 6 à 7 lignes plus bas que dans les autres Barometres. Ce qui eſt encore favorable au Syſtême de M. *Amontons*, c'eſt que cette différence de hauteur diminuoit, à meſure qu'il les déchargeoit & rechargeoit de Mercure.

Que

Que conclurre de tout cela ? rien encore. L'Academie remet la décision aux experiences qu'elle fera, & peut-être en faudra-t-il une longue suite. Elle ne prétend pas ne faire au Public que l'Histoire de ses découvertes, elle croit lui devoir aussi celle de ses doutes, & elle verra avec une extrême satisfaction que ses doutes contribuent aux découvertes d'autrui.

SUR LES
TUYAUX CAPILLAIRES.

* UN Tuyau ouvert par les deux bouts, étant à demi plongé dans une liqueur, elle y entre, & s'y met au niveau du reste de sa surface, à moins que le Tuyau ne soit *Capillaire*, c'est-à-dire d'un fort petit diamêtre; alors il arrive ordinairement qu'elle monte au dessus de son niveau. Je dis ordinairement, car la liqueur peut être telle, & le Tuyau d'un si petit diamêtre, qu'elle demeurera au dessous, ou même n'entrera point du tout dans le tuyau. C'est ce qu'on a éprouvé avec du Mercure. Mais il ne s'agit maintenant que de l'élevation des liqueurs au dessus de leur niveau dans les Tuyaux Capillaires, le second cas viendra sans peine à la suite du premier.

Cette élevation des liqueurs n'est point une exception peu importante de la regle générale, & la recherche des causes n'est point une vaine cu-

* Voyez les Memoires pag. 317.

curiofité. Le corps humain eft une Machine hydraulique, & dans le nombre prefque infini de tuyaux qui la compofent, celui des Capillaires eft fans comparaifon le plus grand, & c'eft par conféquent la connoiffance de cette efpece de tuyaux qui nous intereffe le plus.

Quelques Philofophes ont prétendu que l'air n'exerçant pas librement l'action de fa pefanteur fur l'eau dans un Tuyau capillaire à caufe de la petiteffe de l'efpace, l'Eau exterieure plus preffée par le poids de l'air devoit faire monter celle qui répondoit à l'ouverture du Tuyau. D'autres ont cru qu'elle s'y foûtenoit jufqu'à une certaine hauteur, en s'attachant, & en fe colant, pour ainfi dire, aux parois interieures, & que le diamêtre étant fuppofé fort petit, il faloit regarder toute la colonne d'eau comme fufpendue de cette maniére. Ces deux differentes caufes font les feules que l'on ait imaginées, & même, à ce qu'il paroît, les feules que l'on ait pû imaginer.

M. *Carré*, aidé de M. *Geoffroy*, a cherché à décider entre-elles par un grand nombre d'experiences qu'il a faites fur cette matiere. En voici deux qui femblent ne laiffer plus aucun doute.

1. L'eau s'étant élevée au deffus de fon niveau dans un Tuyau capillaire, fi enfuite on pompe l'air, auffi exactement qu'il foit poffible, elle ne redefcend point, au contraire, elle s'éleve encore un peu.

2. Si l'on enduit de fuif le dedans d'un Tuyau capillaire, l'eau ne s'y met que de niveau au refte de fa furface. Mais fi ce Tuyau n'eft enduit de fuif que jufqu'à une hauteur moindre que celle où il eft plongé dans l'eau, elle monte

à

à son ordinaire au dessus de son niveau, & s'il n'est enduit de suif que d'un côté, l'eau de ce côté-là se met de niveau, & monte au dessus de l'autre côté.

Ce n'est donc pas l'inégalité de la pression de l'air qui cause l'élevation de l'eau, puisque dans un lieu vuide d'air cette élevation subsiste, & même augmente, & en même temps, il faut rapporter cet effet à l'adherence de l'eau aux parois interieures du Tuyau capillaire, puisqu'elle s'éleve dans la partie où l'on ne l'empêche pas.

Mais on doit bien remarquer ici que l'adhérence n'est pas une force mouvante, elle ne fait que donner lieu à une force mouvante d'exercer son action. Toutes les colonnes d'eau tendent par leur pesanteur à descendre, & à s'élever par conséquent les unes les autres; & ce n'est que l'égalité de leurs forces qui les met toutes de niveau. Si quelqu'une se trouve moins pesante que les autres, aussi-tôt elle doit être élevée, jusqu'à la hauteur necessaire pour l'équilibre. Quand on met sur la surface de l'eau contenue dans un vaisseau un Tuyau capillaire, les gouttes d'eau comprises dans son ouverture s'attachent au dedans du petit cercle qui la forme, en sont soûtenues en partie, & par conséquent d'autant moins pesantes par rapport à toute l'eau exterieure qui pese librement sur le fond du vaisseau. La colonne d'eau à laquelle apartiennent ces gouttes ainsi soûtenues, c'est-à-dire la colonne qui répond à l'ouverture du Tuyau capillaire, est donc dans son tout plus legere, ou, pour parler plus précisément, exerce moins sa pesanteur sur le fond du vaisseau, que les autres colonnes dont elle est en-

vironnée, & par conſéquent elles la doivent élever dans le Tuyau capillaire juſqu'à une hauteur où elle regagnera par une plus grande quantité d'eau ce qu'elle perd par être en partie ſoûtenue. Ce raiſonnement que M. *Carré* a tiré des loix de la Mechanique, & qui ſeul met dans ſon jour le Syſtême de l'adhérence de l'eau, le lui rend en quelque ſorte particulier, parce que ceux qui l'ont imaginé avant lui, n'avoient pas été juſque-là, & que faute de cette explication, leur opinion, quoique vraye, pouvoit être aiſément combatue, & même détruite. Il ne ſuffit pas d'être dans le vrai, il faut y être arrivé par le vrai chemin.

Il ſuit manifeſtement de cette Mechanique, que plus le tuyau eſt d'un petit diamêtre, ou plus il eſt plongé dans l'eau, plus l'eau s'y doit élever. Dans le premier cas, un tuyau d'un petit diamêtre a plus de ſurface à proportion, & par conſéquent un plus grand nombre de gouttes d'eau ſont ſoûtenues par ſes parois interieures, & d'ailleurs les gouttes du milieu ſont d'autant plus ſoûtenues par celles que les parois ſoûtiennent, qu'elles ſont en plus petite quantité, ou, ce qui eſt la même choſe, que le tuyau eſt plus étroit. Dans le ſecond cas, une plus grande partie de la colonne d'eau qui entre dans le tuyau eſt ſoûtenue. Ce cas-là ſeroit inexpliquable par l'inégalité de la preſſion de l'air.

Ce n'eſt pas cependant que l'air n'entre jamais pour rien dans ces ſortes de Phenomenes. Si l'eau élevée dans un tuyau capillaire, s'éleve encore une ligne de plus, lorſqu'elle eſt tranſportée dans le vuide, cet effet vient de l'air contenu dans l'eau, & qui ſoulagé du poids de

l'air

l'air exterieur s'étend un peu, & soûleve l'ea
où il demeure enfermé.

De même, si l'on retire de l'eau un Tuya
capillaire où l'eau ne se soit pas élevée auta
qu'elle auroit fait, si on l'avoit plongé, el
n'en sort point, & y demeure suspendue, parc
que le peu de pesanteur qu'elle a & par sa p
tite quantité, & par l'appui que lui donnent l
parois du Tuyau, n'est pas capable de vainc
la résistance que l'air apporte à sa division, c
si l'on veut, la pression par laquelle il repou
en enhaut les corps plus legers que lui.

Cette résistance des liqueurs à leur divis
fait que le Mercure ne monte pas même au
veau dans les tuyaux extrémement étroits
l'on y plonge.

M. *Carré* en faisant les experiences des
yaux capillaires avec un grand nombre d
queurs differentes, a trouvé que l'eau est
qui s'éleve le plus haut, non pas qu'elle
plus aisément divisible que toutes les a
car il ne paroît pas qu'elle le doive être
que l'Esprit de vin, mais parce que les su
de ses petites parties sont d'une telle con
tion, qu'elles touchent en un plus grand
bre de points la surface du verre.

C'est cette conformité & cette homo
des surfaces qui fait une plus grande fac
même une plus grande force de l'adh
Et comme les parties de l'eau ont enco
d'homogeneïté entre-elles qu'avec c
verre, l'eau s'unit plus aisément à l'ea
là vient que dans un Tuyau capillaire
en dedans avant l'experience, l'eau s'
vantage.

Par la même raison, si l'on appro

goutte d'eau posée sur un plan, l'extrémité inferieure d'un tuyau capillaire où l'eau demeure suspendue, quoiqu'on l'ait retiré du vaisseau, ainsi que nous l'avons dit, on voit l'eau du tuyau qui descend un peu, si elle étoit à une grande hauteur, ou qui s'éleve un peu, si elle n'étoit qu'à une hauteur mediocre. C'est qu'alors l'eau du plan s'unissant à celle du tuyau, & ne faisant plus avec elle qu'une même colonne, elle la rend trop pesante, si cette eau suspendue étoit sur le point de n'être plus en équilibre avec la pression de l'air, ou bien dans le cas opposé, elle est poussée en enhaut avec elle.

Par la facilité que les parties d'une même liqueur ont à s'unir, M. *Carré* explique pourquoi un filtre imbibé de vin, & un autre imbibé d'huile, separent du vin & de l'huile mêlez ensemble le mieux qu'il est possible, chacun n'attirant que la liqueur dont il a été imbibé.

De-là s'ensuivra, si l'on veut, une explication assez simple & assez naturelle des filtrations du corps. Puisque selon la plus saine Philosophie, il faut supposer que tous les corps organisez ont été formez immédiatement par les mains du souverain Ouvrier, long-temps avant ce qu'on appelle leur naissance, il n'y a qu'à supposer aussi que les filtres de ces machines imperceptibles ont été dès cette premiere formation abreuvez des liqueurs qu'ils devoient séparer. Ce n'est point là faire entrer Dieu mal à propos dans la Physique, c'est ramener la Physique à sa premiere source.

SUR

SUR UN NOUVEL INSTRUMENT APPELLE' MANOMETRE.

* DE toutes les nouvelles Machines que la Philosophie moderne a entre les mains, & qu'elle employe à ses recherches, il n'y en a peut-être aucune qui ait produit plus d'experiences utiles & curieuses, &, pour tout dire, plus de veritez, que la Machine du Vuide. On ne sauroit donc trop en perfectionner l'usage, ni trop s'appliquer à rendre plus sûres & plus exactes les connoissances qu'on en peut tirer. Comme il reste toûjours de l'air dans le *Recipient* ou *Balon* de cette Machine, & qu'il ne faut pas compter sur un Vuide parfait, mais seulement sur un air beaucoup plus rarefié que celui que nous respirons, il est quelquefois important de savoir le dégré de cette rarefaction, & M. *Varignon* en donna la Regle générale dans les Memoires de l'Academie imprimez en 1693. Les capacitez de la *Pompe* & du Balon étant connues d'un côté, & de l'autre le nombre des coups de pompe qu'on avoit donnez pour vuider l'air, il déterminoit géometriquement le rapport de la rarefaction de l'air resté dans la Machine à celle de l'air de dehors. Si, par exemple, un Animal meurt dans la Machine, on sait par-là à quel coup de pompe, & par consé-

* Voyez les Memoires, p. 396.

ſéquent à quel degré de rarefaction, l'air qu'il reſpiroit auparavant ceſſe d'être reſpirable pour lui, & propre à entretenir ſa vie.

Mais il faut bien prendre garde que l'on n'a cette connoiſſance que pour le temps & pour le moment, où l'experience a été faite. L'air que reſpiroit cet Animal a ceſſé d'être reſpirable à un certain dégré de rarefaction, mais comme la rarefaction de l'air qui nous environne varie inceſſamment & par l'inégalité de chaleur, & par celle du poids de l'Atmoſphére, le même Animal pris dans un autre temps auroit peut-être ſoûtenu un plus grand nombre de coups de pompe ſans mourir, ou n'en auroit pas tant ſoûtenu, parce qu'on auroit enfermé d'abord avec lui dans la Machine un air qui de lui-même auroit été plus ou moins rarefié, & qui par conſéquent auroit demandé plus ou moins de coups de pompe pour venir à un certain degré de rarefaction determiné. Et ſi, comme il eſt fort aiſé que cela arrive, l'experience rouloit ſur quelque choſe de plus délicat que la vie d'un Animal, cette obſervation ſeroit encore plus neceſſaire.

Il faudroit alors un Inſtrument qui meſurât les differens degrez de la rarefaction de l'air en differents temps, & l'on ſauroit non ſeulement combien l'air *primitif* enfermé dans la Machine auroit été rarefié par un certain nombre de coups de pompe, mais encore de combien un air primitif qu'on y auroit enfermé dans un certain temps, auroit été plus ou moins rarefié de lui-même, que celui qu'on y auroit enfermé en un autre temps, ce qui donneroit le moyen de comparer très-exactement les experiences qui auroient beſoin de cette préciſion.

Le

Le Barometre & le Thermometre marquent tous deux les differents degrez de la rarefaction de l'air, l'un ceux qui viennent de la variation du poids de l'Atmosphere, l'autre ceux qui viennent de la variation du chaud, mais ces deux causes agissant toûjours ensemble, & se modifiant l'une l'autre, soit qu'elles conspirent au même effet, soit qu'elles se combattent, mettent l'air dans un degré de rarefaction qui n'est ni celui que marque le Barometre, ni celui que marque le Thermometre. Ces deux Instruments ont leurs fonctions separées, & d'autant plus separées qu'ils sont plus excellents, & pour les vûes qui viennent d'être exposées on auroit besoin d'un troisiéme Instrument qui eût les deux fonctions à la fois, & qui marquât le degré de la rarefaction de l'air, tel que le produisent à chaque moment les deux causes differentes, qui ont part à cet effet.

C'est cet Instrument que M. *Varignon* a imaginé, & qu'il a appellé *Manometre*, c'est-à-dire, Mesure de la rarefaction. Voici les principes sur lesquels il est construit.

Que l'on conçoive un Tuyau de verre recourbé par embas qui ait ses deux branches de telle longueur qu'on voudra, & toutes deux ouvertes; si l'on verse par l'autre quelque liqueur qui ne fasse que remplir la partie inferieure des deux branches, il est visible qu'elle se mettra de niveau. Si ensuite on scelle hermetiquement une des deux branches, l'air qui y demeurera enfermé sera précisément au même degré de rarefaction que l'air exterieur du lieu où cette operation a été faite.

Maintenant si l'on suppose que dans ce même lieu le poids de l'Atmosphére vienne à

augmenter, l'air qui pese sur la branche ouverte devenu plus fort que celui qui est enfermé dans la branche scellée, fera baisser la liqueur dans la branche ouverte, la fera monter dans l'autre, & par conséquent en condensera l'air, mais il ne le mettra pas au même degré de condensation où il est lui-même, car l'air exterieur porte seul tout le poids de l'Atmosphére, & l'air enfermé ne le porte qu'avec le secours, pour ainsi dire, de la quantité de liqueur qui est montée dans sa branche au dessus du niveau. Il s'en faut donc le poids de cette quantité de liqueur que l'air enfermé ne soit aussi condensé que l'air exterieur ; sans cela l'un auroit marqué précisément le changement arrivé à l'autre.

Pour remedier à cette difference, ou plûtôt pour la prévenir, il ne faut qu'imaginer que la branche scellée n'est plus droite ni verticale, mais repliée en zic-zac. La liqueur y passera toûjours par la même cause qui l'y faisoit passer, mais elle ne montera presque pas à cause de l'obliquité des parties ou plis du zic-zac, & ces plis peuvent être si obliques, & d'ailleurs si serrez les uns contre les autres, qu'en quelque quantité que la liqueur vienne, elle ne s'élevera que d'une hauteur insensible, & qui pourra n'être comptée pour rien. Or ce n'étoit que par sa hauteur verticale que la liqueur aidoit à l'air enfermé à porter le poids de l'Atmosphére ; par conséquent l'air enfermé étant alors seul à porter ce poids, il sera au même degré de condensation que l'air exterieur, & représentera le changement qui lui est arrivé. Il est bon de remarquer qu'afin que l'air enfermé soit au même degré de condensation que l'air

exterieur, il faut qu'il soit plus condensé qu'il ne l'étoit dans le cas de la branche droite, & par conséquent que dans le cas de la branche en zic-zac, il y doit passer une plus grande quantité de liqueur qui reduise en un moindre espace l'air enfermé. En effet, il est visible qu'avec une même augmentation de force l'air exterieur doit faire passer plus de liqueur dans la branche scellée, quand cette liqueur ne s'éleve plus, & par conséquent n'agit plus contre lui par son poids.

On ne doit point avoir de scrupule sur cette élevation insensible qui est negligée. Il faut 32 ou 33 pieds d'eau pour contrebalancer le poids de l'Atmosphére, & sur ce pied-là dans un zic-zac qui auroit un pouce de hauteur, l'eau élevée à la plus grande hauteur possible n'égaleroit qu'à peu près la 400me partie du poids de l'Atmosphére, & on ne negligeroit que cette 400me partie, quand on negligeroit le plus qui se puisse negliger, ce qui arrive très-rarement. D'ailleurs comme on employe ordinairement l'Esprit de vin qui est beaucoup plus leger que l'eau, l'erreur sera encore moindre.

Le tuyau étant tel qu'il étoit d'abord, si au lieu qu'on a supposé que le poids de l'Atmosphére étoit venu à augmenter, on suppose présentement qu'il soit diminué, l'air enfermé plus fort que l'air exterieur fera descendre la liqueur dans sa branche & la fera monter dans l'autre, & par conséquent se rarefiera aussi-bien que l'air exterieur, mais non pas autant; car outre la colonne de l'Atmosphére qui est le seul poids que l'air exterieur porte, l'air enfermé aura encore à soûtenir le poids de la quantité de liqueur montée au dessus du niveau dans la bran-

che ouverte. L'air enfermé sera donc d'autant plus éloigné du degré de rarefaction de l'air exterieur, que cette hauteur de la liqueur sera plus grande, & par conséquent on ramenera ces deux airs au même degré de rarefaction, si l'on peut faire que cette hauteur devienne nulle, ou du moins insensible. Or c'est ce qui est très-aisé ; il faut seulement que la branche ouverte devienne une grosse boule, dans laquelle une grande quantité de liqueur pourra passer, presque sans s'élever.

On voit assez qu'il est indifferent pour cet effet que l'autre branche soit droite, ou repliée en zic-zac, & par conséquent voilà la figure du tuyau de M. *Varignon* déterminée quant aux variations de la rarefaction de l'air causées par le poids de l'Atmosphére. La branche fermée sera en zic-zac & de la moindre hauteur possible, la branche ouverte se terminera en une grosse boule.

Il ne faut plus qu'appliquer de semblables raisonnements aux variations de la rarefaction de l'air causées par l'inégalité de la chaleur. Supposons encore le tuyau à deux branches droites. Si l'air enfermé se rarefie par l'augmentation de la chaleur, il prend cette nouvelle extension en s'appuyant sur le bout fermé du tuyau, & par conséquent il fait descendre dans cette branche & monter dans l'autre la liqueur qui auparavant étoit de niveau. Il est encore à remarquer que cette liqueur, se rarefiant aussi par la chaleur, se rarefiera toûjours & beaucoup moins, & moins promptement que l'air, quelle qu'elle puisse être, que d'ailleurs elle ne prendra sa nouvelle extension que du côté de la branche ouverte, parce qu'elle trouvera de ce

ce côté-là moins de resistance, & que par conséquent l'air enfermé se rarefiera autant que l'augmentation de la chaleur le demandera, *c'est-à-dire* autant que l'air exterieur. Mais la *liqueur* montée au dessus du niveau dans la *branche* ouverte seroit un nouveau poids que l'air enfermé auroit à soutenir outre celui de l'Atmosphére, & qui le recondenseroit jusqu'à un certain point. Il faut donc que la branche ouverte devienne une grosse boule, moyennant quoi l'air enfermé & l'air exterieur sont au même degré de rarefaction. De même, si l'air enfermé se condense par la diminution de la chaleur, il ne peut à cause du bout fermé du tuyau se resserrer, & se retirer, pour ainsi dire, que de bas en haut. Au contraire l'air exterieur qui se condense aussi en même temps se resserre de haut en bas, parce qu'il s'appuye sur la terre, & par conséquent la liqueur qui étoit de niveau descend dans la branche ouverte, & monte dans l'autre. Mais sa hauteur au dessus du niveau dans la branche scellée aideroit à l'air enfermé à soûtenir le poids de l'Atmosphére, & il seroit un peu moins condensé que l'air exterieur. Il faut donc pour l'amener au même degré de condensation que la branche scellée soit en zic-zac.

Les deux causes differentes de la variation des rarefactions de l'air s'accordent donc à demander la même figure dans le Manometre. En vertu de cette figure, l'air qu'on y aura enfermé dans le temps de sa construction sera toûjours rarefié ou condensé au même degré que celui du lieu où il sera, & les differens espaces qu'on verra occuper à l'air du Manometre seront la mesure de tous les changements

qui

qui arriveront à la rarefaction de cet air exterieur. Il est évident que l'espace qu'occupoit l'air du Manometre au temps de sa construction a dû être marqué sur l'Instrument, & que c'est à ce premier espace que l'on doit ensuite comparer tous les autres.

Si ce même Manometre est transporté dans un autre lieu que celui où il a été construit, il marquera de combien l'air du second lieu sera plus ou moins rarefié que l'air du premier, lorsqu'il y étoit.

Mais si l'on veut comparer les differents degrez de rarefaction où est en même temps l'air de differents lieux, il faut qu'il y ait un Manometre dans chacun, & que les deux Manometres ayent été construits dans l'un de ces deux lieux. Il seroit plus commode qu'ils l'eussent été aussi en même temps, mais il n'y a pas de necessité, parce que deux Manometres étant construits dans un même lieu en differents temps, il sera aisé de trouver le rapport des deux differents états de l'air. Ce moyen que le Manometre de M. *Varignon* fournit de comparer l'air de differents lieux dans un même temps, est la plus utile conséquence de sa découverte. Si on veut repeter à *Paris*, par exemple, certaines expériences délicates qui auront été faites à *Londres* & qui auront rapport à la rarefaction de l'air, il sera fort avantageux de savoir quel sera dans le temps des experiences le rapport des densitez de l'air de ces deux Villes. Sans cela, on auroit peut-être été fort étonné de voir que ce qui auroit réussi à *Londres* ne réussiroit pas à *Paris*, & avec cette connoissance, on pourra suppléer à la difference de la densité d'air.

Sans

Sans avoir à *Paris* & à *Londres* deux Manometres, qui ayent été construits tous deux à *Paris*, par exemple, on peut arriver à la même connoissance avec deux Manometres dont l'un aura été construit à *Paris*, l'autre à *Londres*, pourvû seulement que l'on transporte l'un des deux dans l'autre lieu. M. *Varignon* donne le calcul qu'il faut faire en ce cas-là, mais parce que ce transport n'est guere praticable, nous renvoyons cela au Memoire de l'Auteur, comme une curiosité, & un exemple d'un calcul assez fin. Nous y renvoyons aussi quelques observations, & quelques délicatesses qui regardent la construction de l'Instrument.

SUR LES DIFFERENTES HAUTEURS DE LA SEINE EN DIFFERENTS TEMPS.

TOUT est à observer, & l'obscurité de la Physique ne vient peut-être pas plus de ce que les causes sont cachées, que de ce que les effets même sont encore inconnus. M. *Amontons* avoit commencé à faire observer les hauteurs de la *Seine* en differents temps par un de ses amis, à qui la situation de sa maison en donnoit la commodité. Cet ami, observateur exact & habile, avoit pris un point fixe sur le Massif du *Pont-neuf* qui porte la statue équestre de

de *Henri IV*. De-là, il comptoit jour par jour les élevations ou les abaissements de la *Seine* sur une graduation immobile qu'il y avoit posée, & qu'il voyoit avec une Lunette. M. *Amontons* ayant le Journal de ces observations depuis le 14 Septembre 1703. jusqu'au dernier Decembre 1704, les réduisit de la maniere suivante.

Il partagea tout en élevations & en descentes de l'eau, marquant d'abord, par exemple, combien de jours l'eau s'étoit élevée depuis le commencement des observations, & de combien elle s'étoit élevée ; ensuite combien de jours elle avoit baissé, & de combien ; après cela combien de jours elle avoit recommencé à monter, & toûjours ainsi de suite.

Par le simple Journal des observations on voyoit en quel temps de l'année l'eau avoit été la plus haute, ou la plus basse, de combien elle l'avoit été une année plus que l'autre &c. & par ce partage des observations en élevations & en descentes de l'eau, on voyoit le nombre des élevations & des descentes de chaque année, leur durée, leur grandeur, & tous leurs rapports selon ces differens égards.

Par exemple, M *Amontons* trouvoit que depuis le 14 Septembre 1703 jusqu'au 10 Février 1704, il y avoit eu 8 élevations qui toutes ensemble faisoient 223 pouces, & avoient duré 77 jours, que depuis le 10. Février 1704 jusqu'au 18 Septembre suivant il y avoit eu 8 autres élevations qui n'avoient fait que 163 pouces, & avoient duré 70 jours, d'où il concluoit que les pluyes qui contribuent à grossir la *Seine* avoient été beaucoup plus précipitées & s'étoient suivies de plus près depuis l'Equinoxe d'Au-

d'Autonne 1703 jusqu'à celui du Printemps 1704, que depuis ce dernier Equinoxe jusqu'à celui d'Autonne suivant, puisque la somme des premieres élevations étoit presque double de celle des autres, & que cependant les temps étoient presque égaux.

Pour les differentes descentes de l'eau dans ces mêmes temps, il se trouvoit que leur grandeur ou quantité avoit plus de proportion avec leur durée, d'où l'on peut conclurre que les eaux ne baissant pas aussi promptement qu'elles montent, il est vraisemblable que les Rivieres dans le temps qu'elles sont grosses poussent dans la terre des eaux qui leur reviennent ensuite, & servent à les entretenir.

Nous ne donnons ici ces pensées que comme un échantillon des conséquences qu'on pourroit tirer d'un nombre suffisant d'observations exactes sur la hauteur des Rivieres en differents temps. Nous esperons que ceux qui seront à portée de les faire, & qui auront du goût pour l'avancement de la Physique, seront invitez par là à s'en donner la peine.

DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

Les matieres qu'on expose au Miroir ardent du Palais Royal ne peuvent être mises que dans un gros charbon creusé parce que tout autre

tre vaiſſeau ou ſe fondroit ou ſe caſſeroit à un ſi grand feu. Mais M. *Homberg* a obſervé qu'il faut que ce charbon ſoit de bois vert, & non pas de bois ſec. Celui-ci eſt tout crevaſſé, à cauſe que quand on l'a fait la flame a paſſé au travers du bois trop rapidement, & en trop grande quantité, & par conſéquent il eſt peu propre à contenir des matieres en fuſion & que l'on veut conſerver.

II.

Le P. *Laval* Jeſuite qui eſt à *Marſeille*, & M^rs. *de Plantade* & *Clapiez* qui ſont à *Montpellier* envoyerent à M. *Caſſini*, avec diverſes Obſervations Aſtronomiques, la relation d'un Phenomene lumineux qui avoit été vû le 26. Dec. 1704. à 5^h. 30′ du ſoir à *Marſeille*, & à 5^h $\frac{1}{4}$ à *Montpellier*. On ne pouvoit douter par les circonſtances des deux relations que ce ne fût le même. A *Marſeille* où il fut mieux obſervé, le P. *Laval* vit une Poutre fort lumineuſe, pouſſée de l'Eſt à l'Oueſt aſſez lentement. Le vent étoit à l'Eſt. Elle partit d'auprès de Venus, au moins à en juger par la vûe, & alla juſqu'à la Mer où elle ſe plongea, tout au plus à deux lieues au large. On avoit vû auparavant à *Marſeille*, ou aux environs, deux Poutres ſemblables, & ayant le même mouvement. A *Montpellier*, on vit à l'heure marquée un globe de feu tomber à quelque diſtance de la Ville. L'air étoit alors fort ſerain, & fort calme, & une couleur jaune très-foible teignoit tout le Couchant à la hauteur de plus de 10. degrez.

III.

M. *Lémery* a appris de M. *Deliſle* Maître Apoticaire à *Angers*, que les meilleurs vins d'*Anjou* faits en 1704 avoient eu 15 jours ou un mois

après avoir été vendangez une odeur de corne brûlée, qui n'avoit fait qu'augmenter avec le temps. Ils en retenoient toûjours beaucoup, quoi qu'on les changeât de tonneau.

IV.

Le même M. *Delisle* a trouvé en *Anjou* dans une carriere peu profonde, fort éloignée des rivieres & des étangs, de ces prétendues Langues de Serpent petrifiées que l'on trouve à *Malte*, & qui sont en effet des dents du poisson Carcharias petrifiées.

Il a trouvé aussi dans une carriere dont la pierre est fort tendre & se durcit ensuite à l'air, une infinité de petites figures de Coquille, qui dans quelques endroits n'avoient que les premiers traits, & n'étoient que comme des Embryons, dans d'autres étoient plus formées, & dans d'autres parfaites.

On peut rejoindre à ces observations ce qui a été dit sur la même matiere dans l'Hist. de 1703.*

V.

M. *Dodart* ayant reçû de M. *Lippi* Licentié en Medecine de la Faculté de *Paris*, qui fait le voyage d'*Ethiopie* avec M. *du Roule* Envoyé du Roi, une Lettre dattée de *Siout* dans la *haute Egypte* du 5 Sept. 1704. & qui contenoit un fait singulier, en fit part à la Compagnie. M. *Lippi* trouva sur les Montagnes de *Siout* à l'entrée d'une vaste caverne un corps veritablement pierre, de figure irréguliere, mais tout poreux, qu'il eut la curiosité d'ouvrir. Il fut fort surpris de le voir tout partagé en cellules ovales de 3 lignes de large, & de 4 lignes de long, po-

* Pag. 27. & suiv.

posées en tout sens les unes à l'égard des autres, ne communiquant nullement ensemble, tapissées toutes en dedans d'une membrane fort délicate, &, ce qui est le plus merveilleux, renfermant chacune ou un Ver, ou une Féve, ou une Mouche parfaitement semblable à une Abeille. Les Vers étoient fort durs & fort solides, & pouvoient passer pour petrifiez; ni les Féves ni les Mouches ne l'étoient, mais seulement dessechées, & bien conservées comme d'anciennes Momies. Souvent les Mouches avoient sous elles de petits grains ovales, qui paroissoient des Oeufs. Il y avoit au fond de quantité de cellules un suc epaissi, noirâtre, très-dur, qui paroissoit rouge à contre jour, fort doux, qui rendoit la salive jaune, & s'enflamoit comme une resine. C'étoit en un mot de veritable Miel. Qui se fût attendu à trouver du Miel dans le sein d'une Pierre?

M. *Lippi* conçût que c'étoit-là une Ruche naturelle, qui avoit été d'abord formée d'une terre peu liée, legere, sablonneuse, & qui ensuite s'étoit petrifiée par quelque accident particulier. Les animaux qui l'habitoient avoient été surpris par la petrification, & comme fixez dans l'état où ils se trouvoient alors. Leur mucosité dessechée avoit formé la membrane qui tapissoit les cellules. Dans le temps que la Ruche étoit encore molle, les Vers, & les Mouches en sortoient pour chercher leur nourriture, & les Mouches y faisoient leur miel.

En cherchant dans ce même lieu de nouveaux éclaircissements sur ce fait, M. *Lippi* trouva en plusieurs endroits des commencemens d'une pareille Ruche. C'en étoit comme la premiere couche, formée de quantité de petites cellules qui

qui la plufpart étoient ouvertes, & contenoient l'Animal foit en Ver, foit en Féve, foit en Mouche, mais defféché & très-dur, auffi-bien que ces Ruches commencées. De plus, fur une de ces premieres couches, il en vit une feconde compofée par un amas de petites boffes, d'environ 5 lignes de hauteur, & d'un pouce de diametre à leur Bafe. Elles étoient grumeleufes, faciles à réduire en poudre, & reffembloient affez en petit à celles que font les Taupes en remuant la terre. M. *Lippi* les ouvroit en les frapant affez legerement, & il y trouvoit toûjours 2 ou 3 cellules ovales, remplies d'un Ver jaune, & plein de fuc, qui les occupoit entieres.

Il eft aifé de concevoir que fur une premiere couche une fois formée, il s'en forme plufieurs autres, qui font toute la Ruche. Mais comment ces couches fe forment-elles ? d'où vient la terre dont elles font faites? l'Animal l'apporte-t-il là? & comment l'apporte-t-il, & en fi grande quantité ? On ne le fait point encore. Le temps feul peut amener ces fortes de connoiffances.

VI.

M. *Homberg* a dit qu'en diftillant de l'Efprit de vin, les goutes qui tombent du bec de l'Alembic d'environ un pied & demi de haut fur la liqueur déja diftillée, y roulent comme des pois fur une table, que plus elles tombent de haut mieux elles roulent, deforte que fi elles ne tomboient que d'un pouce, cela n'arriveroit point, qu'elles roulent encore d'autant mieux qu'elles font plus chaudes, & qu'enfin fi c'étoit de l'eau au lieu d'Efprit de vin, l'experience ne réuffiroit jamais. Il prétend que les

li-

liqueurs ſulphureuſes étant de toutes parts pénétrées de la matiére de la lumiere, & en étant heriſſées dans toute leur ſuperficie, & cela d'autant plus qu'elles ſont plus chaudes, ou que par une plus longue chute elles en ont ramaſſé une plus grande quantité dans l'air, cette matiere fait l'effet d'une infinité de petites pointes qui ſortent en dehors, ſoûtiennent les gouttes de ces liqueurs, & les font rouler. Ce petit Syſtême ſe rapporte à celui qu'on a vû du même M. *Homberg* ſur la chaleur des vaiſſeaux dans l'Hiſt. de 1703. *

VII.

Quelqu'un ayant demandé, ſi pour empêcher l'eau de ſe gâter dans les voyages de long cours, on ne la pourroit pas ſouffrer comme le vin, M. *Homberg* répondit que le vin ne ſe conſervoit de cette maniere, que parce que les acides qu'il a naturellement n'étant pas en aſſez grande quantité par rapport aux autres principes, tous ſes principes ſe deſuniſſoient facilement par la fermentation que cauſoit la chaleur des climats par où l'on paſſoit, ou le ſimple mouvement du voyage, après quoi le vin n'étoit plus vin, & que le ſouffre lui donnoit de nouveaux acides, qui rendoient la doſe de ce principe ſuffiſante; mais que cela ne pouvoit avoir de lieu pour l'eau, qui ne ſe gâte que par quelques matieres étrangeres, qui y ſont mêlées, & qui fermentent, ou que par des œufs de Vers qui écloſent, ſoit que ces œufs fuſſent dans l'eau même, ou dans le bois des vaiſſeaux. Il faudroit pour ce dernier cas une

* pag. 29. & 30.

une matiere qui les empêchât d'éclorre sans gâter l'eau.

VIII.

A cette occasion, M. *Homberg* ajoûta qu'une personne de qualité en *Provence*, ne sachant comment faire pour avoir du parquet, que les Vers ne lui mangeassent pas en peu d'années, ainsi qu'il arrive en ce païs-là, il lui avoit conseillé de tremper son parquet dans de l'eau, où l'on auroit mêlé du sublimé corrosif, ce qui avoit très-bien réussi.

IX.

M. *de Plantade* écrivit à M. *Cassini* une relation de l'excessive chaleur que l'on avoit sentie cet Eté à *Montpellier*, sur tout le 30 Juillet. Il n'y avoit point de memoire de rien d'approchant. L'air fut ce jour-là presque aussi brûlant que celui qui sort des fours d'une Verrerie, & on ne trouva point d'autre asile que les caves. En plusieurs endroits on fit cuire des œufs au soleil. Les Thermometres de M. *Hubin* casserent par la liqueur qui monta jusqu'au haut. Un Thermometre de M. *Amontons*, qu'avoit M. *de Plantade*, quoiqu'il fût dans un lieu où l'air n'entroit pas librement, monta fort près du dégré où le suif doit se fondre. La plus grande partie des Vignes furent brûlées en ce seul jour, ce qui n'étoit jamais arrivé en ce pays-là. Mrs. les Astronomes de *Montpellier* remarquerent que durant cet Eté si ardent les Pendules avancerent beaucoup.

A *Paris* le 6 Août fut beaucoup plus chaud que le 30 Juillet. Un Thermometre de M. *Hubin*, dont M. *Cassini* se servoit depuis 36 ans cassa sur les deux heures, desorte qu'il est cer-

tain que depuis 36 ans pour le moins, il n'avoit fait un si grand chaud à *Paris*.

X.

Qui ne croiroit que dans les grandes chaleurs de ce même Eté le Miroir ardent du Palais Royal auroit dû faire de plus grands effets qu'en tout autre temps ? c'est tout le contraire, & certainement on ne l'eût deviné par aucun Systême. M. *Homberg* a vû que les rayons du Soleil réunis par le miroir n'avoient presque aucune force, tandis que les seuls rayons directs embrasoient l'air. La raison qu'il imagine d'un Phenomene si surprenant, c'est que la grande chaleur éleve de la terre une infinité d'exhalaisons sulphureuses, & que ces matieres, par l'homogeneité qu'elles ont, selon le Systême de M. *Homberg*, avec celle de la lumiere, embarassent, arrêtent, & en quelque sorte absorbent les rayons, soit qu'elles en interceptent absolument une partie, & les empêchent de tomber sur le miroir, soit qu'elles fassent à leur égard le même effet qu'un fourreau à l'égard d'une épée, & qu'elles leur ôtent par-là leur extrême subtilité, necessaire pour inciser promptement les corps durs. Cette conjecture est confirmée par une experience qu'a faite M. *Homberg*. Il a mis entre le Miroir & le foyer un Rechaut plein de charbon allumé, desorte que les rayons qui alloient au foyer traversoient la vapeur de ce charbon, & il a vû que le Miroir en étoit considerablement affoibli. Voilà l'image de ce qui se passe dans les grandes chaleurs, ou plûtôt, la chose même en petit. Aussi M. *Homberg* a-t-il toûjours observé, même dans les chaleurs mediocres & ordinaires, que quand le Soleil a été découvert.

plu-

plusieurs jours de suite, l'effet du Miroir n'est pas si grand, que quand le Soleil vient à se découvrir immédiatement après une grande pluye. C'est que cette pluye a précipité les matieres sulphureuses, & nettoyé l'air. Le tremblement de la lumiere qu'on a toûjours observé par les grandes Lunettes, & qui dans de fort grands Gnomons rend le terme de l'ombre incertain, s'explique fort naturellement, par le Systeme de M. *Homberg*, & en est une nouvelle preuve.

Sur cela on peut faire reflexion que le Miroir ardent qui est un nouveau fourneau pour les Chimistes, infiniment superieur aux fourneaux anciens & ordinaires, a cette incommodité qu'on ne le peut employer que rarement, du moins dans toute sa force. Il faut que ce soit en Eté, depuis 9 heures jusqu'à 3, il faut que le Soleil soit découvert, qu'il ne passe aucuns nuages pendant tout le temps des operations, il faut des jours mediocrement chauds, & qui n'ayent pas été précedez de plusieurs jours de secheresse. Il y a telle année où à peine se trouve-t-il huit jours bien conditionnez.

---

* NOus renvoyons aux Memoires le Journal des observations de M. *de la Hire*, ausquelles il compara celles que M. le Baron de *Pontbriand* a faites de la quantité d'eau de pluye tombée dans son Château de *Pontbriand* en *Bretagne*, & qui furent communiquées à l'Academie par M. *au Torar*.

Des

* Voyez les Memoires pag. 1. & 6.

* Des Experiences communiquées par M. *Carré* sur la Refraction des balles de Mousquet dans l'eau.

† Des observations de M. *de la Hire* le fils sur le Barometre.

‡ Une Experience du même sur la chaleur des rayons de la Lune.

M. Le Marquis de *Bonnac* Envoyé Extraordinaire de *France* auprès du Roi de *Suede*, ayant vû dans une terre que M. *Grata* Général des Postes de *Prusse* a près de *Dantzic*, de l'Ambre jaune fossile de même nature que celui qui se trouve sur le bord de la Mer, il commença à faire plus d'attention à ce Mixte qu'il n'en avoit encore fait, & à douter qu'il se formât de l'écume de la Mer comme on le croit communément. M. le Cardinal Primat de *Pologne* avec qui il étoit, eut la même curiosité, & lui dit qu'il seroit bon de savoir sur cela le sentiment de l'Academie des Sciences. M. de *Bonnac* écrivit à *Paris*, & aussitôt l'Academie songea à rassembler toutes les connoissances qu'elle pouvoit avoir sur cette matiere. Après qu'elle eut fait ce qui étoit en son pouvoir, elle en envoya le resultat à M. le Marquis de *Bonnac* dans le Memoire suivant.

* Voyez les Memoires, pag. 277. † Voyez les Memoires, pag. 296. ‡ Voyez les Memoires, pag. 455.

ME-

MEMOIRE SUR L'AMBRE JAUNE.

Comme l'Ambre jaune le plus beau vient des deux Prusses, *& qu'il en vient en plus grande quantité que d'aucun autre Païs, l'Academie Royale des Sciences est moins instruite sur ce sujet, que ne peuvent l'être ceux qui lui font l'honneur de la consulter. Cependant elle dira ce qu'elle en sait par elle-même, & y ajoûtera ses refléxions. Elle n'ira point chercher dans les Auteurs ce qu'ils en ont écrit, persuadée que ces Auteurs sont connus, & que ce n'est pas une compilation qu'on lui demande.*

Mrs. Cassini *&* Maraldi *étant allez en* 1700. *dans les Provinces Meridionales de la* France *pour y travailler à la prolongation de la Meridienne de* Paris, *ils trouverent des Mines de Jais ou Jayet, & une espece d'Ambre jaune dans une Montagne de* Languedoc *appellée* Bugarach, *qui est éloignée de la Mer de* 27600. *Toises, & en est séparée par quantité d'autres Montagnes fort élevées. Quelques-uns croyent que le Jais est aussi bien que l'Ambre jaune une espece de Succin. Les Habitans de* Bugarach *se servent de leur Ambre jaune pour brûler dans leurs Lampes. Il ressemble assez à une Resine, & n'a pas la même dureté que celui de* Prusse. *Près des Mines de* Bugarach *il y a des sources d'eau salée qui forment une petite riviere.*

Dans l'Histoire de l'Academie de l'année 1700. *il est dit pag.* 14, *qu*'il se trouve de l'Ambre

jaune dans les fentes des Rochers de *Provence* les plus dépouillez & les plus steriles, *ce qui est encore confirmé dans l'Histoire de* 1703. *p.* 21.

On est assuré par des Relations très-dignes de foi, qu'il s'en trouve encore en Sicile, *sur le bord de la Mer, le long des côtes d'*Agrigento, *de* Catanea, *de* Leocata, *dans l'Isle de* Corse, *&* *même à* Boulogne *en* Italie, *vers* Ancone, *& dans l'*Ombrie, *en pleine terre, & loin de la Mer.*

Cela joint à ce que mande M. le Marquis de Bonnac *qu'il a vû lui-même tirer d'une Terre de M.* Grata *separée de la Mer par de grands Bois & par de grandes hauteurs, de l'Ambre tout semblable à celui qu'on trouve au bord de la Mer, semble décider que cette matiere est toûjours produite par la Terre.*

De plus, on voit de petits Animaux enfermez dans le Succin, & ce sont toûjours des Animaux terrestres, comme des Mouches, des Fourmis, &c.

Cependant pour une plus grande sûreté il seroit bon d'examiner si les Succins terrestres ont tous le caractere & la perfection du Succin qui se trouve au bord de la Mer, car il ne seroit pas impossible que la Mer achevât par son sel de travailler cette matiere, & lui donnât comme un dernier degré de coction.

Supposé que le Succin soit toujours produit par la Terre, du moins quant à sa premiere formation, il reste à savoir s'il est vegetal ou mineral.

On n'a jamais entendu dire, que dans la Prusse *il y ait aucuns arbres qui distillent le Succin en forme de Resine, ni aucune matiere approchante, cependant il paroît plus naturel que les Fourmis & les Mouches qu'on y voit quelquefois, & qui marquent certainement qu'il a été liquide, ayent été enve-*

enveloppez par une resine qui aura coulé d'un arbre, que par un mineral qui se sera formé dans la terre. Il faut pour sauver cette difficulté supposer que le Succin ait coulé de quelques Rochers comme une Huile de Petrole, ou du moins que celui où l'on trouve de ces petits Animaux ait été quelque temps liquide sur la surface de la terre.

Soit qu'on croye le Succin vegetal ou mineral, personne n'a jamais dit qu'il l'ait vû liquide, ou seulement mollasse. Cependant il a dû l'être, & même exposé à la vûe dans le temps où il a envelopé les Animaux qu'on y trouve.

L'Analyse de ce Mixte qui a été faite par les Chimistes de l'Academie ne détermine pas entierement de quel genre il est. On y a toûjours trouvé une très-petite quantité de liqueur aqueuse qui avoit l'odeur du Succin froté, beaucoup de sel volatil acide, & beaucoup d'huile en partie blanche comme de l'eau, en partie rousse, & en partie fort noire, selon les degrez de feu qu'on avoit donnez à la distillation. Il reste une tête morte, legere, spongieuse, noire, & luisante, qui ayant été calcinée au feu nu, s'en va presque en fumée, & dont on n'a pû tirer de sel fixe.

La seule difference des analyses des differents Succins, est que les plus transparents ou les plus blancs ont donné plus d'huile & de sel volatil & moins de tête morte que ceux qui étoient plus sales ou plus noirs. Ceux-ci n'ont jamais donné de sel fixe, quoiqu'ils donnassent plus de tête morte.

L'Huile du Succin a une odeur d'huile bitumineuse, ce qui sembleroit marquer que le Succin est un Bitume, mais il y a certaines resines dont l'huile distillée a la même odeur.

Il y en a aussi, comme le Benjoin, qui donnent un sel volatil acide.

Mais on n'en connoît point qui donnent en même temps & un sel volatil acide, & une huile qui ait une odeur bitumineuse. Ainsi l'Academie a plus de penchant à croire que le Succin est un Bitume, & par conséquent un mineral.

Il est aisé de voir combien l'Academie auroit encore de connoissances à desirer, pour oser faire une détermination plus précise sur tout ce qui regarde le Succin. Il seroit bon de savoir

1°. *Si dans le voisinage des endroits d'où se tire le Succin, il n'y a pas quelque eau salée ou vitriolique.*

2°. *S'il se trouve ordinairement envelopé ou mêlé de quelque terre, ou substance particuliere.*

3°. *S'il y a quelques marques pour reconnoître dans la terre les endroits où il y a du Succin.*

4°. *Si le Succin fossile ne differe en rien de celui qui se trouve sur le bord de la Mer.*

5°. *Si l'on en tire du blanc de la terre, aussi-bien que du jaune, & si ce n'est point l'air ou la chaleur du soleil qui change le jaune en blanc.*

6°. *Si dans les mêmes endroits d'où se tire le jaune, on y en trouve aussi de noir.*

7°. *S'il est bien certain, comme le disent* Philippe Jacques Hartmann *dans son Histoire du Succin de* Prusse, & Bartholin *sur celui de* Dannemarc, *qu'il se trouve sous une espece de Terre foliée & semblable à des écorces d'arbres, & qu'il y soit accompagné d'une espece de bois fossile, où l'on ne distingue cependant ni moelle, ni fibres, ni nœuds, ni boutons.*

Tous ces faits bien averez donneroient de grandes lumieres sur la nature du Succin, & si M. le Cardinal Primat vouloit bien employer quelque habile homme à ces recherches, ce seroit à Son Eminence que l'Academie auroit l'obligation de ses connoissances les plus sûres en cette matiere.

ANA-

ANATOMIE.

SUR LA STRUCTURE DES REINS.

* C'Est le plus ſouvent aux Maladies, & principalement aux Maladies d'obſtruction qui dilatent les parties, que l'on doit la connoiſſance de leur ſtructure, toûjours fort délicate, & fort compliquée. Les plus grandes obſtructions ſont les plus favorables à la curioſité des Anatomiſtes; déja M. *Littre* avoit découvert par-là quelques particularitez remarquables de la ſtructure des Reins, ainſi qu'on l'a vû dans l'Hiſt. de 1702 †, mais depuis ce temps-là une occaſion plus heureuſe lui a fait voir encore plus à nud l'artifice de cette ſtructure. Nous en donnerons ici le deſſein, tel qu'il a paru à M. *Littre* dans ſon Obſervation.

Un Rein reſſemble à une grappe de raiſin. Il eſt tout compoſé de Veſicules membraneuſes, fort petites, fort ſerrées les unes contre les autres, attachées enſemble par des rameaux d'arteres, de veines, & de nerfs, qui ſe diviſent & ſe ſubdiviſent encore preſque à l'infini ſur leur ſuperficie, deſorte qu'ils l'embraſſent tou-

* Voyez les Memoires, pag 146. † Pag. 34. 35 & 36.

toute entiere, & même communiquent entre eux en plusieurs endroits. Chaque vesicule est composée de deux membranes, entre lesquelles sont des fibres charnues disposées en reseau, dont les intervalles sont occupez par de petits sacs rouges, pleins de sang. De chacun de ces sacs sort un petit conduit, & quatre ou cinq de ces conduits se joignant ensemble vers leur fin en forment un commun, qui se décharge dans une vesicule par un trou dont sa membrane interieure est percée. Il y a plusieurs trous semblables dans chaque vesicule.

Il est plus que vraisemblable que le sang de l'Artere Emulgente distribué dans tous les petits rameaux qui se répandent sur la membrane exterieure d'une Vesicule, & par ce moyen déja fort divisé, &, pour ainsi dire, attenué, entre dans les petits sacs, à qui il donne leur couleur rouge, que là il se filtre, & se separe d'avec la serosité qui fait l'Urine, que cette filtration est aidée par les contractions & les gonflements des fibres charnues qui enferment les petits sacs, qu'après la filtration la partie du sang qui demeure sang est reprise par les rameaux capillaires des veines, que la serosité separée entre par les conduits excretoires dans les vesicules, premiers receptacles de l'Urine.

De chaque vesicule part un conduit plus gros que ceux dont on a parlé jusqu'ici, & qui va du côté du Bassinet. Plusieurs conduits qui viennent des vesicules voisines se joignent en chemin, & forment un conduit commun qui aboutit dans le Bassinet, où se rend par conséquent l'Urine de toutes les vesicules. Après cela, tout le reste est visible, & connu.

Quelque gonflez que fussent les Reins sur les-

lesquels M. *Littre* a fait ses Observations, il n'a pû découvrir qu'avec le Microscope le plus grand nombre des particularitez que nous venons de remarquer.

On peut legitimement croire que les autres parties du Corps destinées à des filtrations sont à peu près disposées selon la même mechanique. La Nature est aussi uniforme qu'ingenieuse, & même d'autant plus ingenieuse, qu'elle est plus uniforme.

SUR UNE MATRICE DOUBLE.

* QUand l'uniformité de la Nature semble se démentir, rien ne doit plus exciter l'attention des Philosophes. M. *Littre* en dissequant une petite fille morte à l'âge de deux mois, trouva qu'elle avoit le Vagin partagé par une espece de cloison en deux cavitez égales, l'une à droite, l'autre à gauche, de maniere cependant que la cloison n'étoit entiere, & ne formoit deux cavitez absolument separées que depuis le milieu du Vagin jusqu'à la Matrice. Chacune de ces deux cavitez aboutissoit à une Matrice particuliere qui avoit son orifice, son cou, son fond, le tout parfaitement separé de la Matrice voisine, mais parfaitement semblable en figure, en consistance, en dimensions. Les deux Matrices depuis le cou,

* Voyez les Memoires, pag. 504.

cou, jusqu'à une certaine profondeur, n'étoient que comme une seule partagée en deux par une cloison, mais leurs fonds étoient entierement distincts, & détachez l'un de l'autre. Chaque Matrice n'avoit qu'une Trompe & qu'un Ovaire, qu'un Ligament rond, & qu'un Ligament large.

Les dispositions extraordinaires des parties internes doivent faire naître dans la Medecine des cas imprévûs, qui rompent toutes les mesures de l'art. Selon l'opinion commune assez confirmée par l'experience, la superfetation est impossible ou du moins très-difficile. Il paroît que, comme l'a cru *Hippocrate*, après la conception, le cou de la Matrice se resserre, & que son orifice se ferme de maniere à ne pouvoir plus laisser rien entrer. Ensuite se joint une autre cause; la semence ne peut plus aller de la Matrice dans les Ovaires par les Trompes, dont l'embouchure dans le ford de la Matrice est alors fermée par le Placenta du fœtus naissant, ou, si l'on veut, un Oeuf fécondé ne peut plus entrer dans la Matrice par une Trompe ainsi bouchée; car dans ces premiers temps la Matrice étant encore fort petite & fort étroite, le fond en est aisément occupé par le Placenta, toûjours d'autant plus grand à proportion, que le fœtus est plus petit. Enfin le fœtus devenu plus grand abaisse par son poids le fond de la Matrice, qui ne répond plus à l'orifice interne, & par conséquent la semence entreroit vainement dans la Matrice, & elle ne peut plus prendre la route des Trompes qui se sont trop abaissées avec le fond auquel elles sont attachées. Toutes ces raisons contraires à la superfétation supposent, comme l'on

l'on voit, une Matrice unique, mais elles n'auroient pas eu également lieu pour la petite fille de deux mois, si elle eût vécu. Peut-être la Dame dont on a parlé dans l'Hist. de 1702,* & qui paroît avoir eu une superfétation veritable, étoit-elle dans le même cas.

Il est très-utile de remarquer avec soin ces dispositions singulieres de parties. Il y a des occasions extraordinaires où toutes les regles sont à bout, & alors on peut conjecturer que l'irrégularité tient à quelque structure pareille, dont on connoît la possibilité, & se conduire par rapport à cette vûe. C'est par cette raison que M. *Littre* examine dans son Memoire les singularitez qui auroient pû arriver dans les accouchements de cette petite fille.

Si tous les Animaux ont été immédiatement formez par la main du Souverain Ouvrier, on ne peut guere s'empêcher de croire que tous ceux d'une même espece ont été formez entierement semblables, & que les configurations ou dispositions extraordinaires de parties viennent de quelques accidents fortuits du dévelopement des Oeufs, & les Monstres, du mélange de plusieurs Oeufs, ainsi qu'il a été expliqué dans l'Hist. de 1702.† Mais comment cette Matrice double a-t-elle pû être l'effet d'un accident fortuit du dévelopement ? il est difficile de l'imaginer. Ces accidents peuvent détruire, déplacer, alterer quelques parties, mais non pas en produire de nouvelles. Seroit-ce que deux Oeufs femelles se seroient attachez ensemble, & que toutes les parties de l'un auroient peri, excepté sa Matrice, qui par consé-

* Pag. 39. † Pag. 36.

séquent se seroit trouvée double dans le fœtus, resultant de ce mélange? cette supposition paroît un peu forcée, & peut-être cependant n'y a-t-il rien de plus recevable.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

UN garçon âgé de 17 ans tomboit du haut mal, plusieurs fois toutes les semaines, depuis fort long-temps. Son temperament étoit pituiteux, son visage bouffi & plombé, son esprit stupide, & cependant très-prompt à s'irriter, ce qui est ordinaire à ces sortes de Malades. Son dernier accès fut de cinq jours, pendant lesquels il demeura sans mouvement, sans parole, sans aucun sentiment, & tous les remedes qu'on lui fit furent inutiles. Après sa mort M. *Poupart* lui scia le Crane. Il trouva sous les Teguments beaucoup de sang épais & noir. Après avoir levé la moitié du Crane, il vit sous la Dure-mere une pituite, blanche, épaisse, & plus solide que de la gelée. La Dure-mere étoit tellement gonflée, & confondue avec cette pituite qui s'y étoit filtrée, qu'à peine l'en pouvoit-on démêler. Cette limphe endurcie entouroit toute la moitié de la partie superieure de la Dure-mere, qui sembloit n'être attachée au Crane que par cette espece de colle.

colle. La Dure-mere auroit été en assez bon état si sa surface n'avoit pas été legerement enduite d'une matiere gluante. La substance du Cerveau étoit fort belle, & même plus ferme qu'*elle* n'a coûtume d'être. On pourroit croire que la Dure-mere étant spongieuse suçoit, pour ainsi dire, les serositez du cerveau. Il n'y avoit rien d'extraordinaire dans les ventricules.

L'excessive quantité de Lymphe épaisse qui inondoit ce cerveau, & en appesantissoit les mouvements, paroît une cause naturelle de l'Epilepsie, & on n'auroit pas besoin d'en chercher d'autre, si ce mal n'étoit accompagné que de stupidité d'esprit, & d'une profonde melancolie. Mais, selon la remarque de M. *Poupart*, il y a des Epileptiques qui rient, qui chantent, qui dansent, quelques-uns même, sur tout des femmes, qui tiennent des discours agreables, & plus ingenieux qu'il ne leur appartient. La lymphe seule ne peut guere produire ces effets, mais peut-être aussi y a-t-il alors deux maladies compliquées, l'Epilepsie, & la Folie.

M. *Poupart* connoît un Epileptique, qui lors qu'il sent venir son mal, se frote le front avec la main, renverse tant qu'il peut sa tête en arriere en l'appuyant contre une muraille, & par ce moyen se garantit de la convulsion. Il est assez vraisemblable que par-là il donne un penchant à la lymphe, pour la faire couler hors de l'endroit qu'elle afflige.

II.

A cette occasion M. *Poupart* ajoûta qu'il connoissoit une fille Epileptique, qui aux premieres approches de son mal s'assied dans une chaise, y demeure immobile, sans parole, sans sentiment,

timent, les yeux ouverts, & ne se souvient nullement d'être tombée dans cet état, après qu'elle en est revenue. Si elle avoit commencé un discours que son accès ait interrompu, elle le reprend précisément au même endroit où elle l'avoit quitté, & elle croit avoir parlé tout de suite.

III.

Sur ce que quelqu'un avoit dit dans une Assemblée que la Dure-mere a un mouvement par lequel elle s'éleve, & s'abaisse, M. *Méry* ayant nié la possibilité du fait, & soûtenu que cette membrane est exactement collée à toute la superficie interieure du Crane, il apporta dans une Assemblée suivante le Crane d'un homme de 40 à 50 ans, tout fraichement mort, dans lequel on vit effectivement la Dure-mere adherente en toute son étendue.

IV.

M. *du Verney* le jeune ayant extirpé une tumeur carcinomateuse, grosse comme un œuf, qu'une fille de 24 ou 25 ans avoit à l'entrée du Vagina, il l'ouvrit, & au lieu de chairs ou de quelque autre substance de pareille nature, il ne trouva qu'une masse dure, blanchâtre, & qui ressembloit à un amas de tendons qu'on auroit batus, & comme colez ensemble. A l'endroit d'où cette tumeur avoit été enlevée, il ne paroissoit rien qui marquât qu'elle y eût jetté des racines.

V.

M. *Rempart* a parlé de deux gros Ligaments ronds, fort visibles, puisque dans les grandes personnes ils sont longs de plus d'un demi-pied, & dont cependant les Anatomistes n'ont point traité, apparemment parce qu'ils n'en ont

ont pas connu les usages. Ils sont attachez par un bout sur la crête de l'Os des Iles, par l'autre bout sur la crête de l'Os Pubis, & le milieu porte à faux. Ils font la fonction d'os en cet endroit, car ils soutiennent les trois grands Muscles de l'Abdomen, c'est-à-dire, l'Oblique externe, l'Oblique interne, & le Transverse. Leurs fibres tendineuses à peu près paralleles entre-elles vont s'attacher à ces Ligaments. Ils sont situez immédiatement au dessous des Anneaux.

La pensée de M. *Poupart* est qu'ils peuvent soûtenir & rompre en partie l'impulsion que de grandes toux, des sauts violents &c. donnent aux Intestins, & par-là les empêcher de s'insinuer entre les Anneaux, & de former des Hernies. De plus ces Ligaments tenant lieu d'Os, quelques Os que la Nature eût mis à leur place, le Ventre en auroit eu moins de liberté de s'étendre, sur tout dans les grossesses. Par ces raisons, M. *Poupart* appelle ces deux Ligaments *Suspenseurs de l'Abdomen*.

VI.

M. *Lémery* a apporté sur la foi de M. *Delisle* dont nous avons déja parlé, qu'un jeune Homme de 28. ans, sujet à des accès d'Epilepsie très-fâcheux, & très-frequents, avoit été gueri par de la Cervelle humaine qu'on lui avoit fait manger dans sa soupe pendant 10 ou 12. jours, sans qu'il le sût.

VII.

Une femme de 38. ans grosse de 7 mois, & pour la premiere fois, étant morte dans un mauvais travail, pendant lequel l'orifice interne de la Matrice ne s'étoit jamais dilaté au-delà de la largeur d'une piece de 4 sous,

M.

M. *Littre* lui fit ouvrir promptement le ventre & la Matrice, afin de baptiser l'enfant, & de lui sauver la vie, s'il étoit possible; mais il le trouva mort. Il chercha aussi-tôt la cause qui avoit empêché la dilatation de l'orifice interne, & il la découvrit sans peine. Il vit que le col de la Matrice étoit bouché dans son commencement par une substance glanduleuse, continue au corps de la Matrice, & percée seulement de quelques petits trous, par où avoit dû s'écouler le sang des Regles, & par où étoit entrée la partie la plus spiritueuse de la semence pour la génération de l'Enfant.

Il trouva dans l'Ovaire droit un trou rond, large à recevoir le bout d'une soye de Porc, & bordé d'une substance fort semblable à celle qu'on voit dans les cicatrices. Ce trou se terminoit dans une cellule ronde, large & profonde de 3 lignes, où il y avoit du sang noir & caillé, de la grosseur d'un pois. On peut croire que c'étoit de cette cellule, & par ce trou qu'étoit sorti l'œuf, & ce qui appuye encore cette conjecture, c'est que la Trompe de ce côté-là étoit plus dilatée, & avoit ses tuniques plus minces que l'autre.

VIII.

M. *Littre* a parlé d'un Polype, remarquable pour sa grandeur & pour son étendue, qu'il a vû dans un garçon de 13 ans. Ce Polype étoit contenu dans la cavité de l'oreillette droite du Cœur, sans y être attaché par aucun endroit. Il avoit deux branches, chacune environ de 4 lignes de grosseur, l'une se portoit aux parties superieures, & se continuant par le tronc superieur de la Veine Cave, par les Souclavieres, & les Jugulaires, alloit jusques dans les

Sinus lateraux de la Dure-mere, & jusque dans les Avantbras par les Axillaires; l'autre descendoit par le tronc inferieur de la Veine Cave, par les Iliaques, & les Crurales, jusqu'au milieu des Cuisses; toutes deux se divisoient presque en autant de rameaux que les Veines que nous venons de nommer.

IX.

Dans un Enfant de 9 jours mort d'un Polype qui bouchoit l'embouchure du Ventricule droit, comme un bouchon de figure conique, M. *Littre* n'a trouvé nulle apparence de Vesicule du fiel, quoique le Foye fût d'ailleurs très-bien formé, ainsi que toutes les autres parties. Les deux Arteres qui doivent se distribuer à cette Vesicule, se distribuoient au Foye à l'endroit où elle auroit dû être. Le Canal Hepatique, beaucoup plus gros que de coûtume, se terminoit à l'ordinaire par un seul tronc dans l'Intestin Duodenum.

X.

M. *Littre* a vû un garçon de 20 ans, qui étoit devenu sur le champ muet & sourd, pour avoir été serré fortement à la gorge par un homme robuste, avec qui il s'étoit battu. Tous les remedes qu'on avoit pû imaginer avoient été inutiles. Les Muets ordinaires ne le sont par aucun vice des Organes de la parole, mais seulement parce qu'ils sont nez sourds; celui-là est muet parce que les Organes de la parole sont alterez & blessez; il n'est point muet parce qu'il est sourd, mais muet & sourd par la même cause.

XI.

Le P. *Gouye* a dit qu'un Homme de sa connoissance, à qui on avoit fait l'operation pour une

une fistule à l'anus, ayant après cela une démangeaison universelle à la peau, qui l'empêchoit même de dormir, s'étoit avisé par une espece d'instinct de manger beaucoup de Laitue commune sans aucun aprêt, ce qui l'avoit gueri au bout de quelques jours, & lui avoit rendu le sommeil.

XII.

Un Criminel jeune & fort, qui devoit être roué, voulant prévenir son jugement, prit sa secousse de 15 pieds dans le cachot où il étoit enfermé, & la tête baissée, les mains derriere le dos, alla donner de la tête contre le mur opposé en courant de toute sa force. Il tomba sur la place roide mort, sans proferer une parole, ni pousser un seul cri.

M. *Littre* appellé pour visiter le Cadavre, commença par examiner la tête en dehors. Il fut surpris de n'y trouver aucune contusion, tumeur, playe, ni fracture. Il coupa & separa ensuite tous les Teguments du Crane au sommet de la tête, où le coup avoit été donné, selon le rapport de quelques autres Criminels du même cachot, qui avoient été témoins de l'action. Il examina ces Teguments par dedans, & n'y trouva pas plus d'alteration qu'en dehors. Il n'en remarqua même aucune aux Os du Crane, après les avoir découverts, sinon que la partie écailleuse de l'Os Temporal droit étoit écartée du Parietal d'environ un tiers de ligne, & cet écartement continuoit en quelques endroits jusqu'à deux lignes de profondeur, en d'autres jusqu'à une au plus. Il n'y avoit nulle apparence que ce fût-là une cause de mort, & encore moins d'une mort

si

ſi prompte, & par conſéquent il n'en paroiſſoit aucune juſque-là.

Il falut donc ſcier le Crane, & examiner le Cerveau. Mais l'étonnement de M. *Littre* augmenta, quand il y trouva tout dans un état naturel, &, pour ainſi dire, dans une parfaite ſanté. Seulement le Cerveau ne rempliſſoit pas à beaucoup près toute la capacité interieure du Crane, comme il fait ordinairement, & ſa ſubſtance auſſi-bien que celle du Cervelet, & de la Moelle allongée, étoit au toucher & à la vûe plus ſerrée & plus compacte que de coûtume. M. *Littre* s'aſſûra encore plus de ce fait en remettant à leur place les parties du Cerveau coupées, & la calotte du Crane par deſſus, ce qu'il fit très-aiſément, au lieu qu'on ne le pourroit faire qu'avec beaucoup de difficulté dans d'autres Cadavres.

Voilà la ſeule choſe à quoi l'on puiſſe rapporter la mort ſubite. Le Cerveau s'étoit affaiſſé très-conſiderablement par la violente commotion du coup, & comme il a peu de reſſort il n'avoit pû revenir de cet état, & par conſéquent la diſtribution des Eſprits dans tout le reſte du corps, neceſſaire pour tous les mouvements, avoit ceſſé dans l'inſtant. De-là M. *Littre* a tiré une raiſon fort naturelle, pourquoi il ne s'étoit fait aucune contuſion ſur les Teguments du Crane à l'endroit du coup. Une contuſion eſt formée par du ſang, qui circulant à ſon ordinaire ſort de quelques vaiſſeaux qu'il trouve rompus ou déchirez, & ſe fige dans les chairs. Ici le ſang avoit ceſſé de circuler dans le même moment qu'il pouvoit s'être rompu quelques Vaiſſeaux des Teguments, car le cœur avoit auſſi-tôt perdu ſon mouvement, faute d'Eſprits.

XIII.

XIII.

Un Enfant de deux ans & demi ayant joui jusque-là d'une santé parfaite, commença à tomber en langueur, la tête lui grossissoit peu à peu, & le reste du corps maigrissoit. Au bout de 18 mois il cessa de parler aussi distinctement qu'il avoit fait, il n'apprit plus rien de nouveau ; au contraire, toutes les fonctions de l'ame s'altererent à tel point qu'il vint à ne plus donner aucun signe de perception ni de memoire, non pas même de goût, d'odorat, ni d'ouïe. Il mangeoit à toute heure, & recevoit indifferemment les bons & les mauvais aliments. Il étoit toûjours couché sur le dos, ne pouvant soûtenir ni remuer sa tête qui étoit devenue fort grosse & fort lourde. Il dormoit fort peu, & crioit nuit & jour. Il avoit la respiration foible & frequente, & le poux fort petit, mais reglé. Il digeroit assez bien, & avoit le ventre libre. Il fut toûjours sans fiévre.

Il mourut après deux ans de maladie, & M. *Littre* l'ouvrit, mais avec une extrême précipitation, & beaucoup d'incommodité à cause de plusieurs circonstances particulieres.

Le Crane de cet Enfant étoit de plus d'un tiers plus grand qu'il ne devoit être naturellement à cet âge, & plus grand même de beaucoup que celui d'un Adulte. M. *Littre* le scia, & coupa la Dure-mere, & parce qu'il n'en vit point sortir d'eau, il fit un trou au Cerveau, par où sortit sur le champ une grande quantité d'eau claire, & sans mauvaise odeur. Toutes les parties du Cerveau étoient en leur entier, mais plus molles, plus humides, & plus dilatées, que dans l'état naturel. *L'Entonnoir* étoit large d'un pouce, & profond de deux, la *Glande*

Pituitaire avoit la dureté d'un Cartilage, la figure & la grandeur d'une Lentille. La *Moelle allongée* qui est comme une base commune du Cerveau & du Cervelet, du Cerveau par sa partie anterieure, & du Cervelet par la posterieure, étoit molle dans sa moitié anterieure, mais moins que le Cerveau. Le Cervelet étoit squirreux, ainsi que la moitié posterieure de la Moelle allongée, avec laquelle il étoit tellement confondu qu'ils ne formoient ensemble qu'une même masse blanche comme de la craye, & toute homogene, excepté que le dedans en étoit un peu moins blanc & plus dur que le dehors, & qu'il y restoit encore deux fort petits endroits dans l'état naturel. La Moelle de l'Epine, & les nerfs qui en sortent, aussi-bien que ceux de la Moelle allongée étoient plus petits & plus mous que de coûtume.

Les Anatomistes sont persuadez que la glande Pinéale & celle du *Plexus Choroïde* filtrent continuellement une Lymphe qui se ramasse dans l'Entonnoir, d'où elle passe dans les pores de la Glande pituitaire, & de ces pores, en partie dans les Veines, en partie dans les Vaisseaux Lymphatiques de cette glande. Les veines déchargent la Lymphe dans les Sinus lateraux de la base du Crane les plus proches, & qui se terminent aux Veines Jugulaires internes ; les Vaisseaux Lymphatiques, dans les Troncs Cervicaux Lymphatiques qui finissent aux Veines Souclavieres. Puisque dans l'Enfant dont nous parlons, le tissu de la Glande Pituitaire étoit devenu très-serré & très-compacte, M. *Littre* crut avec assez d'apparence que l'origine du mal avoit été l'obs-
truction

truction de ses pores, comblez par quelques matieres épaisses & visqueuses, & que cependant la Glande pinéale, & celles du Plexus choroïde continuant toûjours à faire leurs fonctions, la Lymphe qu'elles filtroient n'ayant plus d'issue, avoit dû regorger & s'amasser dans l'Entonnoir & dans les Ventricules du Cerveau, & étendre peu à peu ces cavitez jusqu'à les rendre enfin capables de contenir deux pintes & demie de lymphe.

Le Cervelet squirreux, aussi-bien que la moitié de la Moelle allongée qui lui répond, prouvent que ces parties ne sont pas si necessaires à la vie qu'on le croit ordinairement. Il leur a falu un temps considerable pour s'endurcir & pour se petrifier, ces sortes de changements sont toûjours lents, & par conséquent elles ont dû être assez long-temps à peu près dans le même état où M. *Littre* les a trouvées; cependant l'Enfant vivoit & conservoit plusieurs fonctions vitales. Le Cerveau & la Moelle de l'Epine filtroient donc par leurs glandes les Esprits necessaires, & les distribuoient par des nerfs, dont elles doivent être l'origine. Cela revient à ce qui a déja été dit dans l'Hist. de 1703. * Il n'est pas étonnant que dans un Sujet dont le Cerveau étoit inondé, & le Cervelet presque petrifié, les fonctions qui dépendent précisément de l'Ame ayent été les plus alterées.

XIV.

A cette occasion M. *Dodart* a rapporté un exemple beaucoup plus extraordinaire de la dépendance où sont les fonctions spirituelles de l'Ame

* pag. 33. & 34.

l'Ame à l'égard des difpofitions materielles du Cerveau. Un Enfant de 8 ans qui apprenoit le Latin parfaitement bien, oublia tout d'un coup prefque tout ce qu'il en favoit, quand les grandes chaleurs de 1705. commencerent. Deux ou trois jours de fraicheur lui rendirent la memoire, & il la perdit une feconde fois par la chaleur qui revint.

M. *Du Verney* a fait voir fur l'accouplement des Infectes Hermaphrodites, tels que les Limaçons, les Limaces, les Vers de terre, les Sang-fues &c. plufieurs particularitez nouvelles. Il travaille à en donner des defcriptions, & des figures exactes. On verra par la merveilleufe & finguliere Mechanique de ces Animaux, combien ils font injuftement méprifez.

M. *Du Verney* a auffi fait part de quelques Obfervations nouvelles qu'il a faites fur l'Oreille, & qui font des efpeces d'Additions au Traité qu'il a publié fur cette partie.

M. *Du Hamel* continuant fon Hiftoire Anatomique, a expofé les fentiments des Anciens & des Modernes fur la Structure & l'Action des Mufcles, feuls organes de tous les mouvements dans les Animaux.

---

* NOus renvoyons aux Memoires les Obfervations de M. *Littre* fur des Playes qu'un

* Voyez les Memoires, pag. 40.

qu'un Homme s'étoit faites au Ventre dans un accès de folie.

* Et ce que M. *Poupart* a donné sur les Ecumes printanieres, ou, ce qui est la même chose, la Description d'un Insecte nommé, *Formica pulex*.

* Voyez les Memoires, pag. 162.

CHIMIE.

SUR LE CAMPHRE.

* UN Mixte n'est connu, que quand il a été bien tourmenté par la Chimie, & pour ainsi dire, mis à la question. C'a été de cette maniere que M. *Lémery* a examiné le Camphre, qui meritoit assez ce travail par les usages qu'il a dans la Medecine. On s'en sert pour la carie des os, pour déterger les playes, & pour resister à la gangrene.

Le Camphre est une Resine qui coule du tronc & des grosses branches d'un Arbre semblable au Noyer, que l'on trouve dans l'Isle de *Borneo*, & à la *Chine*. Elle se fige au pied de cet arbre en petits grains secs, friables, legers, blancs, transparents, d'une odeur forte & pénétrante, d'un goût acre tirant sur l'amer, & échauf-

* Voyez les Memoires, p. 47.

échauffant beaucoup la bouche. Plusieurs grains tombant les uns sur les autres se collent legerement ensemble, & font des masses plus ou moins grosses, qui étant un peu pressées entre les doits s'égrenent aisément. On les ramasse doucement, en prenant garde qu'il ne s'y mêle de la terre, ou quelques autres ordures. C'est cettte matiere qu'on appelle Camphre brut. On le raffine en *Hollande*, & on est si persuadé que les *Hollandois* seuls en ont le secret, que quand nos Marchands ont du Camphre brut, ils le leur envoyent pour le raffinage, mais M. *Lémery* en a fait l'operation qui est la plus simple & la plus facile du monde, & il ne tient plus qu'à nous de revenir d'une prévention trop favorable aux Etrangers. Le Camphre est très-combustible, & il brûle même sur l'eau. On s'en sert dans les feux d'artifice, & c'étoit le principal ingredient qui entroit dans le feu Gregeois, dont on faisoit autrefois tant d'usage. On s'aperçoit que le Camphre diminue toûjours à être gardé, tant ses parties sont volatiles, & de-là vient que les Marchands l'envelopent dans de la graine de Lin, dont la viscosité peut arrêter les premieres parties qui s'évaporent, & par conséquent en empêcher d'autres de s'évaporer.

M. *Lémery* a fait toutes ses operations sur le Camphre brut, qui est assez rare en *France*. Il a voulu séparer les principes de ce mixte, sans y mêler aucune matiere étrangere qui facilitât leur desunion, mais il n'en a jamais pû venir à bout. Ces principes, qui selon toutes les apparences sont une huile, & un sel volatil, sont trop étroitement liez ensemble; ainsi tout s'est réduit à de simples Dissolutions ou Sublima-

tions du Camphre, pareilles à celles des Metaux ou des Mineraux, lorsque leur tissu interieur n'est point décomposé. Voici le resultat des principales operations de M. *Lémery*.

Le Camphre ne se dissout point par les liqueurs aqueuses, & flegmatiques, mais par les sulphureuses, & cela lui est commun avec tous les autres mixtes sulphureux, du moins quant à la partie par laquelle ils le sont.

Si l'on met le feu à une dissolution de Camphre par l'Esprit de vin, on voit une flame bleuâtre, produite par l'Esprit de vin qui brûle le premier; à mesure qu'il se consume, le Camphre paroît comme en masse, & lorsqu'il est entierement consumé, la flame ne discontinue pas, mais seulement elle devient blanche, parce qu'alors c'est le Camphre qui brûle. Cette dissolution du Camphre par l'Esprit de vin étant mise dans l'eau, le Camphre se revivifie en une espece de beurre très-blanc, parce que l'eau affoiblit l'Esprit de vin, qui tenoit le Camphre dissous.

On sait que l'Esprit de vin & l'Esprit volatil de Sel Armoniac mêlez ensemble cessent d'être liqueurs, & font un *coagulum* assez ferme. M. *Lémery* a éprouvé qu'en jettant dans la dissolution du Camphre par l'Esprit de vin de l'Esprit de Sel armoniac fait avec le Sel de tartre, il se faisoit dans le moment un caillé fort blanc, & qu'en y jettant de l'Esprit de sel armoniac fait avec la chaux, il ne se faisoit qu'un leger précipité qui se dissolvoit en peu de temps. Quoique l'Huile de Tartre soit un Alcali aussi-bien que l'Esprit de Sel armoniac, elle ne produit aucun effet sur la dis-

dissolution du Camphre par l'Esprit de vin.

L'Esprit ou Huile éthérée de Terebenthine, & l'Huile d'Olive, qui sont, aussi-bien que l'Esprit de vin, des liqueurs sulphureuses, dissolvent aussi le Camphre. Elles n'en dissolvent toutes deux que le quart de leur poids.

En faisant distiller ces dissolutions, on voit la differente legereté ou pesanteur des differentes substances dont elles sont composées ; car il est évident que dans une même dissolution, la substance qui s'éleve la premiere par la distillation, ou s'éleve seule, est la plus legere, & que celles qui s'élevent ensemble le sont également. Par-là, M. *Lémery* a reconnu que le Camphre est plus pesant que l'Esprit de vin, aussi pesant que l'Huile de Terebenthine, & moins que l'Huile d'Olive.

Voilà ce qui regarde la dissolution du Camphre par les liqueurs sulphureuses; il restoit à l'examiner par les liqueurs acides & par les alcalines.

Il ne se dissout point du tout par les alcalines, telles que l'Huile de Tartre, & l'Esprit de Sel armoniac.

Il ne se dissout point non plus par certaines liqueurs acides, telles que l'Esprit de Vitriol, l'Esprit d'Alun, le Vinaigre distillé; il ne fait que se sublimer au haut du Matras sans aucun changement. Il se dissout par quatre fois autant d'Huile de Vitriol noire, parce qu'elle contient un peu de Souffre. Il se dissout imparfaitement & à demi par trois fois autant de bon Esprit de Sel, mais il se fait une dissolution parfaite par deux fois autant d'Esprit de nitre. Le Camphre est la seule Resine connue qui se dissolve par cet Esprit, ce qui est à remarquer.

 Cette

Cette dissolution est ce qu'on appelle ordinairement Huile de Camphre, & c'est à cette Huile qu'appartiennent les vertus medicinales dont nous avons parlé d'abord. L'usage n'est pas de la prendre interieurement, on l'a redoutée à cause de son acreté un peu corrosive, mais M. *Lémery* n'a pas laissé d'en faire prendre quelques gouttes par la bouche, dans des maladies d'obstruction, & dans des vapeurs de Mere, & il n'en a vû que de bons effets. Il est vrai qu'il l'a presque toûjours mêlée avec autant d'Huile de Karabé.

L'Huile de Camphre n'étant que ce que nous avons dit, il est aisé de prévoir que si on y jette de l'Huile de Tartre, ou de l'Esprit de Sel armoniac, il se fera des coagulations, & que le Camphre se revivifiera, parce que les acides du nitre qui le tenoient dissous, l'abandonneront, & se joindront aux Alcali de ces deux liqueurs, ou parce que les pointes du nitre auront été rompues par les Alcali.

SUR LA
GRATIOLE.

* LES Remedes qui nous viennent de loin sont peut-être en une trop grande estime, & ceux de ce pays-ci trop négligez. Ce qui est éloigné, de quelque maniere qu'il le soit, nous impose presque toûjours. Cette reflexion a fait suspendre à M. *Bouldue* le travail qu'il

* Voyez les Memoires, pag. 245.

qu'il avoit commencé sur les Purgatifs étrangers, & dont on a vû de grands morceaux dans les Hist. de 1700 *, 1701 † & 1702 ‡. Il a passé aux Purgatifs de nos climats, & pour suivre toûjours le même dessein dans ce changement, il a étudié les plus violents, ou ceux qu'on craint le plus d'employer.

Il s'est d'abord attaché à la Gratiole. C'est une Plante, dont les Medecins n'osent faire beaucoup d'usage, mais M. *Boulduc* s'est gueri de cette crainte par une longue experience. Outre les vertus qu'on lui connoissoit de faire vuider les eaux par haut & par bas, prise en substance, ou en infusion, & de nettoyer les playes, ausquelles on l'applique, il a trouvé qu'infusée dans le lait, elle réussissoit très-bien pour l'Hydropisie ascite, & chassoit les Vers, & faisoit ces deux effets sans aucune violence, & deplus que la racine prise en poudre au poids de demi gros étoit presque aussi bonne pour la Dyssenterie que l'Ipecacuanha, pourvû que le mal ne fût pas trop inveteré. Cette Plante est extrémement amere, & peut-être est-ce de là que vient sa vertu contre les Vers. Outre l'amertume, sa racine paroît encore astringente au goût, ce qui peut la rendre propre pour la Dyssenterie.

M. *Boulduc* a travaillé ce Mixte de plusieurs manieres differentes. D'abord il a tiré par une forte expression le suc de la Plante verte, les racines n'y étant pas comprises. De ce suc, depuré selon toutes les regles de l'Art, il en fit un Extrait fort solide, d'un goût salé acide, laissant sur la fin un peu d'amertume avec acreté

* Pag. 59. † pag. 72. ‡ pag. 59.

acreté & astriction. Il l'essaya sur des Malades avec les précautions necessaires. Cet Extrait purge, mais moins que l'on n'auroit cru, suivant l'idée que l'on a communément de la Gratiole. Il ne fait point vomir, & pousse beaucoup par les urines.

Le suc étant tiré, il étoit resté un marc fort amer, ce qui fit juger à M. *Boulduc* qu'il ne devoit pas être sans vertu. Il en fit donc un autre Extrait, qui fut bien moins salé acide que le premier, mais beaucoup plus amer, & plus âpre. Il purgea beaucoup plus à même dose.

Jusqu'ici on s'est contenté des Extraits des sucs des Plantes, & on a negligé le marc comme inutile, mais il paroît que c'étoit une erreur à l'égard des Plantes qui ont beaucoup de suc, & dont par conséquent le marc en retient une quantité considerable. L'Extrait du marc de la Gratiole non seulement eut plus de vertu, mais encore fut en plus grande quantité que celui de son suc. M. *Boulduc* a fait la même experience sur le Syrop de fleurs de Pêcher, & de Roses, le Syrop de la décoction du marc paroît aussi purgatif, & même davântage.

Il est assez vrai-semblable que le suc chargé du sel essentiel de la Plante n'est point en état de dissoudre & d'entraîner les principes actifs, qui restent dans les parties ligneuses de la Plante, c'est-à-dire, dans le marc. Ils doivent le plus souvent être les mêmes & conditionnez de la même maniere que ceux qui ont passé d'abord avec le suc, principalement quand la Plante est fort succulente, mais ils pourroient aussi être differents. L'experience seule peut décider sur ce point, & il suffit que l'on soit averti de la possibilité de cette difference.

Cet-

Cette maniere d'examiner une Plante par le suc qui en sort, ou par le marc qui reste, est la plus simple de toutes. M. *Bouldue* passa ensuite à d'autres operations, & appliqua à la *Gratiole* les deux grands Dissolvants, l'Eau & l'Esprit de vin. Alors la Plante étoit seche.

Comme l'Eau tire beaucoup plus de la Gratiole que ne fait l'Esprit de vin, il est certain que cette Plante a plus de parties salines que de sulphureuses. Sur tout, c'est dans la racine que les Sels dominent le plus.

L'Extrait fait avec l'Esprit de vin purge plus violemment que celui qui est fait avec l'Eau, ce que l'on voit qui convient à la nature des Souffres. L'Extrait de la racine purge moins que celui des fueilles, l'un & l'autre étant fait avec l'Eau. Peut-être la vertu de la racine est-elle affoiblie par la quantité d'humidité superflue dont elle est abreuvée, ou plûtôt noyée. 14 onces de la racine verte ne pesent plus, étant bien sechées, que 3 onces & demie.

SUR LA GENERATION DU FER.

* TRouver le dénouement des anciennes difficultez, c'est sans doute un progrès dans les Sciences, mais c'en est un aussi que de trouver des difficultez nouvelles, & encore plus

* Voyez les Memoires, pag. 478.

plus d'en trouver où il n'en paroissoit point du tout. M. *Geoffroy* demande ici aux Chimistes, si l'on peut avoir des Cendres, où il n'y ait nul mélange de fer? apparemment on sera étonné de la Question, car d'où pourroit venir l'impossibilité? Pourquoi des cendres de bois brûlé contiendroient-elles du fer? cependant le fait est qu'elles en contiennent toûjours, du moins toutes celles que M. *Geoffroy* a examinées, & voici à quelle occasion il s'en est aperçû.

* Il avoit fait du Fer artificiel, composé, comme le Souffre commun, du Souffre principe, ou d'une matiere inflammable, d'un Sel vitriolique, & d'une Terre. Pour recommencer cette experience, & pour s'en assurer davantage, il chercha une Terre, ou des Cendres parfaitement dépouillées de Sels vitrioliques, & sur tout de parties ferrugineuses, puisque son intention étoit de faire du Fer, mais quelques précautions qu'il prît, quoiqu'il fît des Cendres dans des lieux où il n'y avoit point de Fer, & qu'il les fît d'un bois qui n'avoit point été scié avec du Fer, jamais il ne les put avoir entierement exemptes de particules de Fer, si du moins on peut compter pour telles des particules qui s'attachent à l'Aiman, ce qui paroît hors de doute.

Il n'est guere vraisemblable que ces parcelles de Fer, pesantes comme elles sont, & si peu homogenes à la séve des Plantes, ayent pû monter avec elles dans le bois, dont on a fait les cendres. Seroit-ce donc que toutes les fois que du bois brûle, il se produit du Fer, par le mê-

* Voyez l'Hist. de 1704. pag. 48.

mêlange des trois matieres dont il est formé? M. *Geoffroy* commence à le conjecturer, & rien ne s'accorderoit mieux avec la pensée qu'il a déja eue sur son Fer artificiel, mais avant toutes choses il faut être bien sûr s'il n'y a point de Cendres sans Fer. Ne point précipiter les Systêmes est une des grandes difficultez de la Philosophie.

DIVERSES OBSERVATIONS CHIMIQUES.

M. *Lémery* a eu entre les mains un Sel tiré du Mont *Vesuve*, & que l'on appelle Sel Armoniac naturel. Il étoit compacte, assez pesant, d'une grande blancheur, crystallin en dedans, ne s'humectant pas beaucoup à l'air, sans odeur, d'un goût salé acre, & approchant beaucoup de celui du Sel Armoniac. M. *Lémery* l'a essayé de differentes manieres. Entre autres experiences, il l'a mêlé avec trois fois autant d'Esprit de nitre, & en a fait de l'Eau regale, toute pareille à celle qu'on auroit faite avec le Sel Armoniac ordinaire. Il lui a encore trouvé plusieurs effets du Sel armoniac, & même du Sel marin, ce qui n'est pas surprenant, puisque dans le Sel armoniac, tel que nous l'avons, il y entre, outre sa partie urineuse, alcaline, & volatile, une partie fixe de Sel marin. M. *Lémery* croit que son Sel du *Vesuve* n'est qu'un Sel fossile, semblable à ce-

lui que la Mer a diſſous, ſublimé au haut de la Montagne par les feux ſoûterrains.

II.

M. *Homberg* a dit que le Caillou, & le Marbre, expoſez ſeparément au Miroir ardent du Palais Royal, ſe calcinent, & que mis en poudre & mêlez enſemble, ils ſe fondent.

III.

M. *Lémery* a examiné l'Eau minerale de *Vezelay* en *Bourgogne*. Il reconnut d'abord par les Eſſais Chimiques qu'elle ne devoit avoir ni Sel vitriolique, ni aucun autre acide, du moins en une quantité conſiderable, ni aucun alcali manifeſte & dévelopé. Et en effet, après l'avoir diſtillée au Bain-Marie, il trouva ſur 4 livres d'eau 2 gros & 2 grains d'un Sel gris, tout ſemblable au Sel marin, or on ſait que le Sel marin n'eſt ni un acide ni un alcali, mais un composé des deux. Le Sel de l'Eau de *Vezelay* contenoit encore quelque terre, ou, ce qui revient au même, quelque partie alcaline, qui n'avoit point été pénétrée par un acide, car il bouillonnoit un peu avec l'Eſprit de vitriol, & M. *Lémery* l'ayant purifié & en ayant ſeparé un peu de terre griſe, ce bouillonnement n'arriva plus.

Le Sel gris, quoique plus terreſtre, avoit un goût plus ſalé & plus piquant, qu'après avoir été purifié, parce que les operations employées pour le purifier en avoient briſé ou emporté les pointes les plus ſubtiles & les plus actives. C'eſt ainſi que le Sel Marin formé par coagulation dans les Marais ſalants de la *Rochelle*, quoique mêlé avec de la terre griſe, eſt plus ſalé & plus fort que celui qu'on tire par évapora-

poration en *Normandie*, & qui eſt plus pur & plus blanc.

IV.

M. *Lémery* a auſſi examiné l'Eau minerale de *Carenſac* dans le bas *Rouergue*. Elle a un goût tant ſoit peu acre & vitriolique, elle eſt froide, & ſans odeur. 12 onces de cette eau, étant évaporées, laiſſent 18 grains d'un Sel gris, tirant ſur le blanc, ſalé, & un peu vitriolique. Elle eſt aperitive & purgative, on s'en ſert comme de l'Eau de Forges.

---

* M. *Homberg* a donné le Traité du Souffre principe, qui fait partie de ſes Elements de Chimie, & que nous avions annoncé dans l'Hiſt. de 1703.†

* Voyez les Memoires, pag. 117. † Pag. 57.

---

* LEs Experiences de M. *Geoffroy* ſur les Diſſolutions & les Fermentations froides, dont il a été parlé dans l'Hiſt. de 1700 † parurent à M. *Amontons* ſi importantes pour le Syſtême du Chaud & du Froid, que quand il eut trouvé ſon nouveau Thermometre, plus exact & plus ſûr que l'ancien, il s'en ſervit à les repeter, & voulut même que ce fût dans les Caves de l'Obſervatoire, parce que la temperature de l'air y étant toûjours à peu près égale, on ne pourroit ſoupçonner que les changements de l'air exterieur euſſent aucune part aux effets que l'on verroit. Le détail de ces Experiences eſt dans les Memoires.

* Voyez les Memoires, p. 111. † Pag. 67.

BOTANIQUE.

OBSERVATION BOTANIQUE.

M. LIPPI dont nous avons déja parlé,* étant à *Malte* y vit la Plante nommée *Fungus coccineus Melitensis tiphoïdes. Boac. rar. plant.* Quoiqu'il n'eût pû la voir jusque-là que seche, il n'avoit pû se persuader que ce fût un Champignon; ses racines ligneuses, le vermeil & la solidité de sa chair, le duvet serré qui la tapisse, & ses graines lui sembloient contraires au nom qu'elle porte. Il fut confirmé dans sa pensée par la vûe de la Plante; & comme elle est rare, il la dessina exactement, pour la pouvoir mieux consulter aux Botanistes, & trouver avec eux à quel genre on la doit rapporter. En attendant il en envoya par avance une petite Description à M. *Dodart*.

* Pag. 45.

M. *Chomel* a donné la Description de l'Eupatorium.

* Nous

* NOus renvoyons aux Memoires. De nouveaux genres de Plantes dont les Botanistes n'ont point encore assigné le caractere essentiel, & que M. *Tournefort* propose.

† La Description qu'il a faite de l'Oeillet de la Chine. ‡ Et son Traité des Maladies des Plantes.

* Voyez les Memoires, p. 310.
† Voyez les Memoires, pag. 348.
‡ Voyez les Memoires, pag. 437.

ARITHMETIQUE.

SUR LES QUARREZ MAGIQUES.

* TOus les Nombres qui composent un nombre quarré quelconque, par exemple 1. 2. 3. 4. &c. jusqu'à 25, inclusivement, qui composent le nombre quarré 25, ayant été disposez de suite dans une figure quarrée de 25 cellules, chacun dans la sienne; si après cela on change l'ordre de ces nombres & qu'on les dispose dans les cellules de façon que les 5 nombres qui composeront une bande horisontale

* Voyez les Memoires, pag. 166. & 480.

tale de cellules quelconque, étant ajoûtez ensemble fassent toûjours la même somme que les 5 nombres qui composeront toute autre bande de cellules soit horisontale, soit verticale, & même que les 5 qui composeront chacune des deux bandes diagonales, cette disposition de nombres s'appelle un *Quarré Magique*, & s'oppose à la premiere disposition qu'on appelle *Quarré Naturel*.

On pourroit croire que les Quarrez Magiques ont eu ce nom, parce que cette proprieté de toutes leurs bandes, qui prises en quelque sens que ce soit font toûjours la même somme, a paru fort surprenante, sur tout dans certains siecles où les Mathematiques étoient suspectes de Magie; mais il y a aussi beaucoup d'apparence que ces Quarrez ont encore mieux merité leur nom par des operations superstitieuses où ils ont été employez, telles que la construction des Talismans, car selon la puerile Philosophie de ceux qui donnoient des vertus aux Nombres, quelle vertu ne devoient pas avoir des Nombres si merveilleux?

Ce qui a donc commencé par être une vaine pratique de Faiseurs de Talismans ou de Devins, est devenu dans la suite le sujet d'une recherche serieuse pour les Mathematiciens; non qu'ils ayent crû qu'elle les pût mener à rien d'utile ni de solide, les Quarrez Magiques se sentent toûjours de leur origine sur ce point, ils ne peuvent être d'aucun usage; ce n'est qu'un jeu dont la difficulté fait le merite, & qui peut seulement faire naître sur les Nombres quelques vûes nouvelles, dont les Mathematiciens ne veulent pas perdre l'occasion.

Manuel Moschopule Auteur *Grec* peu ancien est

est le premier que l'on connoisse qui ait parlé des Quarrez Magiques, & par le temps où il vivoit, on peut soupçonner qu'il ne les a pas regardez en simple Mathematicien. Il a donné quelques Regles pour les construire. On trouve dans le Livre d'*Agrippa*, que l'on a tant accusé de Magie, les Quarrez des 7 nombres, qui sont depuis 3 jusqu'à 9, disposez magiquement, & il ne faut pas croire que ces 7 nombres ayent été préferez à tous les autres sans une grande raison. C'est que leurs Quarrez sont *Planetaires* selon le Systême d'*Agrippa*, & de ses pareils. Le quarré de 3 appartient à Saturne, celui de 4 à Jupiter, celui de 5 à Mars, celui de 6 au Soleil, celui de 7 à Venus, celui de 8 à Mercure, celui de 9 à la Lune. M. *Bachet de Meziriac* de l'Academie Françoise, & qui auroit eu aussi une des premieres places dans celle des Sciences, si elle eût été établie de son temps, étudia les Quarrez Magiques, sur l'idée qu'il en avoit prise par les Quarrez Planetaires d'*Agrippa*, car il ne connoissoit point l'Ouvrage de *Moschopule* qui n'est que manuscrit dans la Bibliotheque du Roi. Il trouva sans le secours d'aucun Auteur qui l'eût précedé une Methode pour les Quarrez dont la racine est impaire, comme pour 25, 49 &c. mais il ne put rien trouver qui le contentât sur ceux dont la racine est paire.

Après lui vint feu M. *Frenicle* de l'Academie des Sciences, si fameux par sa profonde capacité, & par ses grandes découvertes sur les Nombres. Un habile Algebriste avoit cru que les 16 nombres qui composent le quarré de 4, pouvant être disposez de 20922789888000 manieres differentes dans un Quarré Magique ou non

Ma-

Magique, ce qui est certain par les regles des Combinaisons, ne pouvoient être disposez differemment dans un Quarré Magique qu'en 16 manieres; mais M. *Frenicle* fit voir qu'il y en avoit encore 864 de plus, augmentation presque incroyable, d'où il est aisé de conclurre combien sa methode devoit être superieure à celle qui n'avoit produit que la 55eme partie des Quarrez Magiques qu'il trouvoit.

Il s'avisa d'ajoûter à cette recherche une difficulté qui n'y avoit point encore eu de lieu. Le Quarré Magique de 7, par exemple, étant construit, & ses 49 cellules remplies, si on en retranche les deux bandes horisontales de cellules, & les deux verticales les plus éloignées du milieu, c'est-à-dire, toute l'*Enceinte* exterieure du Quarré, il restera un quarré dont la racine sera 5, & qui n'aura que 25 cellules. Il ne sera pas étonnant que ce petit quarré ne soit plus magique, car les bandes du grand n'étoient, pour ainsi dire, obligées à faire toutes la même somme, que prises dans leur tout, & avec les 7 nombres qu'elles renfermoient chacune dans leurs 7 cellules, mais ayant été mutilées chacune de deux cellules, & ayant perdu 2 de leurs nombres, il peut bien arriver, & c'est ce qui doit être sans comparaison le plus ordinaire, que leurs restes ne fassent plus par tout une même somme. M. *Frenicle* voulut qu'une Enceinte d'un Quarré Magique étant ôtée, & même telle Enceinte qu'on voudroit, lorsqu'il y en a assez pour cela, ou enfin plusieurs Enceintes à la fois, le Quarré restant fût encore magique, & sans doute cette nouvelle condition rendoit ces Quarrez beaucoup plus magiques qu'ils n'avoient jamais été.

Il

Il renversa aussi cette condition. Il voulut qu'une certaine Enceinte prise à volonté, ou plusieurs, fussent inséparables du Quarré, c'est-à-dire qu'il cessât d'être magique si on les ôtoit, & non, si on en ôtoit d'autres. M. *Frenicle* ne donne point de démonstration générale de ses methodes, & quelquefois il ne se conduit qu'en tâtonnant. Il est vrai que son Traité des Quarrez Magiques n'a pas été donné au public par lui-même. Il ne parut qu'après sa mort, & fut imprimé par M. *de la Hire* en 1693.

M. *Poignard*, grand Chanoine de *Bruxelles*, publia en 1703 un Livre sur les Quarrez Magiques, qu'il appelle *Sublimes*. M. *de la Hire* l'examina, & en rendit compte à l'Academie. Il y a dans cet Ouvrage des methodes fort ingenieuses, & beaucoup de nouveauté. Jusqu'ici on n'avoit construit les Quarrez Magiques que pour des suites de Nombres naturels qui remplissoient un Quarré; mais à cela M. *Poignard* fait deux innovations qui embellissent & qui élevent le Problême. 1°. Au lieu de prendre tous les nombres qui remplissent un quarré, par exemple les 36 nombres consecutifs qui rempliroient toutes les cellules d'un Quarré naturel dont le côté seroit 6, il ne prend qu'autant de nombres consecutifs qu'il y a d'unitez dans le côté du quarré, c'est-à-dire ici 6 nombres, & ces 6 nombres seuls il les dispose de maniere dans les 36 cellules, qu'aucun ne soit repeté deux fois dans une même bande soit horisontale, soit verticale, soit diagonale, d'où il suit necessairement que toutes les bandes, prises en quelque sens que ce soit, font toûjours la même somme. M. *Poignard* appelle cela Progression *repetée*. 2°. Au lieu de ne prendre

dre ces nombres que selon la suite des Nombres naturels, c'est-à-dire en progression Arithmetique, il les prend aussi en progression Géometrique, & en progression Harmonique, mais avec ces deux dernieres progressions il faut necessairement que la *Magie* soit differente de ce qu'elle étoit. Dans les Quarrez remplis par des nombres en progression Géometrique, elle consiste en ce que les produits de toutes les bandes sont égaux, & dans la progression Harmonique, les nombres de toutes les bandes suivent toûjours cette progression. M. *Poignard* fait également des Quarrez de ces trois progressions repetées.

La Lecture & l'examen de cet Ouvrage ont donné occasion à M. *de la Hire* de rappeller des idées qu'il avoit eues autrefois sur les Quarrez Magiques, & d'y en ajoûter un grand nombre de nouvelles.

Il considere d'abord les Quarrez impairs. Tous ceux qui ont travaillé sur cette matiere ont trouvé plus de difficulté dans la construction des Quarrez pairs, & par cette raison M. *de la Hire* les garde pour les derniers. Ce plus de difficulté peut venir en partie de ce qu'on prend les nombres en progression Arithmetique, or dans cette progression si le nombre des termes est impair, celui du milieu a certaines propriétez qui peuvent être commodes. Par exemple, étant multiplié par le nombre des termes de la progression, ce produit est égal à la somme de tous les termes.

M. *de la Hire* propose une methode générale pour les Quarrez impairs, & elle a quelque rapport avec la Theorie des Mouvements composez, si utile & si féconde dans la Mechanique.

Com-

Comme elle consiste à décomposer les mouvements, & à les resoudre en d'autres plus simples, de même la methode de M. *de la Hire* consiste à resoudre en deux quarrez plus simples & *primitifs*, le quarré qu'il veut construire. Mais il n'étoit pas si aisé de découvrir ou d'imaginer ces deux quarrez primitifs dans le quarré composé ou *parfait*, qu'il l'est d'appercevoir dans un mouvement oblique un mouvement parallele, & un perpendiculaire.

S'il faut, par exemple, remplir magiquement avec les 49 premiers nombres de la progression naturelle les 49 cellules d'un quarré qui a 7 de racine, M. *de la Hire* prend d'un côté les 7 premiers nombres depuis l'unité jusqu'à la racine 7, & de l'autre 7 & tous ses multiples jusqu'à 49 exclusivement, & comme il n'a par-là que 6 nombres il y joint 0, ce qui fait cette progression Arithmetique de 7 termes, aussi-bien que la premiere, 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42.

Ensuite avec sa premiere progression repetée à la maniere de M. *Poignard* il remplit magiquement le quarré de 7 de racine. Pour cela il écrit d'abord dans les 7 cellules de la premiere bande horisontale les 7 nombres proposez, selon tel ordre que l'on veut, car cela est absolument indifferent, & il est bon de remarquer ici que ces 7 nombres seuls peuvent être arrangez en 5040 manieres differentes dans une seule bande. L'arrangement qui leur sera donné dans la premiere bande horisontale, quel qu'il soit, est le fondement de celui qu'ils auront dans toutes les autres. Pour la seconde bande horisontale, il faut mettre dans sa premiere

miere cellule, ou le 3eme, ou le 4eme, ou le 5eme, ou le 6eme, qui suit le premier de la premiere bande horisontale, & après cela écrire les 6 autres de suite. Pour la troisiéme bande horisontale, on observe à l'égard de la seconde, le même ordre qu'on a observé pour la seconde à l'égard de la premiere, & toûjours ainsi jusqu'à la fin. Par exemple, si on a rangé les 7 nombres dans la premiere bande horisontale selon l'ordre naturel, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. on peut commencer la seconde bande horisontale par 3, ou par 4, ou par 5, ou par 6, mais si on l'a commencée par trois, la troisiéme doit commencer par 5, la quatriéme par 7, la cinquiéme par 2, la sixiéme par 4, la septiéme par 6. Le commencement des bandes qui suivent la premiere, étant ainsi déterminé, nous avons déja dit que les autres nombres s'écrivoient tout de suite dans chaque bande selon l'ordre qui a été arbitrairement choisi pour la premiere.

Par ce moyen, il est évident qu'aucun nombre ne sera repeté deux fois dans une même bande, quelle qu'elle soit, & par conséquent les 7 nombres 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. étant toûjours dans chaque bande, ils ne pourront faire que la même somme.

On voit déja dans l'exemple présent que l'arrangement des nombres dans la premiere bande ayant été choisi à volonté, on a pu continuer les autres bandes de 4 manieres differentes, & puisque la premiere bande a pu avoir 5040 arrangements differents, ce sont 20160 manieres differentes dont le Quarré Magique de 7 nombres repetez peut être construit.

L'or-

L'ordre des nombres dans la premiere bande étant déterminé, si l'on prenoit pour recommencer la seconde le 2. ou le dernier, M. *de la Hire* a remarqué que dans un de ces cas une des bandes diagonales auroit toûjours le même nombre repeté, & que dans l'autre cas, ce seroit l'autre diagonale. Par conséquent l'une ou l'autre diagonale seroit fausse, à moins que le nombre repeté 7 fois ne fût 4, car 4 fois 7 est égal à la somme de 1.2.3.4.5.6.7. & en général dans tout quarré construit d'un nombre de termes impair en progression Arithmetique, une des diagonales seroit fausse par ces deux constructions, à moins que le nombre toûjours repeté dans cette diagonale ne fût le terme du milieu de la progression. Or il n'est nullement necessaire de prendre des termes en progression Arithmetique, & on peut faire suivant la regle de M. *de la Hire* un Quarré Magique de tels nombres qu'on voudra qui ne suivent aucune progression. De plus, quand même on les prendra en progression Arithmetique, il y aura un très-grand nombre de quarrez, où le terme toûjours repeté dans une des diagonales en vertu de la construction ne sera point le terme du milieu de la progression, car cela dépend de l'ordre qu'on aura donné aux nombres de la premiere bande. Il a donc fallu excepter de la Methode générale les deux constructions qui produisent la repetition continuelle d'un même terme dans l'une des deux diagonales, & marquer seulement le cas où cette répétition n'empêcheroit pas la diagonale d'être juste. Ce cas ayant été absolument exclus, quand nous avons trouvé que le quarré de 7 pouvoit avoir 20160 constructions differentes, il est clair qu'il doit en

en avoir davantage, & même beaucoup davantage.

Recommencer la ſeconde bande par tout autre nombre que le ſecond ou le dernier de la premiere, ce n'eſt pas une regle générale. Elle eſt bonne pour le quarré de 7, mais s'il s'agiſſoit, par exemple, du quarré de 9, & qu'on prît pour le premier nombre de la ſeconde bande horiſontale, le 4eme de la premiere, on verroit que ce même nombre commenceroit auſſi la cinquiéme & la huitiéme bande, & par conſéquent ſeroit repeté 3 fois dans la premiere bande verticale, qui par là deviendroit fauſſe, hormis dans certains cas particuliers, que pareillement le premier & le ſeptiéme nombre ſeroient repetez 3 fois dans cette même bande, ce qui entraîneroit de ſemblables repetitions dans toutes les autres. Voici donc comment doit être conçue la Regle générale. Il faut que le nombre que l'on choiſit dans la premiere bande pour recommencer la ſeconde, ait un *expoſant de ſon quantiéme* tel que diminué d'une unité il ne puiſſe diviſer la racine du quarré. Si, par exemple, dans le quarré de 7 on a pris pour recommencer la ſeconde bande, le 3eme nombre de la premiere, cette conſtruction eſt bonne, parce que l'expoſant du quantiéme de ce nombre qui eſt 3, moins 1, c'eſt-à-dire 2, ne peut diviſer 7. De même on peut prendre le 4eme nombre de la premiere bande, parce que 4 moins 1, ou 3 ne diviſe point 7. C'eſt la même raiſon pour le 5eme & 6eme nombre. Mais dans le quarré de 9, le 4eme nombre de la premiere bande ne doit pas être pris, parce que 3 diviſe 9. La raiſon de cette regle ſera évidente, pourvû que l'on obſerve un moment, com-

comment se font ou ne se font point les retours des mêmes nombres, en les prenant toûjours d'une même maniere dans une suite quelconque donnée.

Il suit de là que moins la racine du quarré que l'on construit a de diviseurs, plus il a à cet égard de manieres differentes de le construire, & que les nombres *premiers*, c'est-à-dire qui n'ont aucuns diviseurs, tels que 5, 7, 11, 13, &c. sont ceux dont les quarrez doivent recevoir le plus de variations à proportion de leur grandeur.

Les Quarrez construits suivant la methode de M. *de la Hire* ont une proprieté particuliere, & que l'on n'avoit point encore exigée dans ce Problême. Les nombres qui composent une bande quelconque parallele à une des deux diagonales, sont rangez dans le même ordre que ceux de la diagonale à laquelle cette bande est parallele, & comme une bande parallele à une diagonale est necessairement plus courte qu'elle, & a moins de cellules, si on lui joint la parallele correspondante qui a le nombre de cellules qui lui manque pour en avoir autant que la diagonale, on trouvera que les nombres des deux paralleles mises, pour ainsi dire, bout à bout, garderont entr'eux le même ordre que ceux de la diagonale. A plus forte raison ils feront la même somme, ce qui fait que ces quarrez sont encore magiques en ce sens-là.

Au lieu que nous avons formé jusqu'ici les Quarrez par les bandes horisontales, on pourroit en former par les verticales, & ce seroit la même chose.

Tout ceci ne regarde encore que le premier

 Quarré

Quarré primitif, dont les nombres étoient dans l'exemple proposé, 1.2.3.4.5.6.7. reste le second primitif, dont les nombres sont 0. 7. 14. 21.28.35.42. M. *de la Hire* opere de la même façon sur ce second quarré, & il peut être construit selon sa methode en 20160 manieres differentes, aussi bien que le premier, puisqu'il est composé du même nombre de termes. Sa construction étant faite, & par conséquent toutes ses bandes composant la même somme, il est évident que si l'on ajoûte l'un à l'autre les nombres de deux cellules correspondantes dans les deux quarrez, c'est-à-dire les deux nombres de la premiere de chacun, les deux de la seconde, de la troisiéme &c. & qu'on les dispose dans les 49 cellules correspondantes d'un troisiéme Quarré, il sera encore magique, puisque ses bandes formées par l'Addition de sommes toûjours égales à sommes égales seront necessairement égales entr'elles. Il s'agit seulement de savoir si par l'Addition des cellules correspondantes des deux premiers Quarrez, toutes les cellules du troisiéme seront remplis de maniere que chacune contienne un des nombres de la progression depuis un jusqu'à 49 & un nombre different de celui de toutes les autres, ce qui est la fin & le dessein de toute l'operation.

Sur cela, M. *de la Hire* démontre que si dans la construction du second Quarré primitif, on a observé en recommençant la seconde bande un ordre par rapport à la premiere different de celui qu'on avoit observé dans la construction du premier quarré, si, par exemple, on a recommencé la seconde bande du premier par le 3eme terme, & que l'on recommence la seconde

conde bande du second quarré par le 4eme, chaque nombre du premier quarré, se combinera une fois par l'Addition, & une fois seulement, avec tous les nombres du second, & comme les nombres du premier sont ici 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. & ceux du second 0. 7. 14. 21. 28. 35. 42. on verra qu'en les combinant ainsi on aura tous les nombres de la progression depuis 1 jusqu'à 49, sans qu'il y en ait aucun repeté, & c'est-là le Quarré parfait qu'il s'agissoit de construire.

La sujetion de construire differemment les deux quarrez primitifs n'empêche nullement que chacune des 20160 constructions de l'un ne puisse être combinée avec toutes les 20160 constructions de l'autre, & par conséquent 20160 multiplié par lui-même, c'est-à-dire 406425600 est le nombre de toutes les constructions differentes que peut avoir le Quarré parfait, qui est ici celui des 49 premiers nombres de la progression naturelle. Et même comme nous avons vû qu'un quarré primitif de 7 nombres repetez peut avoir plus de 20160 constructions, il s'en faut bien que le nombre de 406425600 soit assez grand pour exprimer toutes les constructions possibles du Quarré magique des 49 premiers nombres.

Il y a encore plus. M. *de la Hire* remarque qu'un quarré étant construit, on y peut faire certaines transpositions de bandes qui ne l'empêcheront pas d'être encore magique, mais qui en rendront la construction differente de toutes celles qu'on auroit trouvées par les regles que nous venons d'expliquer.

Mais quelque grand que soit ce nombre de 406425600 augmenté même par toutes ces rai-

ſons autant qu'il ſera neceſſaire, on ne doit point en être ſurpris. Il n'eſt qu'une très-petite partie de celui qui exprimeroit toutes les diſpoſitions magiques, ou non magiques que l'on pourroit donner aux 49 termes. Et pour en prendre une idée, il faut ſavoir que 16 termes pouvant recevoir, ainſi que nous l'avons déja dit, 20922789888000 diſpoſitions magiques, ſi l'on veut avoir le nombre des diſpoſitions quelconques que peuvent recevoir 17 termes, il faut multiplier ce nombre 20922789888000 par 17. Le produit qu'on trouvera étant multiplié par 18, donnera le nombre de toutes les diſpoſitions que peuvent avoir 18 termes, & ſi l'on procede toûjours ainſi juſqu'à 49, on aura le nombre de toutes les diſpoſitions magiques, ou non magiques de 49 termes, & il eſt aiſé de voir que ce nombre ſera preſque immenſe en comparaiſon de celui des ſeules diſpoſitions magiques.

Telle eſt la methode générale de M. *de la Hire* pour les Quarrez impairs. Celles que l'on a trouvées juſqu'à preſent n'en ſont que des cas particuliers qu'elle comprend, & qu'elle abſorbe. Il nous ſuffit d'en avoir donné une idée en général, & nous paſſons ſous ſilence un grand nombre de remarques, ſoit inſtructives, ſoit curieuſes, qui nous jetteroient dans un trop grand détail.

M. *de la Hire*, auſſi bien que M. *Frenicle*, étend ſa methode aux Quarrez qui demeurent magiques, après qu'on a ôté quelques Enceintes, mais ce qu'il fait de plus que M. *Frenicle*, c'eſt qu'il démontre ſes operations.

Reſtent les Quarrez pairs. Il les conſtruit ainſi que les impairs par deux quarrez primitifs, mais

mais la construction des primitifs, est differente en général, & peut l'être même en plusieurs manieres, & ces differences générales reçoivent plusieurs variations particulieres, qui donnent autant de constructions differentes pour un même quarré pair. Il ne paroît pas que l'on puisse déterminer, ne fut-ce qu'à peu près, ni combien de differences générales il peut y avoir entre la construction des quarrez primitifs d'un quarré pair, & d'un impair, ni combien chaque difference générale peut recevoir de variations particulieres, & par conséquent on est encore bien éloigné de pouvoir déterminer le nombre des constructions differentes de toutes celles qui se feront par des quarrez primitifs, à la maniere de M. *de la Hire*.

Il ajoûte aux quarrez pairs, de même qu'il l'a fait aux impairs, la condition des Enceintes qui s'en peuvent retrancher.

Nous n'en dirons pas davantage sur ce sujet. Nous ne voulons que donner ici l'esprit de la Methode de M. *de la Hire*, & faire apercevoir, du moins confusément, ce nombre prodigieux de solutions pour un Probléme, auquel on eût été bien glorieux d'en trouver une seule dans les commencements qu'il fut proposé. Si l'on veut concevoir la difference de l'Esprit humain sans culture à lui-même cultivé, on n'a qu'à imaginer quelle distance il y a de ceux qui resolvent ces sortes de Problémes, à ces Sauvages qui ne comptent que jusqu'à 10, parce qu'ils n'ont que 10 doits.

LA matiere qui vient d'être traitée nous rappelle dans la memoire un article qui a été oublié dans le Volume précedent de l'Histoire de l'Academie. Un jeune Ecclesiastique nommé M. *de Moulieres* presenta à la Compagnie en 1704 une Methode qu'il avoit inventée pour trouver en peu de temps les Nombres *premiers*. Ces Nombres, tels que 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. &c. qui ne sont divisibles par aucun autre nombre, que par l'unité ou par eux-mêmes, c'est-à-dire proprement, qui ne sont divisibles par aucun nombre, sont, pour ainsi dire, semez irrégulierement & sans aucun ordre visible, dans la suite des nombres naturels. Il seroit souvent commode dans la pratique, & en général il seroit très-curieux d'avoir une regle par laquelle on pût les reconnoître sûrement tout d'un coup, & les démêler de la foule. M. *Frenicle* avoit médité sur cette matiere, & il y avoit fait des découvertes, mais elles n'ont point été imprimées. Il se trouva que la Methode de M. *de Moulieres* retomboit en partie dans les idées d'un homme si fameux pour la Science des nombres, & cette conformité ne pouvoit être suspecte, car les Manuscrits de M. *Frenicle* n'ont été qu'entre les mains de M. *de la Hire*. En général, ce que M. *de Moulieres* avoit pensé étoit fort ingenieux, & l'on pourroit par cette voye trouver en 2 ou 3 heures tous les nombres premiers, jusqu'à 25000, ce qui est très-expeditif. Nous sommes fâchez de n'avoir pas rendu plutôt à l'Auteur le témoignage qu'il meritoit.

AL-

ALGEBRE.

SUR UNE METHODE

GENERALE POUR LA RESOLUTION DES EQUATIONS

* IL est glorieux aux premiers Auteurs qui ont travaillé sur l'Algebre, que des difficultez qu'ils n'ont pû vaincre ne soient pas encore surmontées. Le cas *irreductible* du troisiéme degré l'est encore comme il l'étoit du temps de *Cardan*, car l'Algebre n'est proprement connue que depuis deux cens ans, & nous l'avons reçue des mains des Italiens. Il n'y a que le second degré pour lequel on a des formules absolument générales, & sans exception, & il y a déja long-temps qu'on en est là.

Tout le monde sait que quand dans une Equation algebrique il n'y a qu'une seule grandeur inconnue mêlée & combinée avec des grandeurs connues, on trouve aussi-tôt par les grandeurs connues la valeur de cette inconnue, si dans tous les termes où elle se rencontre elle est toûjours au même degré, c'est-à-dire toûjours

* Voyez les Memoires, pag. 367.

jours lineaire, ou toûjours quarrée, ou toûjours cubique &c, mais qu'au contraire si elle monte à differents degrez, il est difficile de trouver sa valeur, & d'autant plus difficile que le plus haut degré où elle monte est plus haut, parce qu'elle est ensuite d'autant plus souvent mêlée dans ses degrez inferieurs avec les grandeurs connues, & d'autant plus malaisée à dégager d'avec elles. Tant qu'elle ne passe point le second dégré, on a tout d'un coup sa valeur exprimée en grandeurs connues par une Formule générale qui comprend tous les cas possibles de ce degré. On auroit de même une Formule générale pour le troisiéme, si ce n'étoit le fameux cas irreductible qui échape à la Formule, & on en auroit une pour le quatriéme, si ce n'étoit qu'il le faut abaisser au troisiéme, & que par là on tombe quelquefois dans le cas irreductible ; hors du quatriéme degré, plus de Formule.

Si chaque degré pouvoit avoir sa Formule générale, l'Algebre seroit à sa derniere perfection, & encore plus, si toutes les Formules de chaque degré pouvoient s'accorder à en produire une infiniment générale pour tous les degrez, quels qu'ils fussent. Mais ce n'est-là qu'un souhait, sur lequel il ne seroit pas même raisonnable d'insister.

Ce que M. de *Lagni* propose presentement peut tenir la place d'une idée qui apparemment ne s'exécutera jamais. Il donne pour chaque degré, non une Formule générale qui dévelope tout d'un coup la valeur de l'inconnue, mais une Methode générale qui la trouve après en avoir essayé plusieurs de fausses, & ce qui releve encore le prix de cette Methode, c'est qu'elle

qu'elle est générale pour tous les degrez à l'infini.

Les Mathematiciens avoient remarqué que les differences des Quarrez naturels o. 1. 4. 9. &c. étant les nombres impairs naturels, 1, 3, 5, &c. les differences de ces differences, ou les differences *secondes* des Quarrez étoient toûjours 2; ou plus généralement, que des nombres étant en Progression Arithmetique quelconque, la seconde difference de leurs quarrez étoit constante, & toûjours égale à deux fois le quarré de la difference de la progression. Comme dans la progression naturelle la difference est 1 dont le quarré est 1, la difference seconde des Quarrez naturels à l'infini doit être 2. De même on savoit que la difference *troisiéme* des Cubes naturels o, 1, 8, 27, &c. étoit constante & toûjours 6, ou plus généralement, que des nombres étant en progression Arithmetique la difference troisiéme de leurs cubes étoit constante, & toûjours égale à 6 fois le cube de la difference de la progression.

Il ne paroît pas qu'on eût poussé ces Observations plus loin; mais, ainsi que nous l'avons dit plus d'une fois, les proprietez qui ne se manifestent qu'en certaines especes de grandeurs ne laissent pas de se trouver dans les autres especes de même genre, seulement elles y sont modifiées de la maniere que l'a exigé la difference d'espece, & par là elles sont devenues moins visibles, & plus envelopées. Aussi M. de *Lagni* remarqua-t-il que ces differences constantes qui n'avoient été aperçues que dans la seconde & dans la troisiéme puissance, se trouvoient à l'infini dans toutes les au-

tres, mais avec les deux modifications suivantes, qui ne sont que des conséquences de ce qui a déja été établi.

1°. Comme il faut pour trouver la difference constante des quarrez aller jusqu'à la difference seconde, & pour celle des cubes, jusqu'à la difference troisiéme, c'est-à-dire jusqu'à la difference d'un degré égal à celui de la puissance, de même pour trouver la difference constante des quatriémes puissances des nombres d'une progression Arithmetique, il faut aller jusqu'à la difference quatriéme, & ainsi de suite à l'infini. Les differences d'un degré plus élevé, étant, pour ainsi dire, à une plus grande profondeur, elles n'ont pas dû être si tôt aperçues.

2°. Comme la difference constante des Quarrez est deux fois le quarré de la difference de la progression, la difference constante des Cubes, 6 fois le Cube de la difference de la progression, ainsi la difference constante des Quatriémes puissances est 24 fois la quatriéme puissance de la difference de la progression; la difference constante des Cinquiémes puissances 120 fois la cinquiéme puissance de cette même difference &c. Or ces nombres *coefficients*, 2, 6, 24, 120 sont tels que le premier 2 est le produit des deux premiers nombres de la suite naturelle; le second 6, le produit des trois premiers nombres de cette même suite; le troisiéme 24, le produit des quatre premiers nombres, & toûjours ainsi; desorte qu'après 120 on trouve très-facilement par ces produits continuels, les nombres 720, 5040, 40320 &c. coefficients des differences constantes de la sixiéme, septiéme, & huitiéme puissances &c. Ces mêmes nombres 2. 6. 24. 720. 5040. 40320. &c. sont aussi les nombres de toutes les combinaisons

sons differentes qu'on peut faire de deux choses prises deux à deux, de trois prises trois à trois, de quatre prises quatre à quatre &c.

Par ces deux Observations de M. de *Lagni*, on peut construire des Tables de telle puissance qu'on voudra des nombres naturels, ou des termes de toute autre progression Arithmetique. Car, par exemple, puisque la difference seconde des Quarrez naturels est toûjours 2, dès que l'on a les trois premiers Quarrez, 1. 4. 9, on a leurs differences premieres, 3 & 5, & en ajoûtant à 5 leur difference seconde 2, on a 7 difference premiere du troisiéme Quarré au quatriéme. Donc ce quatriéme Quarré est 9 plus 7, c'est-à-dire, 16, & toûjours ainsi de suite. Cette maniere d'operer est la plus simple, la plus facile, & la plus sûre de toutes, parce qu'elle ne consiste que dans l'Addition, & en même temps, à cause de son extrême facilité, elle porte sa preuve avec soi, & ne laisse aucune crainte que le Calculateur puisse s'être mépris, même dans les plus grands Quarrez. Ce sera la même chose pour toutes les autres puissances, en y observant les changements necessaires ; l'Addition sera toûjours la seule operation que l'on employera, mais comme il faudra se servir d'une difference constante plus reculée, il faudra selon la même proportion un plus grand nombre d'Additions.

Cette maniere d'élever à une puissance quelconque par la seule Addition les termes d'une progression Arithmetique, a conduit plus loin M. de *Lagni*. Il a songé à en faire l'application aux Equations algebriques d'un degré quelconque déterminées, c'est-à-dire qui n'ont qu'une

inconnue dont on cherche les valeurs. Il ſuppoſe que l'Equation ait reçû trois préparations qui ſont ordinaires, 1°. Qu'elle ſoit délivrée de fractions, 2°. d'incommenſurables, 3°. que le coefficient de la haute puiſſance ſoit évanoüi. Les deux premieres préparations ſont neceſſaires pour le calcul, la troiſiéme aſſure qu'aucune des valeurs de l'inconnue ne ſera un nombre rompu, mais ſeulement un nombre entier, ou un nombre irrationel. Il y a beaucoup de cas où elle n'eſt pas neceſſaire; mais nous la ſuppoſerons toûjours faite, parce qu'enfin elle ne peut nuire. Du reſte, il n'eſt nullement beſoin de faire évanoüir aucun terme moyen de l'Equation, ce que l'on fait ſouvent par d'autres methodes, & la diſpoſition des Signes plus & moins eſt indifferente. On ſuppoſe auſſi que la grandeur entierement connue dans l'Equation ſoit poſitive, car ſi elle ne l'étoit pas telle qu'elle eſt donnée, elle le deviendroit aiſément par un ſimple changement des Signes. Cette grandeur s'appelle *Homogene de comparaiſon*, à la difference des autres termes qui étant homogenes auſſi bien qu'elle, c'eſt-à-dire élevez à un certain degré toûjours le même dans une même équation, ne ſont pas comme elle les grandeurs auſquelles il faut tout rapporter & tout comparer.

Les préparations étant donc ſuppoſées, voici quelle eſt l'idée de M. de *Lagni*. Il a vû que comme en quarrant les termes d'une progreſſion Arithmetique, leur difference ſeconde étoit conſtante, de même ſi dans une Equation du ſecond degré l'on donnoit ſucceſſivement à l'inconnue les differentes valeurs des termes d'une progreſſion Arithmetique quelconque,

cel-

celles qui venoient ensuite necessairement pour l'homogene de comparaison avoient des differences secondes constantes, & constantes de la même maniere, c'est-à-dire, toûjours égales à deux fois le quarré de la difference de la progression. Si le coefficient du quarré de l'inconnue n'étoit pas évanoui, il faudroit que le quarré de la difference de la progression fût multiplié par ce coefficient. Par ce qui a été dit sur les puissances des Nombres, il est aisé d'appliquer cette regle des Equations du second degré aux Equations du troisiéme, du quatriéme &c. à l'infini.

Par les differences constantes on a la commodité de pouvoir trouver avec la seule Addition tous les homogenes de comparaison, qui dans une Equation quelconque proposée répondront aux differentes valeurs des termes de la progression Arithmetique, substituées à l'inconnue. Si par quelqu'une de ces substitutions, il vient un homogene de comparaison égal à l'homogene donné dans l'Equation, il est sûr que le terme de la progression Arithmetique qui aura été substitué dans cette operation est une des valeurs de l'inconnue, & une des resolutions de l'Equation proposée. Et afin qu'entre tous les homogenes de comparaison que l'on trouvera successivement, celui qui est donné dans l'Equation vienne necessairement, s'il peut venir, il faut que la progression Arithmetique dont on applique les nombres l'un après l'autre à l'inconnue, soit la progression naturelle qui comprend tous les nombres entiers, car on suppose que les valeurs de l'inconnue ne peuvent être des fractions. Mais comme ces mêmes valeurs peuvent être des nombres irra-

tionels, qui ne sont pas compris dans la progression, il arrivera alors que l'on trouvera par les substitutions deux homogenes consecutifs, l'un d'une unité plus petit, l'autre d'une unité plus grand que le donné, marque certaine que la valeur de l'inconnue sera un nombre irrationel compris dans l'intervalle des deux nombres correspondants de la progression naturelle qui auront produit ces homogenes, par exemple, entre 10 & 11. On trouvera par les Regles des Approximations des nombres rationels toûjours plus approchants à l'infini, & si approchants que l'on voudra de ce nombre irrationel.

L'homogene donné ou est positif ou a été rendu tel. Mais il peut arriver que par les substitutions il vienne d'abord des homogenes negatifs. Si ces homogenes negatifs forment une suite qui aille en décroissant, il la faut épuiser, après quoi viendront les homogenes positifs, parmi lesquels le donné doit être compris. Si les homogenes negatifs vont en croissant, il faut qu'ils croissent jusqu'à un certain terme, qu'ils décroissent ensuite, & qu'après cela viennent les positifs.

Il peut arriver aussi que les homogenes positifs croissent jusqu'à un certain terme, décroissent ensuite, deviennent après cela negatifs & croissants à l'infini, & que le plus grand des homogenes positifs trouvez soit plus petit que le donné. Alors toutes les racines de l'Equation, ou valeurs de l'inconnue sont imaginaires.

Si par la substitution de 1, premier terme de la progression naturelle, on trouve un homogene plus grand que le donné, la valeur de l'in-

con-

connue est donc moindre que l'unité, & comme ce ne peut être une fraction rationelle, ainsi que nous l'avons toûjours supposé, c'est une fraction irrationelle.

Une valeur de l'inconnue une fois trouvée, l'Equation est abaissée d'un degré, & il faut operer selon la même methode sur cette équation abbaissée, ce qui donne les autres valeurs. Le principe de cette pratique est, que dans une Equation quelconque l'homogene de comparaison est le produit de toutes les valeurs de l'inconnue, par-là on voit aisément ce qu'il y a à faire pour parvenir de la connoissance d'une des valeurs à celle de toutes les autres.

Nous ne donnons ici que l'esprit général de la Methode de M. de *Lagni*. S'il la faloit suivre dans toute l'étendue que nous avons représentée, les operations en seroient souvent trop longues, à cause du grand nombre de substitutions necessaires. Aussi M. de *Lagni* ne la propose-t-il qu'avec les abreviations qui en facilitent la pratique, & qui épargnent de longs circuits.

GEO-

GEOMETRIE.

SUR LES TANGENTES ET LES SECANTES DES ARCS CIRCULAIRES.

* VOICI ce qui avoit déja été annoncé dans l'Hist. de 1703. † Un arc circulaire quelconque étant donné, avec son Rayon, sa Tangente, & sa Secante, M. de *Lagni* trouvoit par une Regle générale la Tangente & la Secante de tout autre arc multiple du premier. Il avoit envoyé cette Formule à l'Academie, mais sans en donner la demonstration qu'il disoit être très-longue, peut-être pour détourner les Géometres de la chercher & de la lui enlever, quoi qu'elle ne fût fondée, à ce qu'il avouoit lui-même, que sur deux Propositions d'*Euclide*. Maintenant il donne ici & la Regle & la Démonstration, qui est très-courte, & très-aisée, nouveau merite pour cette Démonstration, & dont il n'avoit pas voulu d'abord lui faire honneur.

Il a été dit dans l'endroit cité de l'Hist. de 1703, que les Tangentes & les Secantes de differents arcs, ni ne suivent la proportion des arcs ausquels elles répondent, ni n'ont entre elles

* Voyez les Memoires, pag. 335. † pag. 78.

elles une raison fixe & constante qui les regle. Cela saute aux yeux par l'exemple de la Tangente de 45, & de celle de 90. L'un de ces arcs est double de l'autre, la Tangente de 45 est égale au Rayon, & celle de 90 est infiniment grande. Il paroît par-là que les Tangentes doivent avoir une marche, pour ainsi dire, fort irréguliere, & qu'elles ne vont que par sauts, & de là vient la difficulté de découvrir celles que l'on ne connoît point par celles que l'on connoît; car ce chemin ne se peut faire, si l'on ne tient une espece de fil qui conduise des unes aux autres, c'est-à-dire, quelque chose qui leur soit commun à toutes, & qui détermine chacune d'elles à une certaine grandeur.

Aussi ce Problême n'avoit-il point encore été resolu. Il est bien vrai que l'on trouvoit les Tangentes une à une pour chaque arc en particulier, & deplus on avoit une regle générale pour les Tangentes des arcs doubles & soudoubles, mais on ne pouvoit avoir par cette regle les Tangentes des arcs triples, quintuples &c. & par conséquent elle n'étoit qu'une petite portion d'une Regle générale qui auroit compris les Tangentes de tous les arcs multiples indéfiniment. Il est vrai aussi que comme on a la * Regle générale des Cordes ou des Sinus des Arcs multiples quelconques, & que les Tangentes ont un certain rapport constant aux Sinus, on pouvoit par la progression des Sinus avoir celle des Tangentes, mais ce n'étoit pas avoir les Tangentes immédiatement; & d'ailleurs M. de *Lagni* remarque que par cette voye on seroit tombé dans de grands em-

* Voyez l'Histoire de 1702. pag. 76.

embarras de calcul, & quelquefois dans des impossibilitez.

Non seulement il trouve la progression ou la Regle générale des Tangentes, mais il la trouve si immédiatement qu'il n'a pas même besoin de les considerer dans le Cercle, ni d'employer aucune des proprietez du Cercle. Il lui suffit d'avoir un seul Triangle rectangle où tout soit connu, & tel qu'un de ses angles aigus soit celui dont la Tangente doit être la premiere dans la progression. Par exemple, cet angle sera d'un degré, d'une minute, si l'on veut avoir la suite des Tangentes de degré en degré, ou de minute en minute. La base de cet angle est sa Tangente, l'hypotenuse est sa *Secante*, & le troisiéme côté est le Rayon. Ces trois lignes étant supposées connues, il ne faut pour avoir la Tangente de l'angle double, qu'ajoûter à cet angle un angle égal, tirer une nouvelle hypotenuse, & prolonger la premiere Tangente jusqu'à ce qu'elle la rencontre. On connoîtra très-facilement ce que vaut la prolongation de la Tangente par cette seule proposition d'*Euclide*, que si un angle est divisé en deux également par une ligne qui coupe sa base, les deux parties de la base sont proportionnelles aux deux côtez de l'angle. La prolongation de la premiere Tangente étant connue par là, on a la Tangente entiere de l'angle double, & par la même voye celle de l'angle triple, & toûjours ainsi de suite.

Dans l'expression de toutes les Tangentes à l'infini, il n'entre que le Rayon & la Tangente du premier angle, mais ces grandeurs sont d'autant plus multipliées que les Tangentes qu'elles expriment sont Tangentes d'un angle

plus

plus multiple du premier, & ç'a été en observant ces expressions toûjours plus compliquées que M. de *Lagni* a découvert qu'elles n'étoient que des Puissances de la somme du rayon & de la Tangente du premier angle, d'autant plus élevées qu'elles exprimoient des Tangentes d'un angle plus multiple, & de plus disposées en fractions d'une certaine façon particuliere, & avec un certain arrangement indispensable des Signes plus & moins.

Les Secantes sont venues necessairement par la même voye, & tout cela ne demande que la proposition d'*Euclide* que nous avons raportée, avec la 47eme du premier Livre. Cet excès de simplicité & de facilité sembleroit peut-être diminuer le prix de la découverte, si elle ne s'étoit dérobée jusqu'à présent aux yeux des plus grands Géometres. C'est une gloire qui manque ordinairement aux premiers Inventeurs, que celle d'avoir pris le chemin le plus court & le plus facile.

Comme par la Methode de M. de *Lagni* on monte de la Tangente d'un angle quelconque aux Tangentes de tous ses multiples, on redescend aussi aisément de la Tangente d'un angle multiple, à celles de ses soumultiples quelconques. Si, par exemple, ayant la Tangente d'un angle, on veut avoir celle du tiers de cet angle, il ne faut que prendre la Formule qui appartient à la Tangente de l'angle triple, la Tangente du tiers de cet angle y est necessairement comprise, & on l'en tire par une seule équation. Les Tangentes des soumultiples de l'angle droit se presentent en un moment, car la Tangente de l'angle droit étant infinie, & par conséquent le dénominateur de

la

la fraction qui l'exprime égal à zero, si l'on veut, par exemple, la Tangente de l'angle de 45, il faut prendre la Formule de la Tangente de l'angle double, qui est alors le droit, & en égalant son dénominateur à zero, on voit aussi-tôt la Tangente de 45 qui vient égale au Rayon.

SUR LES FORCES CENTRALES DES PLANETES.

* NOus avons avancé dans l'Hist. de 1703.† que les Forces centrales étoient un *sujet que l'on pouvoit desormais mettre à part comme épuisé*. Il paroît l'être effectivement, & ce que M. *Varignon* donne ici n'est point une augmentation d'une Theorie qui est incapable d'en recevoir, puisqu'elle est infiniment générale; c'est seulement une nouvelle application, mais qui merite presque d'être mise au même rang que si c'étoit une augmentation veritable.

Il a été prouvé dans l'Hist. de 1700 ‡ que la Force centrale d'un Corps qui se meut en ligne droite, par exemple, la pesanteur d'un Corps qui tombe & tend au centre de la Terre, supposé qu'elle soit constante, & continuellement appliquée, doit s'exprimer par une Division ou fraction dont le Numerateur est l'infiniment petit

* Voyez les Memoires, pag. 455. † pag. 94.
‡ pag. 115. & 116.

petit de l'infiniment petit de l'espace parcouru dans un temps infiniment petit & le Dénominateur le quarré de ce temps. Mais si l'on considere les Forces centrales dans des mouvements faits par des lignes courbes, alors, ainsi qu'il a été dit dans cette même Histoire *, ces Forces, quoique constantes en elles-mêmes, ont une action inégale, selon que la direction ou la ligne droite par laquelle elles font tendre le Mobile à un centre, est plus ou moins oblique à l'arc de la Courbe décrit pendant chaque instant. C'est-là toute la difference des Forces centrales considerées dans des mouvements rectilignes, ou dans des mouvements curvilignes. Or il est très-aisé de faire voir que dans ces derniers mouvements, l'action de la Force centrale est d'autant moins oblique à l'arc de la Courbe décrit pendant un instant infiniment petit, ou, ce qui revient au même, est d'autant plus forte, que cet arc est plus grand par rapport à l'infiniment petit de la ligne droite tirée du point de la Courbe où est alors le Mobile au centre auquel il tend. Par conséquent l'inégalité de l'action de la Force centrale dans un mouvement curviligne doit s'exprimer par une fraction dont le numerateur est un arc quelconque de la Courbe infiniment petit, & le dénominateur l'infiniment petit de la ligne droite correspondante par laquelle agit la Force centrale. Donc cette fraction multipliée par celle qui convient aux Forces centrales considerées dans les mouvements rectilignes, exprime les Forces centrales des mouvements curvilignes, accompagnées de l'inégalité de leur

* pag. 120.

leur action. Il seroit inutile de faire observer que dans ces derniers mouvements les espaces parcourus qui font le numerateur de la premiere fraction, ne peuvent être que des infiniment petits du second genre des arcs de la Courbe. Les deux fractions ainsi multipliées l'une par l'autre font la Formule générale de M. *Varignon* pour toutes les Forces centrales possibles des mouvements curvilignes.

Il n'étoit plus question que d'appliquer à cette Formule différentes Courbes, & de voir quelles Forces centrales en resultoient. C'est-là, comme on l'a déja vû, ce que M. *Varignon* a exécuté dans une assez grande étendue. Sur tout il a examiné les Forces centrales qui devoient naître du mouvement des Planetes sur les differentes Courbes que leur assignent differens Astronomes ; les deux principales sont l'Ellipse ordinaire ou de *Kepler*, & celle de M. *Cassini*, dont on a marqué la difference dans l'Hist. de 1700.* Selon l'une & l'autre hypothése, des Ellipses décrites par les Planetes sont telles que le Soleil est un des foyers de chacune, ou, ce qui est la même chose, un foyer commun à toutes.

Il suit de-là necessairement que le mouvement des Planetes est excentrique au Soleil, & qu'elles ont toutes un Aphelie & un Perihelie, c'est-à-dire deux points de leur Ellipse diametralement opposez, dont l'un est plus éloigné du Soleil & l'autre plus proche que tout autre. Il est constant chez les Astronomes que cet Aphelie & ce Perihelie sont mobiles, & que si une Planete dans une de ses revolutions a son Aphe-

* pag. 122. 123.

Aphelie à un certain point du Ciel, elle ne l'a plus au même point dans la revolution suivante. Ce mouvement de l'Aphelie empêche que les Ellipses ne soient exactement des Ellipses, ou toute autre espece de Courbe supposée; car il arrive la même chose que si pendant le temps qu'une Planete décrit son Ellipse, le plan où seroit cette Ellipse avoit lui-même un mouvement égal à celui qu'on trouve dans l'Aphelie par les Observations; le mouvement de la Planete seroit composé & de son mouvement Elliptique, & de celui de son plan, & par conséquent la Courbe qu'elle décriroit réellement ne seroit plus une Ellipse, mais une autre Courbe, d'autant plus differente de l'Ellipse, que le mouvement de l'Aphelie seroit plus grand pendant une revolution de la Planete.

Si l'on veut se faire une idée de tout ceci selon la Physique, & selon quelque Systême des Cieux, on peut concevoir que la figure du Tourbillon, où nôtre Soleil domine, est déterminée par la differente force des Tourbillons voisins, qui l'environnent & le pressent, & par les differentes pesanteurs des differentes couches de la matiere fluide dont il est composé, que ce Tourbillon étant divisé par le Soleil en deux moitiez, elles sont inégales, & l'une plus grande que l'autre, parce qu'elle est moins pressée par les Tourbillons voisins, ou qu'elle contient une matiere qui a plus de force pour s'éloigner du Soleil, que les Orbes décrits par les Planetes autour du Soleil prennent la figure générale du Tourbillon, & ont leur Aphelie vers la même extrémité où le Tourbillon a aussi le sien, que comme tout ce

qui

qui eſt en mouvement change & varie continuellement, l'action des Tourbillons voiſins qui étoit plus foible vers l'Aphelie de nôtre Tourbillon, devenant peu à peu plus forte, ou la matiere qui eſt vers cet Aphelie, moins propre à s'éloigner du Soleil avec une certaine force, la figure du Tourbillon ſe renverſe avec le temps, & l'Aphelie ſe tranſporte où étoit auparavant le Perihelie. Il faut obſerver que le renverſement total ne ſe peut faire que dans une très-longue ſuite de ſiécles. L'Aphelie de la Terre, par exemple, ne change en un an que d'une Minute & de deux Secondes, avec quelques Tierces.

Quoiqu'il en ſoit de cette eſpece de petit Syſtême, les faits ſont conſtants, & c'en eſt aſſez. Les Planetes ne décrivent point les mêmes Courbes que ſi leurs Aphelies étoient immobiles, & quoi que les Ellipſes qu'on leur attribue ſoient peu alterées, à cauſe de l'extrême lenteur du mouvement des Aphelies, elles le ſont dans la rigueur Géometrique, & ceſſent d'être des Ellipſes. M. *Varignon* en avoit conſideré les Forces centrales, en les ſuppoſant purement Ellipſes, & en ne conſiderant point le mouvement des Aphelies; maintenant il le conſidere, & par conſéquent les Courbes étant differentes, les Forces centrales le ſont auſſi. La difficulté n'eſt que de déterminer la nouvelle Courbe reſultante de la compoſition des deux mouvements.

Pour cela, l'Orbe de la Planete étant ſuppoſé Elliptique, ou même de telle autre figure qu'on voudra, M. *Varignon* ſuppoſe que le plan de cet Orbre ſe meut circulairement autour d'un point fixe, & que ce point fixe eſt le foyer

de

de l'Ellipse où est le centre du Soleil. Si au bout d'un certain temps, la Planete par son mouvement particulier doit se trouver à un certain point de son Ellipse, il est visible que par le mouvement circulaire du plan de cette Ellipse fait en même temps, elle doit se trouver à un autre point, qui n'appartiendra point à l'Ellipse, mais à la Courbe composée des deux mouvements. Ce point se détermine par la proportion qu'on suppose entre le mouvement Elliptique & le circulaire. Après cela, M. *Varignon* considere un pas infiniment petit de chacun des deux mouvements, fait dans le même instant, & trouve de la même maniere le point où la composition des deux mouvements porte la Planete, different de celui où l'auroit mise le mouvement elliptique seul. La ligne droite infiniment petite, tirée de ce second point au premier qui a été trouvé, est un arc infiniment petit de la Courbe cherchée.

Cet arc infiniment petit de la Courbe est, comme tout autre arc de cette espece, l'hypotenuse d'un triangle rectangle. Ici, un des côtez qui comprennent l'angle droit est la difference infiniment petite d'un rayon de l'Ellipse, tiré du foyer où est le Soleil à la circonference, l'autre côté est un arc circulaire infiniment petit composé de deux arcs circulaires mis bout à bout, le premier pris dans l'Ellipse, & correspondant à l'infiniment petit du mouvement Elliptique, le second produit par le mouvement circulaire du plan de l'Ellipse. La connoissance du rapport que ces deux arcs ont entre eux ou de celui qu'ils ont l'un ou l'autre à l'arc total qu'ils forment, est absolument necessaire pour parvenir à celle du

petit arc de la Courbe composée des deux mouvements.

Kepler a établi sur un grand nombre d'observations, que les temps employez par une Planete à parcourir differents arcs de son Ellipse, sont entr'eux comme les espaces correspondants du plan de cette Ellipse, compris entre ses rayons, tirez du foyer où est le Soleil aux extrémitez de ces arcs. Ainsi si l'on a trois points du mouvement d'une Planete sur son Ellipse, c'est-à-dire, deux arcs qu'elle ait décrits, il faut tirer du Soleil à ces trois points trois lignes, mesurer par les Methodes Géometriques les deux espaces compris entre ces trois lignes, & le rapport de ces espaces sera celui des temps que la Planete a employez à parcourir les deux arcs correspondans. Si l'on applique cette hypothese de *Kepler*, non seulement au mouvement circulaire du plan de l'Ellipse de la Planete, mais aussi au mouvement composé de la Planete, on trouvera que les espaces parcourus en même temps, & par conséquent leurs infiniment petits, auront toûjours entr'eux un rapport constant & invariable. Or dans les infiniment petits de ces espaces entrent necessairement ces arcs circulaires dont nous venons de dire qu'il faloit connoître le raport, & par-là vient aussi ce rapport que l'on cherchoit.

Après tout cela, il ne reste plus qu'à déterminer l'Ellipse, ou quelque autre Courbe, que l'on voudra faire décrire à la Planete par son mouvement particulier, & l'on aura aussi-tôt la Courbe composée qui est celle de son mouvement réel & effectif. Dès qu'elle est trouvée, la Formule générale des Forces centrales don-

ne

ne celles qui lui conviennent à tous ses differents poins, & il n'est plus question que d'en faire le calcul.

En cherchant la Courbe composée que la Planete décrit réellement, M. *Varignon* trouve en son chemin une autre Courbe qui s'offre d'elle-même. Il l'appelle *Déterminatrice de l'Aphelie*, parce qu'à chaque moment du cours réel de la Planete, elle marque le point correspondant où l'Aphelie se trouve sur le cercle qu'il décrit.

Jusqu'ici la maniere dont M. *Varignon* s'est conduit dans sa recherche a été de comparer le mouvement de l'Aphelie au mouvement de la Planete réel & composé. Mais M. *Newton* qui dans le fameux Ouvrage des *Principes Mathematiques de la Philosophie naturelle* a fait la même recherche, s'y est conduit autrement, & a comparé le mouvement réel & composé de la Planete, au mouvement simple qu'elle auroit sur son Ellipse, si l'Aphelie étoit immobile.

M. *Varignon* prend aussi ce tour, & fait voir par-là l'universalité, & pour ainsi dire, la fléxibilité de sa methode. Il est aisé de voir que quand on feroit décrire à la Planete quelque autre Courbe que l'Ellipse de *Kepler*, ou celle de M. *Cassini*, quand on feroit tourner le plan de cette Courbe, non autour du Soleil, mais autour de tout autre point fixe quelconque, quand même on imagineroit pour cette composition de mouvements, comme a fait M. *Newton* en quelques exemples, des mouvements simples qui ne pourroient convenir aux corps céleſtes, tout cela s'expedieroit avec la même facilité, & ce n'est pas la peine qu'on s'y arrête. Une Methode est en Géometrie ce qu'est en Chimie un Esprit, & les exemples

qu'on donne de cette Methode sont le flegme de l'Esprit. Il faut quelque exemple pour faire sentir la methode comme il faut toûjours un peu de flegme pour porter l'Esprit, mais il faut bien se garder de noyer l'Esprit par la trop grande quantité de flegme.

---

* NOus renvoyons aux Memoires une Recherche purement Géometrique de M. *Carré* sur une Courbe formée par un mouvement qu'il donne au diamêtre d'un Cercle.

CEtte année, parut un Livre de M. *Guisnée*, intitulé, *Application de l'Algebre à la Geometrie, &c.* quoique cet Ouvrage ne soit fait que pour ceux qui commencent, il merite par l'importance de la matiere que nous en parlions ici avec quelque étendue.

L'Algebre exprime par des Lettres toutes les grandeurs, soit nombres, soit lignes, soit degrez de vîtesse &c. Comme il y a dans toutes les recherches quelque chose de connu ou de donné, elle exprime par certaines Lettres qu'on appelle *Inconnues* les grandeurs dont on veut découvrir la valeur, ou, ce qui est la même chose, le rapport à des grandeurs ou lettres connues. Par exemple, si on cherche une moyenne proportionnelle entre deux grandeurs données, on trouve aussi-tôt par une Equation d'Algebre très-simple, que la lettre inconnue, ou la moyenne proportionnelle cherchée est égale

* Voyez les Memoires, pag. 71.

égale à la Racine quarrée du produit des deux grandeurs données & connues. Cette racine quarrée est *l'expression* algebrique de la grandeur qu'on cherchoit. Si dans ce même exemple il s'agissoit de lignes, & que par conséquent la grandeur cherchée en fût une, il faudroit ensuite trouver une ligne dont cette Racine quarrée fût l'expression, & il est visible par les premiers Elements de Géometrie qu'étant décrit un cercle qui eût pour diamêtre les deux grandeurs données mises bout à bout, si on élevoit au point où elles se joindroient une perpendiculaire qui se terminât à la circonference, cette perpendiculaire seroit la ligne cherchée. Trouver par la proprieté Géometrique du Cercle cette ligne telle que la demandoit l'expression algebrique, c'est *appliquer l'Algebre à la Geometrie*; décrire ce Cercle d'un certain diamêtre déterminé, & élever cette perpendiculaire, c'est *construire le Problême* qui avoit été proposé.

Si tous les cas étoient aussi simples que celui-là, l'Application de l'Algebre à la Géometrie n'auroit pas beaucoup de difficulté, mais ordinairement les expressions que donnent les operations d'Algebre pour les grandeurs inconnues sont beaucoup plus *composées*. Elles le sont d'autant plus en général que les lettres inconnues montent à des puissances ou degrez plus hauts, ou, ce qui est compté pour la même chose, que les lettres inconnues, lorsqu'il y en a plus d'une, forment entre-elles des produits d'un plus grand nombre de dimensions. En voici la raison essentielle. L'objet & la fin de toutes les operations d'Algebre est d'avoir dans un membre d'une Equation la lettre inconnue seule, & dans l'autre toutes les lettres con-

connues, ſeules auſſi & ſans mélanges d'inconnues; car alors il eſt clair que la valeur de l'inconnue eſt trouvée. Mais on ſait par la maniere dont les puiſſances ſe forment, que ſi une lettre inconnue monte à une puiſſance plus élevée, elle ſe trouvera enſuite dans ſes puiſſances inferieures mêlée & combinée un plus grand nombre de fois avec des grandeurs connues, & par conſéquent il ſera d'autant plus difficile de l'en dégager. C'eſt la même difficulté pour pluſieurs lettres inconnues qui ſe multiplient ſeules les unes les autres, & qui enſuite ſont differemment multipliées par les lettres connues. Les Problêmes tirent leur nom du degré où monte la lettre inconnue. Ils ſont *ſimples* ou *du premier degré* ſi elle ne paſſe pas ce degré; *plans* ou du *ſecond degré*, ſi elle eſt quarrée; *ſolides* ou *du troiſiéme degré*, ſi elle va juſqu'au cube, & ainſi de ſuite. C'eſt la même choſe pour les produits des lettres inconnues entre-elles, horſmis qu'alors il ne peut y avoir de premier degré. Ces dénominations des Problêmes portent en même temps le caractere de leur difficulté.

Une grandeur inconnue élevée à un degré quelconque, n'eſt connue que quand on connoît ſa racine correſpondante à ce dégré. Ainſi un cube inconnu ne vient à être connu que quand on connoît ſa racine cubique. Or une grandeur élevée à un degré quelconque a toûjours autant de racines ſoit *réelles*, ſoit *imaginaires*, qu'il y a d'unitez dans ce degré, & par conſéquent ſi pour reſoudre un Problême on eſt arrivé à une Equation où il n'y ait qu'une lettre inconnue, on ne lui pourra trouver qu'autant de racines qui ſatisfaſſent au Problême,

me, ou, ce qui eſt la même choſe, autant de ſolutions du Problême tout au plus, que le degré de cette lettre inconnue aura d'unitez. Je dis *tout au plus*, car il ſe pourra trouver des racines imaginaires, qui n'étant rien, & même ne pouvant être, ne donneront aucune ſolution, & s'il n'y en avoit point d'autres, le Problême ſeroit impoſſible & contradictoire. Comme il n'y a donc qu'un certain nombre de ſolutions pour les Problêmes qui ſe réduiſent à une ſeule inconnue, on les appelle *déterminez*. Au contraire ils ſont *indéterminez*, s'il y reſte dans une ſeule Equation deux ou pluſieurs inconnues, que l'on ne puiſſe réduire à une ſeule par le moyen de quelques autres Equations. Alors en donnant arbitrairement à une des inconnues telle valeur qu'on voudra, on détermine neceſſairement la valeur de l'autre, qui en eſt abſolument dépendante en vertu de l'Equation, & comme le nombre des valeurs arbitraires qu'on peut donner à une inconnue eſt infini, celui des valeurs qui naiſſent de-là pour l'autre inconnue, l'eſt pareillement, & par conſéquent auſſi le nombre des ſolutions du Problême indéterminé.

Par exemple, ſi l'on cherche deux lignes proportionnelles à deux lignes données, on trouvera une équation où ſeront les deux lignes inconnues, multipliées l'une par une des données, l'autre par l'autre, & l'on ne pourra avancer ni découvrir rien de plus; à moins que de donner une valeur arbitraire à l'une des inconnues, après quoi l'autre viendra neceſſairement, ce qui peut être recommencé une infinité de fois. Ainſi les Algebriſtes ont raiſon de dire, que reſoudre un Problême indéterminé c'eſt reſoudre une infinité de fois un Problême

déterminé. De même si l'on cherche une ligne qui coupant en deux parties quelconques le diamêtre d'un cercle, soit moyenne proportionnelle entre ses deux parties, on trouvera que toute ligne perpendiculaire menée de la circonference sur le diamêtre a cette proprieté, & pour en avoir une il faudra déterminer arbitrairement un point du diamêtre sur lequel elle tombera. Il est visible que ce diamêtre ayant une infinité de points, ce Problême a une infinité de solutions.

Si l'on vouloit construire le premier Problême que nous venons de donner en exemple, il faudroit tirer l'une des deux lignes données, & sur son extrémité poser l'autre qui feroit avec elle un angle quelconque, par exemple, un angle droit. Ensuite on tireroit l'hypotenuse de cet angle, on prolongeroit à l'infini la premiere ligne donnée, & l'hypotenuse; & alors toutes les lignes tirées de la premiere ligne prolongée à cette hypotenuse parallelement à la seconde ligne donnée, auroient aux parties correspondantes de la premiere ligne le même rapport que les deux lignes données avoient entre elles. Cela est évident, puisque ce n'est qu'un triangle infini, qui a une infinité de bases paralleles. En ce cas l'hypotenuse infinie de ce triangle, d'où l'on peut tirer une infinité de paralleles qui toutes satisferont à la question est appellée un *Lieu*, parce qu'elle contient tout ce qu'on cherchoit. De même c'est un Lieu que la demi-circonference d'un cercle d'où l'on peut tirer toutes les perpendiculaires qui couperont le diamêtre de façon qu'elles soient moyennes proportionnelles entre ses deux parties.

On

On appelle *Origine* d'un lieu le point d'où partent & d'où naissent, pour ainsi dire, toutes les lignes qui resolvent un Problême indéterminé. Ainsi le sommet du triangle infini est l'origine du lieu qui contient toutes les lignes proportionnelles aux deux lignes données. L'une ou l'autre extrémité du diamêtre d'un cercle est l'origine du lieu qui contient les moyennes proportionnelles aux deux parties quelconques de ce diamêtre. Je dis *l'une ou l'autre* parce qu'il en faut déterminer arbitrairement l'une des deux, d'où l'on commencera à diviser le diamêtre.

Dans le triangle infini, l'hypotenuse qui passe par les extrémitez de toutes les bases paralleles est une ligne droite, parce que toutes ces bases sont entr'elles comme les parties correspondantes de la ligne infinie sur laquelle elles sont posées, à compter depuis l'origine du lieu. Mais si c'étoient, non pas ces lignes paralleles ou bases, mais leurs quarrez qui fussent entr'eux comme les mêmes parties correspondantes de la ligne infinie qui les porte, alors l'hypotenuse qui passeroit par leurs extrémitez ne pourroit plus être une ligne droite, mais une Courbe, & on sait que ce seroit une Parabole. Si au lieu des quarrez des lignes paralleles, c'étoient leurs cubes, qui eussent entre-eux ce rapport, ou enfin toute autre puissance, ce seroit encore une Courbe qui passeroit par leurs extrémitez, mais une Courbe d'une autre espece. De là il suit que dans tout Problême indéterminé où les inconnues ne passent point la premiere puissance, on ne trouve qu'un *lieu à la ligne droite*; mais si elles montent au dessus de la premiere puissance, le lieu sera ne-

ceſſairement *à une ligne Courbe*. Ce qu'on dit ici des puiſſances d'une ſeule inconnue, il le faut entendre auſſi des produits de deux inconnues, lorſqu'ils auront un pareil nombre de dimenſions. Tout produit de deux inconnues donne un lieu du même degré que celui ou une ſeule inconnue eſt quarrée, & ainſi du reſte.

Tous les Problêmes indéterminez du ſecond degré ſont donc neceſſairement renfermez dans les combinaiſons qu'on peut faire, ou du produit de deux inconnues entre-elles, où de leurs quarrez, le tout mêlé avec des grandeurs connues. Or telle eſt la nature des quatre Courbes qui naiſſent des differentes ſections du Cone, c'eſt-à-dire du Cercle, de l'Ellipſe, de la Parabole, & de l'Hyperbole, que leurs Abſciſſes & leurs Ordonnées forment tous ces rapports qui ne paſſent point le ſecond degré, & par conſéquent ces Courbes ſont les lieux où tous les Problêmes de ce degré ſe reduiſent, & il faut ſavoir les décrire pour la ſolution de ces Problêmes. A plus forte raiſon il faut connoître les proprietez géometriques de ces Courbes. L'application de l'Algebre à la Géometrie demande donc, ne fût-ce que pour les Problêmes du ſecond degré, la connoiſſance des Sections Coniques. Auſſi M. *Guiſnée* en donne-t-il dans le Livre dont nous parlons un petit Traité aſſez inſtructif.

Il ne ſuffit pas de ſavoir que tous les Problêmes du ſecond degré ſe rapportent à quelqu'une des quatre Sections Coniques, il faut pouvoir reconnoître à laquelle ils ſe rapportent, & deplus, de quelle maniere ils s'y rapportent. Sur cela, voici quel eſt l'eſprit de la Methode, & des Obſervations de M. *Guiſnée*.

L'E-

L'Equation qui exprime la nature d'une Courbe peut paroître sous des formes differentes, & quelquefois si differentes qu'on a de la peine à y reconnoître la même Courbe. La nature d'une Parabole, par exemple, consiste en ce que le quarré d'une Ordonnée quelconque est égal au rectangle de l'Abscisse correspondante par le Parametre, qui est une ligne constante, & qu'on suppose toûjours donnée. Cette Equation est une des plus simples qu'on puisse imaginer, & toutes les fois qu'on seroit arrivé à une pareille Equation où le quarré d'une des inconnues seroit égal au rectangle de l'autre par une ligne donnée, on seroit bien sûr que pour resoudre le Problême il ne faudroit que décrire une Parabole qui eût la ligne donnée pour Parametre. Alors aussi l'origine du lieu du Problême, ou, ce qui est la même chose, le point d'où partiroient les deux especes de lignes qui le resoudroient, seroit le sommet du diamêtre sur lequel on auroit décrit la Parabole, car il est visible que de ce sommet naîtroient toutes les Abscisses & les Ordonnées à l'infini qui auroient la proprieté requise. Mais si l'Equation du Problême étoit telle qu'avec le quarré d'une inconnue, ou avec le rectangle de l'autre inconnue par une ligne donnée, on mêlât soit par Addition, soit par Soustraction, quelque rectangle de l'une des deux inconnues soit par le Parametre, soit par quelque autre ligne donnée, alors quoique ce fût toûjours la même Parabole qui resolût le Problême, les inconnues du Problême ne pourroient être que les Abscisses & les Ordonnées de cette Parabole modifiées d'une certaine façon, c'est-à-dire augmentées ou diminuées de quelque chose,

car enfin il leur eſt arrivé quelque changement, & elles n'en peuvent recevoir d'autres. Or l'origine commune des Abſciſſes & des Ordonnées d'une Parabole étant toûjours neceſſairement au ſommet du diamêtre, par rapport auquel elles ſont Abſciſſes & Ordonnées, dès que ces lignes ſont modifiées de la maniere dont il faut qu'elles le ſoient pour repréſenter les inconnues du Problême, elles ne peuvent plus, avec ce changement qu'elles ont reçu, avoir encore leur origine commune à ce même ſommet, & par conſéquent l'origine des inconnues du Problême ou de ſon lieu n'eſt point au ſommet de la Parabole qui le reſout, mais en quelque autre point.

Cet exemple ſuffit pour faire comprendre & comment l'Equation d'une même Courbe peut être changée, & pour ainſi dire, déguiſée en pluſieurs manieres, & comment des Problêmes qui ſe rapporteront à une même Courbe s'y rapporteront differemment, parce que les origines de leurs inconnues ſeront en differents points.

Entre toutes les Equations qui peuvent ſe rapporter à la Parabole, les plus naturelles & les plus ſimples ſont celles dont les deux inconnues ont leur origine au ſommet du diamêtre qui leur appartient dans cette Courbe. De même les Equations les plus ſimples du Cercle & de l'Ellipſe ont leur origine au centre. L'Hyperbole eſt une Courbe qui en quelque ſorte en vaut deux, parce qu'elle peut être conſiderée de deux manieres qui fourniſſent deux équations differentes. Si on la conſidere par rapport à un diamêtre, comme la Parabole, le Cercle, & l'Ellipſe, ou plûtôt à deux diamêtres *con-*

juguez

juguez comme l'Ellipse, son équation ainsi que celle de ces trois Courbes consiste dans le rapport du quarré d'une Ordonnée quelconque à un rectangle correspondant, & l'équation la plus simple a son origine à l'intersection des diamêtres qui est aussi le centre de l'Hyperbole. Si on la considere par rapport à ses Asymptotes, ce qui lui est particulier, & ne peut convenir à aucune des trois autres Sections Coniques, son Equation se tire de l'égalité d'un quarré toûjours constant avec le rectangle des Abscisses & des Ordonnées, qui appartiennent à la Courbe prise de cette façon, & la plus simple de ces équations a son origine au sommet de l'angle des Asymptotes, qui est aussi le centre de la Courbe. De-là il suit que les deux manieres differentes dont on peut prendre l'Hyperbole s'accordent à donner pour son équation la plus simple celle qui a son origine au centre.

M. *Guisnée* ne considere d'abord que ces Equations les plus simples des quatre Sections Coniques, & donne par les Observations suivantes des Regles pour les distinguer d'avec les autres. Je suppose que toutes les Equations soient égalées à zero, c'est-à-dire que l'on ait mis dans un membre de l'Equation tous ses termes avec les differents signes qui leur conviendront, & dans l'autre zero seul. C'est une forme qui rend les Operations d'Algebre plus commodes en une infinité d'occasions.

Une Equation à la Parabole, & une Equation aux Asymptotes de l'Hyperbole, n'ont que deux termes, & ce qui les distingue, c'est que dans la premiere l'un des termes est le quarré d'une des inconnues, & l'autre, le rectangle

perbole. Celle qui avec le produit des deux inconnues a un ſeul quarré inconnu, apartient également ou aux Diamêtres ou aux Aſymptotes de l'Hyperbole. Celle qui avec ce même produit a deux quarrez inconnus eſt douteuſe entre les quatre Courbes.

Pour la conſtruction des Problêmes qui dépendent des Equations compoſées il y avoit deux partis à prendre, ou d'enſeigner à conſtruire les Problêmes ſur ſes Equations telles qu'on les a trouvées, ou de donner le moyen de les ramener & de les *réduire* aux ſimples. M. *Guiſnée* n'a pris que ce ſecond parti, & il nous avertit que M. le Marquis de l'*Hôpital* avoit pris le premier dans l'Ouvrage qu'il compoſoit quand il eſt mort. Nous l'avons annoncé dans l'Hiſtoire de 1704,* & on travaille à l'imprimer.

On appelle en Algebre *ſeconds termes* ceux où l'inconnue a un degré de moins que dans le terme où elle eſt la plus élevée, & l'art de faire *évanouir* d'une Equation ces ſeconds termes, c'eſt-à-dire de former une nouvelle Equation où ils ne ſe trouvent plus, eſt une invention des plus ingenieuſes & des plus utiles de toute l'Algebre. On a vû par l'exemple que nous avons rapporté de la Parabole, & qui ſe doit appliquer aux autres Sections Coniques, que quand les Equations à ces Courbes n'ont pas leur origine à certains points déterminez, ou, ce qui eſt la même choſe, ne ſont pas les plus ſimples qu'elles puiſſent être, elles ont des ſeconds termes, & par conſéquent il ne faut que les faire évanouir, pour réduire ces Equa-

* pag. 165. & 166.

Equations composées aux plus simples, qui est tout ce qu'entreprend M. *Guisnée*.

Differentes résolutions du même Problême, également justes & démontrées, peuvent avoir differents degrez de simplicité. Les Géometres sont convenus entr'eux que la plus simple des quatre Sections Coniques est le Cercle, & même les Anciens ne comptoient pour *Géometrique*, que ce qui se pouvoit faire par le moyen de la ligne droite & du Cercle seulement. Tout le reste étoit *méchanique*. M. *Descartes* a fait voir que cette severité étoit injuste, & que non seulement les autres Sections Coniques, mais une infinité d'autres Courbes qui meritoient d'être appellées Géometriques à aussi bon titre que le Cercle, devoient donner aussi des solutions Géometriques. Depuis lui, on a fixé plus précisément par la Géometrie des Infiniment petits l'idée des Courbes *géometriques* & des *méchaniques*, telle que nous l'avons rapportée dans l'Histoire de 1704.* Mais cela n'empêche pas que les Courbes Géometriques n'ayent toûjours entre-elles differents degrez de simplicité. Non seulement celles dont les Equations montent à un degré plus haut, sont incontestablement les moins simples, mais dans un même degré elles peuvent l'être plus ou moins. Ainsi dans le second degré le Cercle est plus simple que les autres, après lui c'est la Parabole, & l'Hyperbole prise par rapport à ses Asymptotes est celle qui l'est le moins. Delà il suit que si un Problême indéterminé du second degré peut être resolu par deux ou plusieurs des quatre Courbes, il faut preferer la plus

* Pag. 142.

plus simple. Cette plus grande simplicité dans la solution fait une partie de ce qu'on appelle son *élegance*, le reste consiste à la tirer plus immédiatement de ce qui est donné dans la Question, & à y faire entrer une moindre quantité de principes étrangers & auxiliaires.

Ce que nous avons dit sur les Problêmes indéterminez du second degré étant bien conçû, on voit d'un coup d'œuil à quoi se réduisent en général les Problêmes déterminez de ce même degré. D'abord puisqu'ils sont déterminez, ils n'ont qu'une inconnue, & par conséquent ils ne peuvent jamais dépendre de l'Hyperbole entre ses Asymptotes. Ils n'ont qu'un quarré inconnu, & s'ils ont un second terme, il n'empêche pas que l'on n'ait toûjours par les grandeurs connues la valeur du rayon sur lequel il faudra décrire un Cercle, s'il en est besoin. Enfin puisqu'ils sont déterminez, ils n'ont qu'un certain nombre de solutions, & puisqu'ils sont du second degré, ils n'en peuvent avoir que deux réelles tout au plus, d'où il suit qu'il ne peut y avoir dans la circonference du Cercle plus de deux points qui les resolvent, or ces deux points ne peuvent être déterminez que par l'intersection d'une ligne droite & de cette circonference. Je suppose toûjours que l'on n'employe que le Cercle, puisqu'il seroit vicieux d'employer une autre Courbe, quand même on le pourroit.

Lorsque ces Problêmes sont impossibles, ou, ce qui est la même chose, lorsque leurs deux solutions, ou les deux Racines de leur Equation, sont imaginaires, on trouve que le Cercle tel que le demande leur construction, & la

la ligne droite tirée comme elle le demande aussi, ne peuvent se couper.

Le Cercle n'est pas même toûjours necessaire pour ces Problêmes, & quelquefois l'intersection de deux lignes droites suffit. La raison en est que l'on peut avoir deux Equations indéterminées du premier degré ou à la ligne droite, qui ayent chacune les deux mêmes inconnues. Alors le Problême qui a conduit à ces deux Equations est déterminé de sa nature, parce qu'on peut toûjours, en chassant par le moyen des deux Equations indéterminées l'une des deux inconnues, le réduire à une seule. Il arrive quelquefois que par cette réduction, l'inconnue qui reste seule monte au second degré & a un second terme, & par conséquent le Problême est en ce cas un Problême déterminé du second degré. Mais il y a deux manieres de le construire, ou par les deux Equations indéterminées, ou par la seule Equation déterminée. Si on le construit de la premiere maniere, il est visible que le lieu de chacune des deux Equations indéterminées n'étant qu'une ligne droite, & le Problême étant déterminé, les deux Equations ne peuvent avoir rien de commun qui fournisse la solution, que l'intersection de leurs lieux, ou de leurs deux lignes droites. Si on construit le Problême de la seconde maniere, on doit encore trouver la même intersection, puisque la nature du Problême n'a pas changé.

Comme le raisonnement que nous venons de faire ne dépend pas de ce que les deux Equations indéterminées qui en ont produit une déterminée, étoient du premier degré, & qu'il subsisteroit de même à l'égard des autres degrez,

grez, on peut établir ce principe général, que quand deux Equations indéterminées d'un degré quelconque ont les deux mêmes inconnues, & que l'Equation déterminée, à laquelle par conféquent on peut toûjours les réduire, monte à un dégré fuperieur, le Problême qui eft alors neceffairement déterminé fe refout toûjours par l'interfection des lieux ou lignes qu'il auroit falu décrire pour la réfolution des deux Equations indéterminées. Il ne faut pas oublier que les Problêmes peuvent être conftruits ou par les deux Equations indéterminées ou par la feule Equation déterminée.

Il n'y a point d'Equation déterminée du quatriéme degré qui n'ait pu être produite par deux Equations indéterminées du fecond, & par conféquent tout Problême déterminé du quatriéme degré fe refout par les interfections de deux d'entre les quatre Courbes qui naiffent du Cone. Il eft clair que deux Sections Coniques, le Cercle & la Parabole, par exemple, ne peuvent fe couper qu'en quatre points tout au plus, auffi une Equation déterminée du quatriéme degré ne peut-elle avoir plus de quatre racines réelles, & fi elle en a d'imaginaires, il y aura un pareil nombre d'interfections qui manqueront aux deux Sections Coniques, ce qui peut fervir à faire voir le merveilleux accord de l'Algebre & de la Géometrie.

Les Problêmes déterminez du troifiéme degré peuvent très-facilement être élevez au quatriéme. Il n'y a pour cela qu'à multiplier par leur inconnue, qui eft unique, toute l'Equation égalée à zero. Ils fe refolvent donc alors par des interfections des Courbes du Cone. Et comme la multiplication qu'on a faite n'a en

rien

rien changé leur nature, il s'ensuit que les Problêmes déterminez du troisiéme & du quatriéme degré sont précisément de la même espece & du même ordre. Seulement on ne peut trouver pour les Problêmes du troisiéme degré que trois intersections de leurs Courbes tout au plus, parce que leurs Equations ne peuvent avoir plus de trois racines réelles. Puisqu'un Problême du quatriéme degré peut n'avoir que trois solutions réelles, & même moins, un Problême du troisiéme degré peut monter au quatriéme, sans en recevoir aucun changement. Quoiqu'il semble être contre la simplicité d'élever un Problême que l'on veut resoudre à un degré plus haut que celui qu'il avoit naturellement, il est visible que cette simplicité qui n'est qu'apparente est sacrifiée à une plus grande facilité de l'operation.

Il ne sera pas hors de propos d'observer ici, que quand une ligne soit droite soit courbe coupe une Courbe en deux points, si l'on imagine que les deux points d'intersection se raprochent jusqu'à se confondre ensemble, ils deviendront un point d'atouchement, & de là il suit qu'un point d'attouchement vaut deux points d'intersection, & doit être compté pour deux solutions d'un Problême. Aussi trouve-t-on toûjours à de semblables points deux racines égales, & c'est par-là que M. *Descartes* parvint à sa fameuse Methode des Tangentes.

Quoiqu'il soit indifferent, quant à la solution des Problêmes déterminez du troisiéme & du quatriéme degré, de les construire ou par les deux Equations indeterminées, ou par la seule déterminée, M. *Guisnée* remarque qu'il faut le plus souvent préferer la premiere sorte

de

de conſtruction, parce que comme elle enferme deux inconnues, elle donne en même temps & l'Abſciſſe & l'Ordonnée correſpondantes aux points qui reſolvent le Problême, au lieu que par l'autre conſtruction qui ne roule que ſur une inconnue, on n'auroit que l'une de ces deux grandeurs, après quoi il faudroit encore chercher l'autre.

Il reſte maintenant à parler des Problêmes indéterminez qui paſſent le ſecond degré. Tout Problême indéterminé, ou, ce qui eſt la même choſe, ayant deux inconnues, ne peut ſe reſoudre que par quelque Courbe, qui dans toute ſon étendue ou du moins dans une certaine partie de cette étendue, repréſente par ſes Abſciſſes & par ſes Ordonnées les deux inconnues du Problême. Si, par exemple, on a dans une Equation une inconnue dont le cube ſoit égal ou au quarré d'une ligne donnée multiplié par une autre inconnue, ou au quarré de cette ſeconde inconnue multiplié par une ligne donnée, c'eſt là un Problême indéterminé du troiſiéme degré, qui ne peut ſe reſoudre que par une Courbe qui dans le premier cas s'appelle *premiere Parabole cubique*, & dans le ſecond, *ſeconde Parabole cubique*. La Deſcription de cette Parabole ſera la conſtruction du Problême. Il en eſt ainſi de tous les autres Problêmes plus élevez à l'infini, & des Courbes qui leur répondent.

La conſtruction des Problêmes indéterminez qui paſſent le ſecond degré, n'eſt donc que l'art de décrire des Courbes differentes des quatre Sections Coniques. Cet art en général conſiſte à donner à l'une des deux inconnues une valeur arbitraire, moyennant quoi la valeur de l'au-

l'autre inconnue vient à être necessairement déterminée, & par là on a un des points de la Courbe qu'on veut décrire. Une autre valeur arbitraire donnée encore à la même inconnue détermine une autre valeur pour la seconde inconnue, & c'est là encore un autre point de la Courbe, que l'on a de cette maniere *par points* trouvez les uns après les autres, ou plûtôt, que l'on se contente de pouvoir trouver.

Par exemple, s'il est question de décrire la premiere Parabole cubique, on prendra pour l'inconnue qui recevra successivement les valeurs arbitraires celle qui dans l'Equation monte au cube, & en même temps on tirera une ligne droite indefinie qui sera l'axe de la Courbe, & aura une origine fixe & déterminée d'où l'on comptera les differentes valeurs arbitraires, qui seront par conséquent autant d'Abscisses de l'axe. Ensuite si l'on veut que l'inconnue qu'on a choisie soit égale à 1, ou ce qui est la même chose, si l'on prend 1 pour Abscisse, l'Ordonnée correspondante sera 1 divisé par le quarré donné dans l'Equation, & l'extrémité de cette Ordonnée dont la valeur est toute connue sera necessairement un point de la Parabole cubique. Si l'on prend 2 pour Abscisse, l'Ordonnée correspondante sera 8 divisé par le quarré connu de l'Equation, & l'extrémité de cette Ordonnée sera un nouveau point de la Courbe. Si l'on prend pour Abscisses des nombres moyens entre 1 & 2, les Ordonnées correspondantes seront d'autant plus proches les unes des autres, & les points de la Courbe d'autant plus serrez, en un mot la Description de l'arc correspondant de la Courbe d'autant plus exacte, que l'on prendra une plus grande quantité de ces

ces nombres moyens. Il en faudroit une infinité pour rendre la Description de cet arc entierement exacte.

Dans le choix que l'on a des deux inconnues pour donner à l'une successivement toutes les valeurs arbitraires, il est visible que l'on doit préferer celle qui monte dans l'Equation au degré le plus élevé, lorsqu'elles ne montent pas toutes deux également haut, ou enfin généralement, celle qui étant supposée connue rendra l'Equation la plus simple & la plus facile à resoudre. Ainsi dans l'exemple de la Parabole cubique, l'inconnue qui monte au cube étant choisie pour porter toutes les valeurs arbitraires, le Problême qui étoit indéterminé & du troisiéme dégré, devient par chaque valeur arbitraire, ou, ce qui est la même chose, à chaque construction partiale, un simple Problême déterminé du premier dégré. Pareillement, des Problêmes indéterminez d'un degré plus haut peuvent devenir à chaque construction partiale des Problêmes déterminez du second, du troisiéme, ou du quatriéme dégré, & tant qu'ils ne montent pas plus haut, ils se resolvent par les methodes qui ont été expliquées, c'est-à-dire que les constructions partiales se font, ou, ce qui est le même, que les points des Courbes se trouvent les uns après les autres par des intersections de lignes droites, ou de Sections Coniques.

Mais si après qu'on a choisi une inconnue pour lui donner les valeurs arbitraires, celle qui reste monte si haut, que les Problêmes déterminez où elle entre necessairement, passent le quatriémedegré, alors ils ne se peuvent plus resoudre que par des intersections de deux lignes

gnes dont au moins l'une eſt d'un dégré plus élevé que les Sections Coniques. Entre ces Courbes élevées au-delà du ſecond dégré, la Parabole cubique eſt d'un grand uſage, parce qu'elle donne les cubes des inconnues. En général les Courbes qui paſſent le ſecond dégré ſe décrivent par des points que donnent des interſections de Courbes d'un dégré inferieur, & par-là on peut concevoir les Courbes comme s'élevant à l'infini les unes au deſſus des autres, les ſuperieures toûjours appuyées ſur les inferieures.

Cette Théorie n'eſt que générale, & il n'en faut pas conclurre qu'une Courbe ſuperieure ne puiſſe être décrite ſans le ſecours de quelqu'une des inferieures. Au contraire, il eſt rare, comme le remarque M. *Guiſnée*, que ce ſecours ſoit neceſſaire, & ordinairement on trouve par la nature particuliere de chaque Courbe quelque moyen de la décrire plus ſimple & plus facile, que cet appareil, &, pour ainſi dire, cet échaffaudage de Courbes inferieures. M. *Guiſnée* propoſe pour exemples la Ciſſoïde, la Conchoïde, &c. qui ſe décrivent par des points que donnent de ſimples lignes droites, ou tout au plus droites & circulaires. Cela dépend de l'art & de l'habileté du Géometre, qui doit toûjours tendre à ce qui eſt le plus ſimple, mais ſi les expedients particuliers manquent, on a au beſoin la methode générale.

Tout ce que nous avons dit juſqu'ici de la Deſcription des Courbes qui reſolvent les Problêmes, ne doit s'entendre que des Courbes géometriques, & non des mechaniques. Toute Courbe géometrique étant ou pouvant être repréſentée par une équation indéterminée qui

 don-

donne le rapport des Ordonnées & des Abſciſſes, il eſt bien ſûr qu'une Abſciſſe quelconque déterminée arbitrairement déterminera l'Ordonnée correſpondante, ou reciproquement, & en cela conſiſte toute la Methode générale de la Deſcription de ces Courbes. Mais une Courbe méchanique ne peut être repréſentée que par une équation qui donne, non pas le rapport des Abſciſſes aux Ordonnées, mais celui des infiniment petits de ces deux eſpeces de grandeurs, ou même celui des infiniment petits de ces infiniment petits, ce qui peut aller à l'infini; or la valeur d'un infiniment petit eſt indéterminable, & par conſéquent la Methode générale de la Deſcription des Courbes géometriques ne peut abſolument avoir lieu pour les méchaniques, & il en faut une autre toute differente.

M. *Guiſnée* en donne une, ſeulement pour les Courbes méchaniques du *premier genre*, c'eſt-à-dire, pour celles dont les équations ne renferment que des Infiniment petits du premier ordre, & par ce moyen on trouve les lignes droites, ou les Courbes géometriques neceſſaires pour la Deſcription de la Courbe méchanique dont il s'agit. Dans les occaſions particulieres, il peut y avoir des chemins plus courts, ou plus faciles, qu'il faut préferer à cette Methode.

Nous ne la rapporterons point ici, parce qu'elle appartient à une autre eſpece de Géometrie que celle dont nous avons parlé juſqu'à préſent.

M. *Guiſnée* lui-même ne fait que laiſſer entrevoir quelque raion de la Théorie des Infiniment petits, abſolument neceſſaire pour les Cour-

Courbes méchaniques, & c'est par-là qu'il finit son Ouvrage. En effet la Géometrie ordinaire n'est que l'entrée & en quelque sorte le *Vestibule* de la Géometrie de l'Infini.

ASTRONOMIE.

SUR LES SATELLITES DE SATURNE.

* LE Ciel des Anciens, du moins le Ciel de leurs Astronomes, n'a pas été si magnifique que le nôtre. Dans nôtre Monde seul, ou dans ce qu'on appelle le Tourbillon du Soleil, nous avons neuf Planetes qui leur ont été inconnues, sans compter l'Anneau de Saturne qui n'est peut-être qu'une suite d'un grand nombre de Planetes. Ces neuf Planetes nouvelles sont les quatre Satellites de Jupiter, & les cinq de Saturne.

Personne n'ignore que les Satellites de Jupiter ont été découverts par *Galilée*. Des cinq de Saturne, l'un a été découvert par M. *Huygens*, les quatre autres par M. *Cassini*.

Le Premier Satellite de Saturne, c'est-à-dire, le plus proche de cet Astre, fait sa révolution

* Voyez les Memoires, pag. 17.

lution autour de Saturne en un 1 jour 21 heures; on neglige ici les minutes. Le second en 2 jours 17h. le troisiéme en 4 jours 13h. le quatriéme en 15 jours 22h. le cinquiéme en 79 jours 22h. C'est le quatriéme qui a été découvert par M. *Huygens*.

Le Diamêtre de l'Anneau qui environne Saturne étant assez connu, on l'a pris pour mesure des distances des Satellites au centre de Saturne, & on a trouvé que le premier en étoit éloigné d'un Diamêtre de cet Anneau à peu près, le second de $1\frac{1}{4}$, le troisiéme de $1\frac{3}{4}$, le quatriéme de 4, le cinquiéme de 12.

On sait combien les Satellites de Jupiter sont utiles pour les Longitudes, & par conséquent pour la Géographie & pour la Navigation, ceux de Saturne ne le seront pas moins, sur tout les plus élevez par rapport à Saturne, car les deux premiers en sont si proches, & si proches l'un de l'autre, qu'il est rare qu'on les puisse distinguer ou d'avec Saturne, ou l'un d'avec l'autre, & M. *Cassini* assûre qu'il n'est pas plus difficile de trouver Mercure dégagé des rayons du Soleil. Quand Jupiter ne sera pas sur l'horison pendant la nuit, Saturne y pourra être, & ses Satellites superieurs tiendront lieu de ceux de Jupiter; quand on les verra tous deux ensemble, on comparera les observations faites sur les deux, & les conséquences qui en seront tirées, & on verifiera les unes par les autres. Enfin on ne sauroit avoir trop de moyens pour arriver à une connoissance aussi necessaire que celle des Longitudes.

Outre cette utilité sensible, &, pour ainsi dire, grossiere, les Satellites en ont d'autres plus élevées, & qui ne vont qu'à perfectionner

la

la connoiſſance que nous pouvons avoir du Syſtême de l'Univers.

1°. Ils ont fait voir d'abord combien le mouvement de la Lune autour de la Terre, à laquelle ſeule il ſe rapporte, avoit été heureuſement imaginé par *Copernic*. Le Ciel mieux connu n'a fait qu'expoſer à nos yeux ce qu'avoit deviné ce grand Homme.

2°. *Kepler* a établi une regle fameuſe parmi les Aſtronomes, c'eſt la proportion qui eſt entre les diſtances des Planetes au Soleil, & leurs révolutions. Il a trouvé que ces diſtances ſont entre elles comme les racines cubiques des quarrez des révolutions, ou reciproquement que les révolutions ſont entre elles comme les racines quarrées des Cubes des diſtances. Par exemple, les révolutions de la Terre & de Jupiter autour du Soleil étant 1 & 12, les racines cubiques de 1 & de 144, quarrez de 1 & de 12, ſont 1 & un peu plus de 5, diſtances de la Terre & de Jupiter au Soleil. *Kepler* n'a pas démontré la neceſſité de cette proportion *à priori*, & par les Loix du Mouvement, il a ſeulement établi la proportion ſur le fait, & il l'a ingenieuſement découverte par la comparaiſon des révolutions & des diſtances de toutes les Planetes connues. Mais il faut remarquer, que le fait ſur lequel *Kepler* s'eſt fondé auroit été encore plus certain, ſi les diſtances de toutes les Planetes au Soleil, avoient été connues par obſervation, & immédiatement, auſſi-bien que leurs révolutions. Il n'y a que Mercure & Venus dont on voye en même temps & les diſtances au Soleil, & les révolutions autour de ce centre commun. Pour les autres Planetes, on ne voit point leurs diſtan-

ces au Soleil, on les conclut seulement avec beaucoup de peine de leur *seconde inégalité*, c'est-à-dire, ainsi que nous l'avons expliqué dans l'Histoire de 1704,* de la parallaxe, ou difference optique qui est entre une même Planete vûe du Soleil, ou vûe de la Terre. Mais en fait d'Astronomie, il vaut toûjours mieux voir, que calculer. Heureusement on vint à connoître les Satellites de Jupiter, on eut par observation & leurs distances à Jupiter, & leurs révolutions autour de ce centre commun, & la regle de *Kepler* fut confirmée par cet exemple. Elle l'a été depuis aussi par celui des Satellites de Saturne, & M. *Cassini* la crut si sûre, qu'ayant observé le cinquiéme Satellite seulement pendant 12 jours, & ayant découvert sa plus grande distance à l'égard de Saturne, il osa déterminer en le comparant au quatriéme dont la révolution & la distance étoient déja connues, que sa révolution étoit à peu près de 80 jours, ce qu'un grand nombre d'Observations suivantes a justifié. Voilà donc la regle de *Kepler* verifiée immédiatement par Mercure, par Venus, par les 4 Satellites de Jupiter, & par les 5 de Saturne, c'est-à-dire, par 11 Planetes dont les révolutions autour d'un centre commun, & les distances à l'égard de ce centre sont visibles, & on ne peut plus se défier du calcul ni des principes par lesquels on l'a appliquée aux 4 Planetes qui restent c'est-à-dire, à la Terre, à Mars, à Jupiter, & à Saturne, dont les distances au centre commun de leurs révolutions sont invisibles. Il est clair que c'est-là un des fruits de la découverte

verte

* Pag. 86. & 87.

verte des Satellites, tant de Jupiter, que de Saturne.

3°. Ce qui confirme la regle de *Kepler*, confirme aussi le mouvement que *Copernic* attribue à la Terre. Si son Systême n'est pas vrai, le seul qui reste à prendre est celui de *Tycho*. Or selon *Tycho*, le Soleil, aussi bien que la Lune, tourne autour de la Terre, la Lune en un mois, le Soleil en douze. Les Racines cubiques des quarrez de 1 & de 12, sont 1 & un peu plus de 5. Donc les distances de la Lune & du Soleil à la Terre seroient dans cette proportion, selon la regle de *Kepler*. Or il est certain que ces distances sont dans une proportion incomparablement plus grande. Donc ou la regle de *Kepler* est fausse, ou le Systême de *Tycho-Braché* l'est. Il paroît impossible que la regle de *Kepler* soit fausse, prouvée, comme elle l'est, par l'exemple de toutes celles d'entre les Planetes, qui incontestablement tournent autour d'un centre commun; donc c'est le *Systême* de *Tycho* qui n'est pas vrai, & en effet en remettant la Terre à la place qu'elle tient dans celui de *Copernic*, on voit que tout rentre dans l'ordre, & s'accommode à la regle de *Kepler*.

4°. La Lune nous présente toûjours la même face, & par cette raison l'on n'a pas crû d'abord qu'elle pût tourner sur son axe. Cependant il est difficile que les mêmes causes qui font tourner les autres Planetes sur leur axe n'y fassent aussi tourner la Lune. Pour sauver cet inconvenient, on a imaginé que la Lune pouvoit tourner sur son axe dans un temps à peu près égal à celui qu'elle employe à tourner autour de la Terre, mais l'égalité ou plûtôt

le peu d'inégalité de ces deux mouvements, qui ne se trouvoit point ailleurs, & ne se soûtenoit par aucun autre exemple, pouvoit encore avoir besoin de preuves, quoi qu'au fond, ce soit une suite fort naturelle, & par conséquent une assez forte preuve de ce peu d'inégalité, que la *Libration* de la Lune; c'est-à-dire, ce mouvement periodique & reglé, par lequel elle cache quelquefois une partie de l'hemisphere visible, & découvre une partie égale de l'hemisphere caché. Le scrupule qu'on pouvoit avoir sur ce Systême peut devenir présentement moins considerable, depuis ce que M. *Cassini* a découvert du cinquiéme Satellite de Saturne. Il disparoît réglément pendant environ la moitié de sa révolution, lorsqu'il est à l'Orient de Saturne, quoiqu'il ne soit point alors plus éloigné de la Terre, & que quelquefois même il en soit plus proche que quand on le voit dans son demi cercle Occidental. On ne peut guere expliquer plus naturellement ce Phenoméne si singulier, qu'en supposant dans ce Satellite deux Hemispheres dont l'un est entierement ou presque entierement formé par des terres, & l'autre par des mers, ou plûtôt par quelque chose d'analogue à des terres & à des mers, desorte que l'un de ces Hemispheres reflechisse jusqu'à nous assez de lumiere pour se rendre visible, & que l'autre en reflechisse trop peu. Supposé que le Phenomene demeure toûjours le même, il faut aussi que l'Hemisphere le plus lumineux soit toûjours tourné vers nous lorsque le Satellite est dans son demi cercle occidental, & au contraire, que dans le demi cercle oriental l'Hemisphere obscur soit tourné de nôtre côté. Or c'est ce

qui

qui ne ſe peut, à moins que le Satellite ne tourne ſur ſon axe dans un temps à peu près égal à celui de ſa révolution autour de Saturne, & cela verifieroit d'autant plus heureuſement le mouvement de la Lune ſur ſon axe, que ces deux Planetes ſont de la même eſpece, & que la Lune n'eſt que le Satellite de la Terre, comme les Satellites de Jupiter ou de Saturne n'en ſont que les Lunes. Peut-être ſe trouvera-t-il à la fin que c'eſt une proprieté des Planetes *ſubalternes*, d'avoir des mouvements ſur leur axe à peu près égaux en durée à leurs révolutions autour de leurs Planetes *principales*. Enfin plus on obſervera, plus on découvrira de rapports, qui feront autant de veritez, ou autant de degrez pour arriver à des veritez plus importantes.

SUR UNE
NOUVELLE METHODE
POUR LES LONGITUDES.

* NOUS venons de le dire. Il ne peut y avoir trop de Methodes qui conduiſent à une connoiſſance auſſi neceſſaire que celle des Longitudes. Les Eclipſes de Lune ont été longtemps la ſeule Methode que l'on y employât, & c'eſt en effet celle qui ſe préſente le plus naturellement. M. *Caſſini*, comme on l'a pu

* Voyez les Memoires, pag. 255.

pu voir dans l'Hiſtoire de 1700 * a été le premier qui ait trouvé moyen de faire uſage des Eclipſes de Soleil, que l'on avoit crues juſque-là inutiles pour les Longitudes, & le tour qu'il a été obligé de prendre pour cela, eſt ſi ingenieux qu'il juſtifie ſuffiſamment les Aſtronomes qui ne s'en étoient pas aviſez. Maintenant M. *Caſſini* le fils prend ce même tour pour appliquer à la recherche des Longitudes les Eclipſes des Fixes ou des Planetes cauſées par l'interpoſition de la Lune.

Le peu de diſtance de la Lune à la Terre, ou, ce qui eſt la même choſe, ſa parallaxe qui eſt ſi grande qu'elle peut exceder un degré, eſt cauſe que cette Planete n'eſt pas rapportée au même lieu du Ciel par deux Obſervateurs éloignez qui la voyent en même temps. Ainſi l'un voit qu'elle touche au bord du Soleil, & l'autre ne le voit pas encore, ou peut-être ne le verra point du tout, & par conſéquent il n'y a dans une Eclipſe de Soleil aucun moment qui donne un ſpectacle commun à deux Obſervateurs éloignez, ce qui ſeroit cependant neceſſaire pour les Longitudes. Il en va de même lorſque la Lune paſſe ſous une Planete plus élevée qu'elle par rapport à nous, ou ſous une Etoile fixe, ſa parallaxe cauſe la même diverſité de ſpectacle.

Si l'on ſe ſouvient de ce qui a été dit à l'endroit de l'Hiſtoire de 1700. qui vient d'être cité, on ſait comment M. *Caſſini* a ſauvé cet inconvenient à l'égard des Eclipſes de Soleil. Une Projection de l'Hemiſphere de la Terre éclairé par le Soleil, faite dans l'Orbe de la Lune conçû comme une ſurface ſphérique, eſt une eſpece

* Pag. 131. & ſuiv.

pece de Tableau où se vient peindre tout ce qui se passe dans une Eclipse de Soleil. Là, une Phase quelconque de l'Eclipse vûe à *Rome*, par exemple, à une certaine heure, me donne le point où la Lune étoit alors réellement sur son Orbite, ou dans cette Projection. D'ailleurs je sai quelle heure il devoit être à *Paris*, lorsque la Lune étoit à ce même point, & par conséquent voilà un même moment où l'on sait quelle heure il étoit à *Paris* & à *Rome*, ce qui est la même chose que leur difference de longitude.

On verra dans le Memoire de M. *Cassini* le fils, & on peut déja entrevoir comment il étend cette Methode aux Eclipses des Fixes ou des Planetes par la Lune. Cette extension demande quelques changements qui quelquefois rendent la Methode plus facile, quelquefois plus difficile.

Par exemple, dans les Eclipses de Soleil, quand on veut faire passer son image dans la projection, il faut avoir égard à son diamêtre apparent, tel qu'il est alors, à son mouvement propre, tel qu'il est aussi, & même à sa parallaxe, quoique très-petite, au lieu que si c'est une Etoile fixe qui doive être éclipsée, elle n'a ni parallaxe, ni diamêtre apparent qui change d'un temps à un autre, ni mouvement propre dont on doive jamais tenir compte. Que si c'est une Planete qui doive être éclipsée, les difficultez du Soleil reviennent, horsmis la parallaxe, qui n'a lieu que pour peu de Planetes, encore faut-il qu'elles soient vers leur Perigée.

La Projection de l'Hemisphere de la Terre sur l'Orbe de la Lune est plus facile à décrire pour une Eclipse d'Etoile fixe. Car cette Etoile

étant ſans parallaxe, & par conſéquent dans un éloignement qui peut paſſer pour infini, les deux rayons qui partent du centre de l'Etoile, & qui ſe terminent aux deux extrémitez du diamêtre de la terre, ſont paralleles, & par conſéquent le diamêtre de la projection eſt égal à celui de la terre, ce qui eſt fort ſimple, & ne ſe trouve pas dans les Eclipſes de Soleil, où le diamêtre de la projection doit être plus petit que celui de la terre d'une quantité déterminée par la parallaxe du Soleil.

D'un autre côté, le mouvement de la Lune eſt plus ſimple dans les conjonctions & dans les oppoſitions que dans les autres endroits de ſon cours. Nous avons expliqué dans l'Hiſtoire de 1702 * en quoi conſiſte cette plus grande ſimplicité. Il eſt donc plus aiſé de decrire la Trace de ſon mouvement pour une Eclipſe de Soleil où elle eſt toûjours en conjonction, que pour d'autres temps de ſon cours où elle éclipſera quelque Fixe ou quelque Planete.

On ſera peut-être ſurpris qu'une Methode qui paroît délicate & aſſez compliquée, & qui demande la figure d'une Projection aſſez difficile à bien décrire, donne les differences des Meridiens, ou les Longitudes preſque avec autant de juſteſſe & de préciſion que les Eclipſes des Satellites de Jupiter qui ſont beaucoup plus ſimples. C'eſt cependant ce que l'experience a fait voir à M. *Caſſini* le fils; & ce ſuccès ne peut être dû qu'à l'extrême exactitude avec laquelle il a travaillé, pour ainſi dire, chaque piece de tout l'aſſemblage.

Cette Methode peut même avoir dans la pratique

* pag. 102.

tique quelque avantage sur celle des Satellites de Jupiter. Supposons qu'un Satellite soit près d'entrer dans l'ombre de Jupiter, & qu'un Observateur en attende le moment. Plus la Lunette dont il se servira sera longue & plus tard il verra le Satellite éclipsé. Car ce Satellite a un diamêtre sensible, dont par conséquent une partie n'entre dans l'ombre qu'après l'autre, or une partie qui n'est pas encore éclipsée paroît à une plus longue Lunette, tandis qu'elle ne paroîtroit plus à une plus petite, qui n'auroit pas la force de l'augmenter suffisamment. De-là vient que quand on compare deux observations de la même Eclipse d'un Satellite de Jupiter faites par differents Observateurs, il faut savoir si leurs Lunettes ont été de differente grandeur, & avoir égard à cette difference pour déterminer un moment, qui ait été précisément le même. Or cette reduction n'est pas necessaire pour les Eclipses des Fixes par la Lune, pourvû que la Lune n'ait point alors été pleine, & qu'elle ait joint par la partie obscure l'Etoile qu'elle a rencontré. Car les diamêtres des Fixes n'étant pas plus augmentez, du moins sensiblement, par de plus longues Lunettes, & l'accident rapporté dans l'Histoire de 1699 * n'étant pas à craindre pour la partie obscure de la Lune, on voit la jonction de cette Planete & de la Fixe dans le même moment avec des Lunettes fort differentes, ainsi que Mrs. *Cassini* l'ont éprouvé plusieurs fois. Du même raisonnement, il faut conclure que dans la pratique de cette nouvelle Methode les meilleures Observations sont celles où la Lune a touché par sa partie obscure une Etoile qui étoit sur son chemin. Le mouvement

* pag. 96. & 97.

vement propre de la Lune, qui est celui par lequel elle rencontre les Fixes, est si sensible qu'il ne peut y avoir d'incertitude dans le moment de la jonction, ce qui est encore à compter.

C'est aussi une commodité de pouvoir observer les Fixes de la premiere, seconde, & troisiéme grandeur avec des Lunettes de 2 pieds, au lieu que pour les Satellites de Jupiter, il en faut qui ayent au moins 10 ou 12 pieds.

M. *Cassini* le fils persuadé des avantages qu'on pourroit tirer de cette pratique, calcula toutes les Eclipses des Fixes par la Lune qui devoient arriver depuis le mois de Juillet 1705 jusqu'à la fin de l'année, & envoya ce calcul à ses Correspondants en Astronomie, afin qu'étant avertis de ces Eclipses, ils les observassent, & que leurs observations comparées à celles de *Paris* produisissent de nouvelles découvertes sur les Longitudes, ou confirmassent les anciennes.

SUR LES
TACHES DU SOLEIL.

LE Soleil a continué d'avoir des Taches, ainsi que les années précedentes, & pour épargner le détail des Observations qui en ont été faites par Mrs. *Cassini*, Mrs. *de la Hire*, & M. *Maraldi*, nous n'en donnerons ici que les resultats. Les Methodes que ces Astronomes employent ou pour l'observation de ces Phenomenes ou pour les conclusions qu'ils en tirent, sont assez connues par les Volumes précédents.

Seu-

Seulement avant que d'en venir aux resultats ausquels nous nous bornons ici, il sera bon de donner quelques connoissances générales, qui doivent se répandre sur toute cette matiere.

Ce qu'on appelle une Tache, n'est point ordinairement une Tache unique, mais un amas de plusieurs Taches particulieres, disposées irrégulierement entre-elles. On choisit une des plus grosses de cet amas, pour en observer le mouvement.

Communément chaque Tache particuliere est environnée d'une espece de nuage moins noir & moins obscur qu'elle, & qui fait le même effet que feroit l'Atmosphére autour du Globe de la Terre vû de loin. Mais chaque amas de Taches est environné d'une *facule* ou espace plus clair que le reste du disque du Soleil.

Quand un amas de Taches a disparu, souvent la facule qui l'envelopoit se distingue encore du reste du disque par un plus grand éclat.

Le Soleil tourne sur son axe d'Orient en Occident. Ainsi les Taches qui suivent sa révolution commencent à paroître sur le bord Oriental, & disparoissent sur l'Occidental.

Le Soleil tourne en 27 jours & 9 ou 10 heures.

Le seul effet de la Perspective doit faire paroître une même Tache plus grande & plus ronde, quand elle est vers le centre du Soleil, & plus petite & plus étroite quand elle est vers les bords.

Cela supposé, voici l'Histoire des Taches de cette année.

Après plusieurs jours de temps couvert, on

vît le 15 Janvier à midi deux amas de Taches dans la partie Orientale du disque du Soleil. Selon l'hypothese de la revolution du Soleil en 27 jours & demi, & par la situation de ces Taches sur le disque, on voyoit qu'il y avoit plus de 4 jours qu'elles pouvoient avoir passé de l'Hemisphere caché dans l'apparent. Et en effet M. *de Plantade* les vit à *Montpellier* le 12. Après le 16 on ne revit plus le Soleil jusqu'au 25, mais alors elles devoient avoir passé dans l'Hemisphere caché, si elles subsistoient encore. Au mois de Février, lorsqu'elles devoient être revenues dans l'Hemisphere apparent, on ne les revit plus, & par conséquent elles s'étoient dissipées, quoiqu'elles fussent fort grosses.

Le 7 Avril il parut une Tache qu'on ne put observer que jusqu'au 17, à cause du mauvais temps qui survint.

Le 17 Mai, on en vit une à peu près de la même grandeur, & qui cependant, selon l'hypothese de la revolution du Soleil, ne pouvoit pas être la même. Elle n'avoit pas été amenée sur l'hemisphere apparent du Soleil par la révolution de son globe, car on n'avoit rien vû les jours précédents, & tout d'un coup elle parut, éloignée du centre de moins de deux minutes. On sait que le demidiametre du Soleil en a 16. Cette même Tache disparut dès le lendemain, indépendamment aussi de la révolution du Globe.

Le 4 Juillet, on vit une petite Tache, qui le jour suivant parut plus grosse, & composée de plusieurs autres. Cet amas de Taches étoit déja assez avancé sur le disque, lorsqu'il se montra, & il étoit encore assez éloigné du bord Occidental, lorsqu'il disparut le 13 Juillet.

Deux Taches principales de cet amas changeoient un peu de ſituation entr'elles, & de grandeur, mais les petites qui les accompagnoient changeoient beaucoup davantage. Leur nombre même étoit fort different en differents jours.

Le 3 Août, on apperçut deux Taches, déja fort avancées ſur le diſque. Selon l'hypotheſe des 27 jours & demi, il s'en faloit plus de deux jours que ce ne puſſent être les mêmes du mois de Juillet. Le lendemain il n'en paroiſſoit plus aucune trace.

Le 4 Octobre, on vit vers le bord Oriental des Taches, qui apparemment venoient de l'hemiſphere caché. Quelques jours après elles parurent fort augmentées en nombre, ſoit qu'elles le fuſſent réellement, ſoit par l'effet de la Perſpective. Elles avançoient toûjours vers le bord Occidental, mais le 12 Octobre, 4 jours avant qu'elles euſſent pu l'atteindre, on vit de nouvelles Taches dans la partie Orientale du diſque, & peu éloignées du centre. Depuis les obſervations de *Scheiner*, faites il a 60 ans, on n'avoit guere vû en même temps deux differents amas de Taches. Nous avions remarqué dans l'Hiſtoire de 1700 * combien ce Phenomene étoit rare, cependant ce fut alors pour la ſeconde fois qu'il parut depuis deux ans.

Ces nouvelles Taches changerent beaucoup de figure, & même on ſoupçonna qu'elles pouvoient avoir quelque mouvement propre fort irrégulier. Le 20 Octobre on les vit encore près du bord Occidental, mais fort diminuées, & fort changées de figure.

Les

* pag. 150.

Le 4 Novembre, il parut une nouvelle Tache près du bord Oriental, & elle fut encore observée le 15 près du bord Occidental, sur lequel elle disparut le 17. Ni sa figure, ni l'hypothese des 27 jours, ne permettoient qu'on la prît pour une des Taches précedentes, à moins qu'on ne lui eût supposé un grand changement de figure, & un mouvement particulier fort considerable. Pendant le temps qu'elle parut, elle n'eut point d'autres changements sensibles, que ceux de la Perspective.

GEOGRAPHIE.

UNE assez grande partie des Etats qui composent aujourd'hui le Monde connu, se sont formez des débris de l'Empire Romain démembré & déchiré par les Barbares. Comme c'est de-là que nos Histoires modernes prennent leur origine, & que ce sont aussi celles qui nous interessent le plus, M. *Delisle* a dressé une Carte qui doit être d'un grand secours pour les bien entendre. Elle comprend non seulement l'Empire Romain, mais tous les Pays barbares dont il étoit environné, peu de temps avant que les peuples de ces pays y eussent encore fait aucunes breches par leurs invasions. Son Epoque est l'an 400 de J.C.

M. *Sanson*, célébre Geographe, avoit déja fait une Carte de l'Empire Romain, fort estimée en son temps, mais il n'y a pas compris les Pays barbares, dont la position & la détermination á dû être aussi penible qu'elle est instructive.

tructive. M. *Delisle* a nommé sa Carte *Theatre Historique* à cause de la grande étendue qu'elle embrasse au de-là de l'Empire Romain, & de l'utilité dont elle est pour nos Histoires.

Deplus, la Terre a bien changé depuis M. *Sanson*, c'est-à-dire que les Observations astronomiques, & plus exactes & en plus grand nombre, ont produit de grandes reformes dans la Géographie. On s'étoit extrémement trompé sur les Longitudes, naturellement plus difficiles à déterminer que les Latitudes, on s'étoit souvent trompé sur les Latitudes mêmes, & M. *Delisle* a été obligé d'être toûjours different de M. *Sanson* sur la premiere de ces mesures, & souvent sur la seconde, ce qui change entierement la figure des Pays, des Mers &c.

C'est une remarque qui n'est pas tout à fait nouvelle, que les erreurs des mesures Geographiques ont toûjours jusqu'ici consisté dans l'excès. Depuis les *Grecs* jusqu'à nous, la Terre a toûjours diminué à chaque fois qu'on a entrepris d'en découvrir la grandeur. Delà vient que quoique le même Empire Romain ou les mêmes Pays soient plus en grand dans la Carte de M. *Sanson* que dans celle de M. *Delisle*, & que par conséquent l'*Echelle* de la Carte de M. *Delisle* dût être la plus petite, elle est cependant plus grande d'un cinquiéme. Cest que dans la Carte de M. *Sanson* l'Empire Romain est beaucoup trop grand par rapport au reste de la surface de la Terre. La perfection des Cartes dépend de l'exacte proportion des parties de cette surface entre-elles, & on ne peut esperer de la connoître que par l'Astronomie, qui répand de jour en jour sur la Géographie une plus grande lumiere.

ME-

MECHANIQUE.

SUR LA RESISTANCE DES SOLIDES, ET SUR LA COURBURE DES RESSORTS PLIEZ.

* LA Formule que M. *Varignon* a donnée † sur la Resistance des Solides est générale, & laisse une entrée libre à toutes les differentes hypotheses que l'on y voudra introduire. Mais M. *Bernoulli* de *Bâle*, laissant cette vaste généralité, s'attache sur ce même sujet à une hypothese particuliere, qu'il prétend être la seule conforme à la Nature. Les recherches générales, telles que celles de M. *Varignon*, sont d'une utilité plus éloignée, parce qu'elles attendent une détermination que l'Experience doit fournir; les recherches particulieres, telles que celle de M. *Bernoulli*, n'attendent plus rien, & sont d'une utilité presente.

On a vû dans l'Histoire de 1702 que *Galilée* s'étoit mépris, quant à la Physique, en supposant que lorsqu'une poutre suspendue horisontalement rompt par l'action de sa pesanteur, toutes

* Voyez les Memoires, p. 230. † Voyez l'Hist. de 1702. pag. 135.

toutes ses fibres cassent à la fois, & que M. *Mariotte* avoit corrigé cette erreur par l'hypothêse de l'extension inégale des fibres, dont les plus étendues sont les premieres qui cassent, & delà vient qu'une poutre pour rompre dans la situation horisontale doit avoir, selon *Galilée*, un poids environ plus grand d'un tiers que selon M. *Mariotte*. Mais M. *Bernoulli* corrige encore M. *Mariotte*, qui n'avoit songé qu'à l'extension des fibres d'une pourtre qui rompt dans la situation horizontale. Il remarque que si elles s'étendent vers le haut de la base scellée dans le mur, elles se compriment vers le bas, desorte qu'il y a un point moyen qui ne souffre ni extension ni compression, & que de ce point-là les extensions & les compressions vont toûjours en augmentant de part & d'autre.

De plus, M. *Mariotte* avoit supposé que les extensions des fibres sont proportionnelles aux forces qui les causent, c'est-à-dire que si une certaine force étendoit une fibre d'une certaine quantité, une force double, triple &c. l'étendoit deux fois, trois fois davantage. Mais M. *Bernoulli* n'admet pas cette hypothêse, parce que comme les forces peuvent augmenter à l'infini, il faudroit donc que les fibres se pussent aussi étendre à l'infini, ce qui est absurde. Cette absurdité est encore plus sensible dans la compression, ainsi qu'il a été dit ci-dessus *. Or l'extension est une compression *negative*, & si la compression n'est pas proportionnelle aux forces, l'extension ne le sera pas non plus.

† Lorsqu'il y a d'un côté une suite de Grandeurs, de l'autre une autre suite, & que dans tou-

* Pag. 16. † Voyez ci-dessus p. 129. & 130.

toutes deux les Grandeurs croiſſent ou décroiſſent ſelon la même proportion, elles peuvent être repréſentées les unes par les baſes parallеles d'un Triangle, les autres par les parties de l'un ou de l'autre des côtez déterminez par ces baſes.

Mais quand les deux ſuites ne marchent pas ſelon la même proportion, leurs grandeurs ne peuvent être repréſentées que par les Abſciſſes & les Ordonnées d'une Courbe; par conſéquent c'eſt ainſi qu'il faut repréſenter les extenſions ou compreſſions, & les forces qui les cauſent; & la Courbe de la compreſſion aura une Aſymptote, puiſque la force comprimante, quoiqu'augmentée à l'infini, ne peut réduire l'étendue du corps à être nulle.

M. *Bernoulli* ayant ainſi fait entrer dans ſon hypothêſe toutes les conditions que la plus exacte Phyſique pouvoit deſirer, vient enfin au calcul algebrique. Il conſidere que la force, qui étant ſur le point de rompre la poutre étend une partie de ſes Fibres, & en comprime une autre, eſt la même que celle qui les étendroit toutes, ou les comprimeroit toutes, ſoit de la même quantité, ſoit de deux quantitez differentes, ſelon que le corps ſeroit également ou inégalement capable d'extenſion & de compreſſion. Chacune de ces deux actions auroit ſon point fixe, d'où l'extenſion, ou la compreſſion iroit toûjours en augmentant, & la force qui étendroit ou comprimeroit une Fibre agiroit avec d'autant plus d'avantage qu'elle ſeroit plus éloignée de ce point fixe. Voilà les principes les plus eſſentiels de ce calcul. Cela ſuppoſé, tout ce qui entre dans l'action par laquelle une force tire & étend une Fibre quelconque,

que,

que, c'eſt cette même Fibre ayant une largeur infiniment petite, multipliée tant par la force qui la tire, que par la diſtance de cette force au point fixe ſur lequel ſe fait l'extenſion. Et l'action par laquelle un poids étend inégalement toutes les Fibres d'une poutre, ſituée horiſontalement, & prête à rompre, c'eſt la ſomme de toutes ces actions particulieres. Cette ſomme trouvée par le calcul integral, on la compare ſans peine à l'action par laquelle un poids romproit la poutre ſituée verticalement; car ce poids étendroit de la même quantité toutes les Fibres enſemble, & par conſéquent ſon action n'eſt que ſon produit par la plus grande extenſion poſſible de toutes les Fibres.

Il ſe trouve par-là que la force qui rompt la Poutre dans la ſituation horiſontale, eſt à celle qui la rompt dans la ſituation verticale, comme le tiers de la hauteur de la Poutre eſt à ſa longueur, au lieu que ſelon *Galilée* ces deux forces ſont l'une à l'autre comme la moitié de la hauteur à la longueur. Nous avons déja dit que c'eſt-là le reſultat de l'hypothêſe de M. *Mariotte* comparée à celle de *Galilée*, & il n'eſt pas étonnant que M. *Bernoulli* arrive à la même concluſion que M. *Mariotte*, quoique par une hypothêſe differente, car M. *Bernoulli* établit que la force qui étend & comprime à la fois differentes Fibres dans un même corps, eſt égale à celle qui ſelon M. *Mariotte* les étendroit toutes.

Mais une choſe qui malgré cette conformité eſt particuliere à l'hypothêſe de M. *Bernoulli*, c'eſt que par le rapport qui ſe trouve entre la quantité dont la Fibre la plus étendue eſt étendue, & celle dont la Fibre la plus comprimée

mée eſt comprimée, ou, ce qui revient au même, par le rapport du plus ou moins de facilité qu'il y a à étendre un corps qu'à le comprimer, il détermine le point de la báſe de la Poutre, où elle ne ſouffre ni extenſion ni compreſſion, & c'eſt-là un centre d'une nouvelle eſpece, & qui n'a point encore été conſideré.

Cette Théorie de M. *Bernoulli* ſur les corps qui ſouffrent à la fois extenſion & compreſſion l'a conduit à déterminer la courbure d'une Lame à reſſort, qui étant poſée & attachée perpendiculairement ſur un plan par une de ſes extrémitez, eſt enſuite pliée par un poids que l'on ſuſpend à l'autre extrémité. Cette Lame eſt en même temps étendue par le poids dans ſa ſurface exterieure, & comprimée dans l'interieure, & par conſéquent elle eſt à cet égard dans le même cas que la poutre. *Galilée* a cru que la Lame ſe courboit en Parabole, mais M. *Bernoulli* trouve au lieu de la Parabole une Courbe méchanique, d'une conſtruction aſſez difficile. Il l'appelle *Elaſtique*. Ce Problême n'avoit point été tenté depuis *Galilée*, peut-être parce qu'on en avoit ſenti la difficulté.

Quand M. *Bernoulli* a travaillé ſur les Courbes *Iſoperimetres*, c'eſt-à-dire, ſur celles qui ayant la même *perimetrie* ou longueur devoient produire d'une certaine maniere déterminée des eſpaces plus grands, ou plus petits, il a trouvé que comme le Cercle eſt de toutes les Courbes poſſibles celle qui ſous une même perimetrie ou circonference renferme le plus grand eſpace, & que la Courbe appellée *Chaînette* eſt celle qui en tournant autour de ſon axe produit la plus grande ſurface, de même la Courbe Elaſtique eſt celle qui par cette mê-

me révolution produit le plus grand solide, ce qui fait une proprieté très-remarquable de l'Elastique. Reciproquement de toutes les Courbes qui renferment des espaces égaux, ou produisent par leur révolution autour de leur axe des surfaces égales, ou des solides égaux, le Cercle, la Chainette, & l'Elastique sont celles qui ont la moindre perimetrie. Cette proprieté a été connue dans le Cercle par les Anciens Géometres, mais dans les deux autres Courbes, elle n'a pu être découverte que par la plus profonde Géometrie moderne, & par un calcul très-délicat des Infiniment petits.

SUR LES PROPORTIONS NECESSAIRES AUX DIAMETRES DES TUYAUX,

Pour donner précisément certaines quantitez d'eau déterminées.

* LA vîtesse de l'eau qui sort d'un Tuyau, & par conséquent la quantité d'eau qui en sort, dépend de la hauteur d'où elle tombe, mais cette hauteur étant supposée toûjours la même, il sort une plus grande quantité d'eau par un Tuyau d'une plus grande ouverture, & les ouvertures étant supposées circulaires, les quan-

* Voyez les Memoires, p. 365.

quantitez d'eau qui sortent par differentes ouvertures sont comme les quarrez de leurs diamêtres, puisque c'est-là la proportion des Cercles.

Mais en raisonnant ainsi, on ne considere point le frotement de l'eau contre les parois interieures du tuyau où elle coule, & il est si ordinaire de ne le point considerer, qu'il n'est pas entré dans cette Théorie si générale que M. *Varignon* a donné sur cette matiere, & qui est rapportée dans l'Histoire de 1703.* Lorsqu'un veut en tenir compte, on trouve qu'il doit necessairement diminuer la vîtesse, & par conséquent la quantité de l'eau qui sort, mais il faut savoir selon quelle proportion il la diminue en differents Tuyaux.

Le frotement dont il s'agit ne tombe dans aucun des deux Cas, qui font toute la Théorie générale des frotements expliquée dans l'Histoire de 1703.† Il n'y a ici ni poids à soulever, ni parties à user, seulement les gouttes d'eau, lorsqu'elles viennent à heurter les parties du Tuyau avec un mouvement oblique, ce qui doit arriver très-souvent, perdent tout ce que ce mouvement oblique avoit de perpendiculaire par rapport à ces parois, & par conséquent leur vîtesse est diminuée d'autant. Delà il suit qu'une même quantité d'eau perd d'autant plus de sa vîtesse, qu'elle rencontre une plus grande quantité de parties des parois du Tuyau, ou, ce qui est la même chose, que la surface interieure du Tuyau est plus grande. Or les Tuyaux étant des Cylindres, les surfaces de deux Tuyaux égaux en longueur sont

* pag. 154. † p. 129. & suiv.

ſont comme leurs circonferences ou leurs diamêtres, & leurs ouvertures comme les quarrez de leurs diamêtres, d'où il ſuit que ſi deux Tuyaux ſont également longs, & que l'un ait un diamêtre double de l'autre, le quadruple d'eau qui doit ſortir par le plus gros ne trouvera que deux fois plus de reſiſtance de la part de la ſurface ou du frotement, & par conſéquent en trouvera moins à proportion de ſa quantité que l'eau qui ſort par le petit tuyau, c'eſt-à-dire en un mot, que le plus gros qui à raiſon de ſon diamêtre n'auroit dû donner préciſément que le quadruple de l'eau du petit, en donnera davantage.

Si l'on veut donc qu'il ne donne préciſément que ce quadruple, il faudra diminuer ſon diamêtre, mais de combien le faudra-t-il diminuer, ou en général, un Tuyau quelconque étant donné, quel doit être le diamêtre d'un autre Tuyau que l'on veut qui donne préciſément une certaine quantité d'eau déterminée par rapport à la premiere, en tenant compte des frotements de l'eau dans les Tuyaux? c'eſt là un Problême auquel on n'avoit point encore touché, & que M. *Carré* a reſolu. Il n'a beſoin que de connoître par une experience fondamentale quelle eſt la diminution que le frotement apporte à la vîteſſe de l'eau dans les Tuyaux, après quoi il trouve ſans peine par une Equation du ſecond degré le rapport du diamêtre qu'on cherche au diamêtre donné. Elle roule uniquement ſur ces deux Analogies qui ſuivent de ce qui vient d'être dit. Les diminutions de la vîteſſe de l'eau ſont comme les diamêtres, car on ſuppoſe les Tuyaux égaux en longueur, & les quantitez d'eau qui

ſortent par les Tuyaux ſont comme les quarrez de leurs diamêtres, moins la quantité dont chacune eſt diminuée parce qu'elle a une moindre vîteſſe.

M. *Dalesme* a propoſé à la Compagnie quelques vûes que l'on a cru qui pourroient être utiles & qui meriteroient que l'on fît les frais des experiences en grand.

Il a imaginé que l'on pourroit employer pour une force mouvante le reſſort de la vapeur qui s'éleve de l'eau chaude. Il a fait voir par une Machine où ce reſſort ſeul faiſoit jaillir de l'eau à une grande hauteur, combien il a de puiſſance.

Il a donné un moyen très-ſimple de faciliter & d'augmenter l'action de ceux qui tirent de grands Bateaux ou des Vaiſſeaux.

Il croit qu'afin d'avoir plus aiſément & en plus grand nombre des bois courbes pour la conſtruction des Vaiſſeaux, on pourroit plier de jeunes arbres dans les Forêts.

Il a fait des Obſervations ſur la maniere de forger ſolidement les Ancres, & de bien faire l'alliage des fers doux & aigres dont elles ſont compoſées.

Il a propoſé auſſi quelques autres idées qui ont rapport à des uſages moins importants, & moins nobles, par exemple, une eſpece de Syſtême des cauſes qui font fumer les Cheminées, & quelques moyens pour remedier à cet inconvenient. Mais tout cela attend encore la déciſion ſouveraine de l'experience.

M. *des Billettes* a donné la Description de l'Art de faire la Poudre à canon.

M. *Jaugeon* à l'occasion des Arts & Métiers qui concernent la soye, a donné une Histoire naturelle des Vers qui la produisent.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE EN M.DCCV.

I.

UN Parasol brisé de M. *Marius*, plus leger que les autres, & qui peut être aisément porté dans la poche.

II.

Une Tente brisée du même Inventeur, qui peut être perfectionnée de sorte qu'elle sera plus legere, de moindre volume, & aussi ferme que les Tentes ordinaires.

III.

Une Carabine que l'on charge par la culasse, sans la briser, inventée par M. *de la Chaumette*.

IV.

Un Micrometre inventé par le Sr. *le Févre*, Ingenieur pour les Instruments de Mathematique. La division en est telle que le mouvement des soyes répond toûjours précisément &

sans fraction à des minutes & à des secondes de degré, quoique le Micrometre soit appliqué à des Lunettes de differente grandeur. Cette même division, pourvû qu'on change de *numeration*, divise de 20 secondes en 20 secondes de doit les diamêtres apparents du Soleil & de la Lune, quoiqu'ils varient, & cela, dans le temps même de l'Observation.

Le Sr. *le Fêvre* proposa en même temps à l'Academie une autre sorte de division qui rendroit le Micrometre beaucoup plus simple, & qui auroit tous les avantages de l'autre, à cela près qu'elle n'iroit pas à de si petites parties. Ces inventions sont nouvelles, & ont paru fort ingenieuses. On n'en a point encore vû l'usage.

E L O G E

DE M. BERNOULLI.

JACQUES BERNOULLI nâquit à Bâle le 27 Decembre 1654. Il étoit fils de *Nicolas Bernoulli* encore vivant, qui a des charges considerables dans sa République. Un des freres de celui dont nous parlons, est encore plus élevé en dignité que son Pere.

M. *Bernoulli* reçût l'éducation ordinaire de son temps; on le destinoit à être Ministre, & on lui apprit du Latin, du Grec, de la Philosophie Scholastique, nulle Géometrie, mais dès qu'il eût vû par hasard des figures géometriques, il en sentit le charme, si peu sensible pour la plûpart des Esprits. A peine avoit-il

quel-

quelque Livre de Mathematique, encore n'en pouvoit-il joüir qu'à la dérobée, à plus forte raison il n'avoit pas de Maître, mais son goût, joint à un grand talent, fut son Précepteur. Il alla même jusqu'à l'Astronomie, & comme il avoit toûjours à vaincre l'opposition de son Pere qui avoit d'autres vûes sur lui, il exprima sa situation par une Devise où il représentoit Phaëton conduisant le Char du Soleil, avec des mots Latins qui signifioient, *Je suis parmi les Astres malgré mon Pere.*

Il n'avoit que 18 ans, & n'étoit presque encore Mathematicien que par sa violente inclination pour les Mathematiques, lorsqu'il resolut ce Problême Chronologique assez difficile, où les années du Cycle Solaire, du Nombre d'or, & de l'indiction étant données, il s'agit de trouver l'année de la Periode Julienne.

A 22 ans il se mit à voyager. Etant à *Geneve*, il apprit à écrire à une fille qui avoit perdu la vûe deux mois après sa naissance, & il imagina pour cela un moyen nouveau, parce qu'il avoit reconnu & par raisonnement & par experience l'inutilité de celui que *Cardan* a proposé. A *Bordeaux*, il fit des Tables Gnomoniques universelles, qui sont présentement prêtes à imprimer. Après avoir vû la *France*, il revint chez lui en 1680. Là il commença à étudier la Philosophie de *Descartes*. Cette excellente lecture l'éclaira plus qu'elle ne le persuada, & il tira de ce grand Auteur assez de force pour pouvoir ensuite le combattre lui-même.

Heureusement à la fin de 1680, il parut un Phénomene propre à exercer un Philosophe naissant. C'étoit cette Comete, qui a fait naî-

tre des Ouvrages fameux, & entre autres, le premier que M. *Bernoulli* ait donné au Public. Il l'intitula, *Conamen Novi Systematis Cometarum, pro motu eorum sub calculum revocando, & apparitionibus prædicendis.* Il suppose que les Cometes sont des Satellites d'une même Planete, si élevée au dessus de Saturne, quoique placée dans le Tourbillon du Soleil, qu'elle est toûjours invisible à nos yeux, & que ses Satellites ne deviennent visibles que quand ils sont par rapport à nous dans la partie la plus basse de leur cercle. De-là il conclut que les Cometes sont des Corps éternels, & que leurs retours peuvent être prédits, ce qui est aussi la pensée de M. *Cassini*. La Comete de 1680 doit, selon le Systême & le calcul de M. *Bernoulli*, reparoître en 1719 le 17 Mai, dans le premier degré 12' de la Balance. Voilà une prédiction bien hardie par l'exactitude des circonstances.

Ici, je ne puis m'empêcher de rapporter une objection qui lui fut proposée très-serieusement, & à laquelle il daigne répondre de même, c'est que si les Cometes sont des Astres reglez, ce ne sont donc plus des signes extraordinaires de la colere du Ciel. Il essaye plusieurs réponses differentes, & enfin il en vient jusqu'à dire que la Tête de la Comete qui est éternelle n'est pas un signe, mais que la Queue en peut être un, parce que, selon lui, elle n'est qu'accidentelle; tant il faloit encore avoir de menagements pour cette opinion populaire, il y a 25 ans. Maintenant on est dispensé de cet égard, c'est-à-dire que le gros du monde est gueri sur le fait des Cometes, & que les fruits de la saine Philosophie se sont répandus de pro-

che en proche. Il seroit assez bon de marquer, quand on le pourroit, l'Epoque de la fin des erreurs qu'elle a détruites.

En 1682 M. *Bernoulli* publia sa Dissertation *De gravitate Ætheris*. Il n'y traite pas seulement de la pesanteur de l'Air, si incontestable & si sensible par le Barometre, mais principalement de celle de l'Ether, ou d'une matiere beaucoup plus subtile que l'Air que nous respirons. C'est à la pesanteur & à la pression de cette matiere qu'il rapporte la Dureté des Corps. Il proteste dans sa Préface qu'en imaginant ce Systême, il ne se souvenoit point de l'avoir lû dans le célebre Ouvrage de la *Recherche de la Verité*, & il s'applaudit d'être tombé dans la même pensée que le P. *Mallebranche*, &, ce qui est encore plus remarquable, d'y être arrivé par le même chemin.

Comme l'alliance de la Géometrie & de la Physique fait la plus grande utilité de la Géometrie, & toute la solidité de la Physique, il forma des Assemblées & une espece d'Academie, où il faisoit des Experiences qui étoient ou le fondement, ou la preuve, des calculs géometriques, & il fût le premier qui établit dans la Ville de *Bâle* cette maniere de philosopher, la seule raisonnable, & qui cependant a tant tardé à paroître.

Il pénétroit déja dans la Géometrie la plus abstruse, & la perfectionnoit par ses découvertes, à mesure qu'il l'étudioit, lorsqu'en 1684 la face de la Géometrie changea presque tout à coup. L'Illustre M. *Leibnits* donna dans les *Actes de Leipsic* quelques essais de son nouveau Calcul differentiel, ou des Infiniment petits, dont il cachoit l'art & la methode. Aussitôt

Mrs. *Bernoulli*, car M. *Bernoulli* l'un de ses freres, & son cadet, fameux Géometre, a la même part à cette gloire, sentirent par le peu qu'ils voyoient de ce calcul quelle en devoit être l'étendue & la beauté, ils s'appliquerent opiniâtrément à en chercher le secret, & l'enlever à l'inventeur, ils y reussirent, & perfectionnerent cette Methode au point que M. *Leibnits* par une sincerité digne d'un grand homme a déclaré qu'elle leur appartenoit autant qu'à lui. C'est ainsi que le moindre rayon de Verité qui s'échape au travers de la nue éclaire suffisamment les grands Esprits, tandis que la Verité entierement dévoilée ne frape pas les autres.

La Patrie de M. *Bernoulli* rendit justice à un Citoyen qui l'honoroit tant, & en 1687 il fut élu par un consentement unanime Professeur en Mathematique dans l'Université de Bâle. Alors il fit paroître un nouveau talent, c'est celui d'instruire. Tel est capable d'arriver aux plus hautes connoissances qui n'est pas capable d'y conduire les autres & il en coûte quelquefois plus à l'Esprit pour redescendre, que pour continuer à s'élever. M. *Bernoulli* par l'extrême netteté de ses Leçons, & par les grands progrès qu'il faisoit faire en peu de temps, attira à *Bâle* un grand nombre d'Auditeurs Etrangers.

Les exercices que demandoit sa place de Professeur produisirent entre autres fruits tout ce qu'il a donné sur les *Series* ou Suites infinies de Nombres. Il s'agit de trouver ce que vaut la somme d'une infinité de Nombres reglez selon quelque ordre ou quelque loi, & sans doute la Géometrie ne montre jamais plus d'audace que quand

quand elle prétend se rendre maîtresse de l'infini même, & le traiter comme le fini. Par-là on découvre des Rectifications, ou des Quadratures de Courbes, car toutes les Courbes peuvent passer pour des suites infinies de lignes droites infiniment petites, & les espaces qu'elles comprennent pour une infinité d'espaces infiniment petits, tous terminez par les lignes droites. Tantôt on trouve que ces Suites, qui comprenent une infinité de termes, ne valent neanmoins qu'un certain terme fini, & alors les Courbes qu'elles représentent sont ou rectifiables, ou quarrables, tantôt on trouve que ces Suites se perdent dans leur infini, & se dérobent absolument au Calcul, & en ce cas-là les longueurs des Courbes ou leurs espaces échapent aussi à nos recherches. *Archimede* paroît avoir été le premier qui ait trouvé la somme d'une Progression géometrique infinie décroissante, & par-là il découvrit très ingenieusement la Quadrature de la Parabole; M. *Wallis*, célébre Mathematicien *Anglois*, a composé sur ces suites son *Arithmetique des Infinis*, & après lui Mrs. *Leibnits* & *Bernoulli* poussérent encore cette Théorie beaucoup plus loin.

Mais le travail le plus assidu de M. *Bernoulli* eut pour objet le Calcul des Infiniment petits, & les recherches où il étoit necessaire. Lui & le petit nombre de ses pareils avoient découvert comme un nouveau Monde inconnu jusque-là, d'un abord difficile, même dangereux, d'où l'on rapportoit des richesses immenses, que l'on n'eût pas trouvées dans l'Ancien. * Déja en faisant l'Eloge de feu M. le Marquis de

* Voyez l'Hist. 1704. pag. 158.

de l'*Hôpital*, nous avons fait en partie celui de M. *Bernoulli*, parce qu'ils ont souvent donné par la Methode qui leur étoit commune la solution des mêmes Problêmes, où toute autre Methode n'auroit point eu de prise. Nous ne repeterons point ici ce qui a été dit, nous y ajouterons seulement quelques unes des découvertes particulieres à M. *Bernoulli*.

Le Calcul differentiel étant supposé, on sait combien est necessaire le Calcul Intégral, qui en est, pour ainsi dire, le renversement; car comme le Calcul differentiel descend des grandeurs finies à leurs infiniment petits, ainsi le Calcul integral remonte des infiniment petits aux grandeurs finies, mais ce retour est difficile, & jusqu'à present impossible en certains cas. En 1691 M. *Bernoulli* donna deux Essais du Calcul Intégral, les premiers qu'on eût encore vûs, & ouvrit cette nouvelle carriere aux Géometres. Ces deux Essais regardoient la rectification & la quadrature de deux differentes especes de Spirales; l'une est formée par les extrémitez des Ordonnées d'une Parabole ordinaire, dont l'axe seroit roulé en cercle, l'autre est la Spirale Logarithmique, qui fait toûjours le même angle avec ses Ordonnées concourantes à son centre. Et comme la Courbe appellée Loxodromique, décrite par un Vaisseau qui suit toûjours le même rhumb de vent, fait aussi toûjours le même angle avec tous les Meridiens, il s'ensuit que si les Meridiens étoient des lignes droites concourantes au Pole, la Loxodromique deviendroit la Spirale Logarithmique. De-là M. *Bernoulli* prit occasion de passer de la Spirale Logarithmique à la Loxodromique, & découvrit beaucoup de choses nou-

nouvelles, & fort curieuses par rapport aux Longitudes, & à la Navigation.

En ce temps-là, le Problême de la *Chainette* qu'il avoit proposé, faisoit beaucoup de bruit parmi les grands Géometres. C'est la courbure que doit prendre une Chaine, attachée fixement par ses deux extrémitez, également pesante en toutes ses parties, & dont chaque partie est tirée en embas par son propre poids, & en même temps retenue par les points fixes. Après que Mrs. *Leibnits*, *Huygens*, & *Bernoulli* son frere eurent resolu le Problême, & déterminé cette courbure, il prouva en 1692 qu'elle étoit la même que celle d'une Voile enflée par le vent. Et comme il commençoit alors ses recherches & ses découvertes sur la courbure que prendroit une Lame à ressort dont une extrémité seroit attachée fixement sur un plan, & l'autre porteroit un poids, il fit voir que si cette même Voile qui enflée par un vent horisontal se courberoit en Chainette, étoit enflée par un liquide qui pesât sur elle verticalement, elle se courberoit comme une Lame à ressort, ou en *Elastique*, * car c'est le nom qu'il donne à cette Courbe. Ces déterminations ne sont pas de simples jeux de Géometrie, estimables seulement par leur difficulté, elles peuvent entrer dans des questions délicates de Physique ou de Mechanique, quand il faudra connoître avec précision l'action des liquides ou des poids.

Pour épargner un plus long détail des recherches géometriques de M. *Bernoulli*, il suffira d'ébaucher ici l'idée de sa Theorie des Courbes qui roulent sur elles-mêmes. Une Courbe quel-

* Voyez ci-dessus pag. 168.

quelconque étant proposée, il la conçoit comme immobile, & en même temps il conçoit qu'une autre Courbe égale & semblable, c'est-à-dire, la même en espece, roule sur elle, & applique tous ses points aux siens les uns après les autres. En joignant à cette consideration celle de la Dévelopée qui auroit produit la Courbe proposée, non-seulement il tire du roulement de cette Courbe sur elle-même une Roulette ou Cycloïdale décrite à la maniere ordinaire par un point fixe de la Courbe mobile, mais encore la Caustique par reflexion, & de plus deux Courbes, dont il appelle la premiere *Antidévelopée*, la seconde *Pericaustique*, & pour se conduire dans ce Labyrinthe de Courbes differentes, & en déterminer la nature, il n'a besoin que de connoître la premiere, génératrice de toutes les autres.

Par-là, il arriva à une merveilleuse proprieté de la Spirale Logarithmique, c'est que toutes les Courbes, ou qui la produisent ou qu'elle produit de la maniere qu'on vient d'expliquer, sa Dévelopée, sa Caustique, sa Cycloïdale, son Antidevelopée, sa Pericaustique, sont d'autres Spirales Logarithmiques égales & semblables en tout à la génératrice. Il est facile de juger que de pareilles resolutions demandent un grand appareil de Geometrie, & doivent être les derniers efforts de l'esprit Mathematique.

Ces mêmes roulements de Courbes conduisirent M. *Bernoulli* à la découverte des deux Formules générales des Caustiques par reflexion & par refraction qui comprennent deux Sections du Livre de M. de l'*Hôpital*, ou plûtôt toute la Catoprique, & toute la Dioptrique.

que. Mais M. *Bernoulli* avoit supprimé l'Analyse des Formules, & M. de l'*Hôpital* en a revelé le mystere.

Toutes ces recherches, & quantité d'autres aussi profondes qu'il faut passer sous silence, ont été exécutées par le Calcul des Infiniment petits, & pouvoit-on mieux en prouver l'excellence, & dans le même temps enseigner l'art de le manier ? Aussi cette Methode est-elle devenue celle de tous les grands Géometres sans exception, & quoiqu'elle soit quelquefois épineuse, il est infiniment plus aisé d'apprendre à s'en servir, que d'aller loin sans son secours.

Quand l'Academie Royale des Sciences reçût du Roi en 1699. un Reglement qui lui laissoit la liberté de choisir 8 Associez Etrangers, aussitôt tous les suffrages donnerent place aux deux freres *Bernoulli* dans ce petit nombre. M. l'Electeur de *Brandebourg* ayant aussi établi à *Berlin* une Academie dont le célébre M. *Leibnits* a la direction, ils y furent pareillement associez tous deux en 1701. Quoiqu'absents ils ont satisfait ici à leur devoir d'Academiciens par des pieces excellentes & singulieres dont nos Histoires ont été enrichies. On a vû dans celle de 1702 * la Section indéfinie des Arcs circulaires de M. *Bernoulli* de *Bâle*, dans celle de 1703 † sa Theorie de Theorie du Centre d'Oscillation, & dans celle de cette année on a vû ‡ sa nouvelle hypothese de la Resistance des solides, & l'Analyse de sa Courbe Elastique. Il avoit déja donné dans les *Actes de Leipsic* quelque idée, mais imparfaite, de la plûpart de ces recherches, & il ne les a envoyées à l'Academie qu'a-

* pag. 76. † pag. 140. ‡ pag. 164.

qu'après les avoir mises dans un état à le contenter lui-même.

Tandis que le Professeur de *Bâle* se faisoit un si grand nom, son cadet, Professeur en Mathematique à *Groningue*, ne s'en faisoit pas un moins éclatant, ils couroient tous deux la même carriere, & d'un pas égal. Les Savans du premier ordre auroient peine à le devenir, s'ils n'étoient passionnez pour leur Science, & possedez par un goût, superieur à tout. Une émulation vive se mit entre les deux fréres, fomentée encore par leur éloignement qui les reduisoit à ne se parler presque que dans des Journaux, & qui étoit propre à entretenir longtemps entr'eux un malentendu, s'il en pouvoit naître quelqu'un. Enfin l'Aîné ramassant toute sa force, lança, pour ainsi dire, un Problême qu'il adressoit, non-seulement à tous les Géometres, mais aussi à son frere en particulier, lui promettant même publiquement une certaine somme, s'il le pouvoit resoudre. Il le resolut, & même assez promptement, mais il donna sa solution sans Analyse. M. *Bernoulli* de *Bâle* qui trouva cette solution en partie differente de la sienne, demanda à voir l'Analyse, pour découvrir d'où pouvoit naître la difference des solutions. Mais sur les Juges qui devoient examiner cette Analyse, & sur quelques autres circonstances du jugement, il survint des difficultez, qui n'ont pas été terminées. Le détail en seroit trop long, il suffira que l'on sache que ce Problême regardoit les figures *Isoperimetres*. Entre une infinité de Courbes possibles qui ont la même *perimetrie* ou la même longueur, il faloit trouver d'une maniere générale celles qui dans

dans certaines conditions renfermoient les plus grands, ou les plus petits espaces, ou en faisant une revolution autour de leurs axes produisoient les plus grandes, ou les plus petites superficies, ou les plus grands, ou les plus petits Solides. On peut juger de la difficulté du Problême par l'intention dans laquelle il avoit été choisi.

C'est M. *Bernoulli* qui a pris soin de l'Edition, que l'on a faite à *Bâle* de la Géometrie de *Descartes*; il étoit si rempli de ces matieres que les Epreuves qu'il avoit à corriger, ne pouvoient pas lui passer par les mains sans lui faire naître des pensées, & des reflexions, & il embellit l'Ouvrage du grand *Descartes* par des Notes, qui quoique faites à la hâte, *Tumultuariæ* comme il les appelle, sont très-curieuses, & très-instructives.

Ses travaux continuels, causez & par les devoirs de sa place, & par l'avidité de savoir, & par le plaisir des succès, furent apparemment ce qui le rendit sujet à la goutte d'assez bonne heure, & enfin ils le firent tomber dans une fiévre lente dont il mourut le 16 Août de cette année, âgé de 50 ans & 7 mois. Deux ou trois jours avant sa mort, dans le temps des soins les plus serieux, il pria M. *Herman*, son compatriote, son ami particulier & illustre Géometre, de remercier l'Academie des Sciences de la place qu'elle lui avoit donnée dans son corps. A l'exemple d'*Archimede* qui voulut orner son Tombeau de sa plus belle découverte géometrique, & ordonna que l'on y mît un Cylindre circonscrit à une Sphére, M. *Bernoulli* a ordonné que l'on mît sur le sien une Spirale Logarithmique, avec ces

ces mots *Eadem mutata resurgo*, allusion heureuse à l'esperance des Chrétiens représentée en quelque sorte par les proprietez de cette Courbe. Il achevoit un grand Ouvrage *De Arte Conjectandi*, & quoiqu'il n'en ait rien paru, nous pouvons en donner une idée sur la foi de M. *Hermian*. Les Regles d'un jeu étant supposées, & deux Joueurs de la même force, on peut, en quelque état que soit une partie, déterminer par l'avantage qu'un des Joueurs a sur l'autre, combien il y a plus à parier qu'il gagnera. Le pari change selon tous les differents états où sera la partie, & quand on veut considerer tous ces changements, on trouve quelquefois des *Series* ou suites de Nombres reglées, & même nouvelles & singulieres. Si l'on suppose les Joueurs inégaux, on demande quel avantage le plus fort doit accorder à l'autre, ou reciproquement l'un ayant accordé à l'autre un certain avantage, on demande de combien il est plus fort, & il est à remarquer que souvent les avantages ou les forces sont incommensurables, desorte que les deux Joueurs ne peuvent jamais être parfaitement égalez. Les raisonnements que ces sortes de matieres demandent sont ordinairement plus déliez, plus fins, composez d'un plus grand nombre de vûes qui peuvent échaper, & par conséquent plus sujets à erreur que les autres raisonnements mathematiques. Par exemple deux Joueurs égaux jouant en 4 parties liées, si l'un en a gagné 3 & l'autre 2, il faut raisonner assez juste pour déterminer précisement que l'on peut parier 3 pour celui qui a les 3 parties, & 1 seulement pour celui qui en a 2.

Ce

Ce cas eſt des plus ſimples, & on peut juger par-là de ceux qui ſont infiniment plus compliquez. Quelques grands Mathematiciens, & principalement Mrs. *Paſchal* & *Huygens*, ont déja propoſé ou reſolu des Problêmes ſur cette matiere, mais ils n'ont fait que l'effleurer, & M. *Bernoulli* l'embraſſoit dans une plus grande étendue, & l'approfondiſſoit beaucoup davantage. Il la portoit même juſqu'aux choſes Morales & Politiques, & c'eſt là ce que l'Ouvrage doit avoir de plus neuf, & de plus ſurprenant. Cependant ſi l'on conſidere de près les choſes de la vie ſur leſquelles on a tous les jours à deliberer, on verra que la déliberation devroit ſe reduire, comme les Paris que l'on feroit ſur un jeu, à comparer le nombre des cas où arrivera un certain évenement au nombre des cas où il n'arrivera pas. Cela fait, on ſauroit au juſte, & on exprimeroit par des nombres de combien le parti qu'on prendroit feroit le meilleur. Toute la difficulté eſt qu'il nous échape beaucoup de cas où l'évenement peut arriver, ou ne pas arriver, & plus il y a de ces cas inconnus, plus la connoiſſance du parti qu'on doit prendre paroît incertaine. La ſuite de ces idées a conduit M. *Bernoulli* à cette queſtion, Si le nombre des cas inconnus diminuant toûjours la probabilité du parti qu'on doit prendre en augmente neceſſairement, deſorte qu'elle vienne à la fin à tel degré de certitude qu'on voudra. Il ſemble qu'il n'y ait pas de difficulté pour l'affirmative de cette Propoſition, cependant M. *Bernoulli* qui poſſedoit fort cette matiere aſſuroit que ce Problême étoit beaucoup plus difficile que celui de la Quadrature du cercle, & certainement il

feroit

feroit fans comparaifon plus utile. Il n'eft pas fi glorieux à l'Efprit de Géometrie de regner dans la Phyfique, que dans les chofes Morales, fi compliquées, fi cafuelles, fi changeantes; plus une matiere lui eft oppofée, & rebelle, plus il a d'honneur à la dompter.

M. *Bernoulli* étoit d'un temperament bilieux & melancolique, caractere qui donne plus que tout autre, & l'ardeur, & la conftance, neceffaires pour les grandes chofes. Il produit dans un Homme de Lettres une étude affidue & opiniâtre, & fe fortifie inceffamment par cette étude même. Dans toutes les recherches que faifoit M. *Bernoulli*, fa marche étoit lente, mais fûre, ni fon genie, ni l'habitude de réuffir ne lui avoient infpiré de confiance, il ne donnoit rien qu'il n'eût remanié bien des fois, & il n'avoit jamais ceffé de craindre ce même Public qui avoit tant de veneration pour lui.

Il s'étoit marié à l'âge de 30 ans, & a laiffé un fils & une fille.

Sa place d'Affocié Etranger a été remplie par M. *Bianchini*, Camerier d'honneur du Pape, Chanoine de Saint *Laurent in Damaso*.

ELO-

ELOGE
DE M. AMONTONS.

GUILLAUME AMONTONS nâquit l'an 1663 sur le minuit du dernier jour d'Août. Il étoit fils d'un Avocat qui ayant quitté la *Normandie*, d'où il étoit originaire, étoit venu s'établir à *Paris*. Il étudioit encore en Troisiéme, lorsqu'il lui resta d'une maladie une surdité assez considerable, qui le sequestra presque entierement du commerce des hommes, du moins, de tout commerce inutile. N'étant plus qu'à lui-même, & livré aux pensées qui sortoient du fond de la nature, il commença à songer aux Machines. Il entreprit d'abord la plus difficile de toutes, ou plûtôt la seule impossible, je veux dire, le Mouvement perpetuel, dont il ne connoissoit ni l'impossibilité ni la difficulté. En y travaillant il s'apperçût qu'il devoit y avoir des principes dans cette matiere, & qu'à moins que de les savoir, on y perdoit son temps & sa peine. Il se mit donc dans la Géometrie, quoique selon la coûtume de toutes les familles, la sienne s'y opposât, & sans doute avec assez de raison, si on ne regarde les Sciences que comme des moyens d'arriver à la fortune.

On assure qu'il ne voulut jamais faire de remedes pour sa surdité, soit qu'il desesperât d'en guerir, soit qu'il se trouvât bien de ce redoublement d'attention & de recueillement qu'el-

qu'elle lui procuroit, semblable en quelque chose à cet Ancien que l'on dit qui se crêva les yeux pour n'être pas distrait dans ses méditations philosophiques.

M. *Amontons* apprit le Dessein, l'Arpentage, l'Architecture, & fut employé dans plusieurs Ouvrages publics, mais il ne fut pas long-temps sans s'élever plus haut, & il joignit à cette Méchanique qui produit nos Arts, & n'est occupée que de nos besoins, la connoissance de la sublime Méchanique, qui a disposé l'Univers.

Les Instruments, tels que les Barometres, les Thermometres, & les Hygrometres, destinez à mesurer des variations physiques, qui nous étoient, il y a peu de temps, ou absolument inconnues, ou connues seulement par le rapport confus & incertain de nos sens, sont peut-être de toutes les inventions utiles de la Philosophie moderne, celles où l'application de la Méchanique à la Physique est la plus délicate; & d'ailleurs comme on s'étoit contenté du premier hasard, ou de la premiere idée qui avoit fait naître ces inventions assez heureusement, elles étoient demeurées ou defectueuses en elles-mêmes, ou d'un usage peu commode. M. *Amontons* les étudia avec beaucoup de soin, & en 1687 n'ayant encore que 24 ans, il présenta à l'Academie des Sciences un nouvel Hygrometre qui en fut fort approuvé. Il proposa aussi à M. *Hubin*, fameux Emailleur, & fort habile en ces matieres, differentes idées qu'il avoit pour de nouveaux Barometres & Thermometres, mais M. *Hubin* l'avoit prévenu dans quelques-unes de ses pensées, & il fit peu d'attention aux autres, jusqu'à

ce qu'il eût fait un Voyage en *Angleterre*, où elles lui furent proposées par quelques-uns des principaux Membres de la Societé Royale.

Peut-être ne prendra-t-on que pour un jeu d'esprit, mais du moins très-ingenieux, un moyen qu'il inventa de faire sçavoir tout ce qu'on voudroit à une très-grande distance, par exemple, de *Paris* à *Rome*, en très-peu de temps, comme en 3 ou 4 heures, & même sans que la nouvelle fût sçûe dans tout l'espace d'entre-deux. Cette proposition si paradoxe, & si chimerique en apparence fut executée dans une petite étendue de pays, une fois en presence de Monseigneur, & une autre, en presence de Madame; car quoique M. *Amontons* n'entendît nullement l'art de se produire dans le monde, il étoit déja connu des plus grands Princes à force de merite. Le secret consistoit à disposer dans plusieurs Postes consecutifs, des gens qui par des Lunettes à longue vûe ayant aperçû certains signaux du poste précedent les transmissent au suivant, & toûjours ainsi de suite, & ces differens signaux étoient autant de Lettres d'un Alphabet, dont on n'avoit le Chiffre qu'à *Paris* & à *Rome*. La grande portée des Lunettes faisoit la distance des postes, dont le nombre devoit être le moindre qu'il fût possible, & comme le second poste faisoit les signaux au troisiéme, à mesure qu'il les voyoit faire au premier, la nouvelle se trouvoit portée de *Paris* à *Rome* presque en aussi peu de temps qu'il en faloit pour faire les signaux à *Paris*.

En 1695 M. *Amontons* donna le seul Livre imprimé qui ait paru de lui, & le dedia à l'Academie des Sciences. Il est intitulé *Remarques & Experiences Physiques sur la construction d'une Nou-*

Nouvelle Clepsydre, sur les Barometres, Thermometres, & Hygrometres. Quoique les Clepsydres, ou Horloges à eau, si usitées chez les Anciens, ayent été entierement abolies parmi nous par les Horloges à roues infiniment plus justes, & plus commodes, M. *Amontons* ne laissa pas de prendre beaucoup de peine à la construction de sa Clepsydre, dans l'esperance qu'elle pourroit servir sur mer; car de la maniere dont elle étoit faite, le mouvement le plus violent que pût avoir un Vaisseau ne la dereglôit point, au lieu qu'il dérégle infailliblement les autres Horloges. On a pû voir dans le Livre de M. *Amontons* avec combien d'art sa Clepsydre étoit construite; il n'y a guere d'apparence qu'il se soit rencontré avec aucun des anciens Inventeurs.

Il entra dans l'Academie en 1699, lorsqu'elle reçut son nouveau Reglement. Aussi-tôt il donna dans nos Assemblées sa Théorie des Frottements, qui a tant éclairci une matiere si importante dans la Méchanique, & jusque-là si obscure. Son nouveau Thermometre vint ensuite, invention qui n'est pas seulement utile pour la pratique, mais qui a donné de nouvelles vûes pour la Speculation. „ Nos Histoires ont parlé à fond de ces découvertes, „ un Volume nouveau qui va paroître * en contiendra encore une autre du même Auteur, „ c'est son Barometre rectifié, & le Volume „ qui viendra encore après contiendra son Barometre sans Mercure à l'usage de la Mer, „ &

* *Cela étoit vrai le* 14 *Novembre* 1705 *que cet Eloge fut lû dans une Assemblée publique, l'Histoire de* 1704 *n'étant pas encore achevée d'imprimer.*

„ & des Experiences nouvelles & fort curie
„ ses qu'il a faites sur le Barometre & sur
„ nature de l'air, tant le nom & les découv
„ tes de M. *Amontons* ont de peine, pour ai
„ dire, à quitter la place qu'ils tenoient da
„ nos Histoires.

En effet, celle que cet Academicien re plissoit dans la Compagnie étoit presque u que. Il avoit un don singulier pour les Exp riences, des idées fines & heureuses, beauco de ressources pour lever les inconvenients, u grande dexterité pour l'execution, & on croy voir revivre en lui M. *Mariotte*, si célebre p les mêmes talents. Nous ne craignons poi de comparer à un des plus grands sujets qu' eus l'Academie un simple Eleve tel qu'ét M. *Amontons*; le nom d'Eleve n'emporte p mi nous aucune difference de merite, il sig fie seulement moins d'ancienneté, & une es ce de survivance.

M. *Amontons* joüissant d'une santé parfai qui se déclaroit même par toutes les appar ces exterieures, n'étant sujet à aucune infirr té, menant & ayant toûjours mené la vie monde la plus reglée, fut tout d'un coup taqué d'une inflammation d'entrailles, la g grene s'y mit en peu de jours, & il mouru 11 Octobre âgé de 42 ans & près de deux m Il étoit marié & n'a laissé qu'une fille âgée 2 mois.

Le Public perd par sa mort plusieurs inv tions utiles qu'il méditoit, sur l'Imprimer sur les Vaisseaux, sur la Charue. Ce qu'o vû de lui répond que ce qu'il croyoit possi devoit l'être à toute épreuve, & le genie l'invention, naturellement subtil, hardi, & q

chereſſe de ce dernier eſt fort utile pour faire commodément les ſemences.

Voici la quantité de l'eau pendant chaque mois.

Janvier.	15 lig.	Mai.	$27\frac{1}{4}$	Septembre.	34
Fevrier.	$15\frac{1}{2}$	Juin.	$24\frac{1}{4}$	Octobre.	$8\frac{1}{4}$
Mars.	$19\frac{1}{4}$	Juillet.	$9\frac{1}{4}$	Novembre.	$19\frac{3}{4}$
Avril.	16	Août.	27	Decembre.	23

Somme de l'eau de toute l'année $238\frac{1}{2}$ lignes, ou bien 19 pouces 10 lignes, ce qui eſt fort proche des 19 pouces que nous avons déterminez pour la quantité moyenne de l'eau qui tombe chaque année.

Sur les Vents.

Dans tout le mois de Janvier le vent a regné vers le Nord, en tirant dans le commencement vers l'Eſt, & à la fin vers l'Oueſt: Il n'a pas plu depuis le 10 juſqu'au 24.

Dans le mois de Fevrier le vent a été preſque toûjours à l'Oueſt, & quelquefois au Sud.

En Mars le vent a été preſque toûjours au Sud: dans le commencement il tiroit à l'Oueſt, & à la fin vers l'Eſt: Il n'a pas plu depuis le 15 juſqu'au 3 du mois ſuivant.

En Avril le vent a été de même, hormis dans les derniers jours où il s'eſt tourné vers le Nord.

En Mai il y a eu beaucoup d'inconſtance dans le vent.

En Juin le vent étoit dans le commencement entre le Nord & l'Eſt, & à la fin vers l'Oueſt.

En

En Juillet le vent d'Oueſt a été le dominant, & il n'a plu que 4 lignes depuis le 27 Juin juſqu'au 28 de ce mois.

En Août le vent a paſſé de l'Eſt au Nord, & enſuite à l'Oueſt.

En Septembre le vent a preſque toûjours été au Sud-Oueſt.

En Octobre le principal vent a été celui du Nord, tirant tantôt à l'Eſt, & tantôt à l'Oueſt. Depuis le 4 de ce mois juſqu'au 27 il n'a plu qu'une ligne.

En Novembre le vent étoit au commencement vers le Nord, & au milieu & juſqu'à la fin vers le Sud-Oueſt.

En Decembre le vent principal & dominant étoit le Sud-Oueſt.

On voit par toutes ces obſervations que le vent qui a le plus regné a été celui de l'Oueſt, comme il arrive preſque toûjours dans ces païs-ci; & c'eſt auſſi de ces ſortes de vents qu'il pleut ordinairement. Mais les pluies qui ont été les plus abondantes, mais qui n'ont pas paſſé un pouce de hauteur, ſont venues avec un vent du côté du Nord. Il n'y a pas eu d'orages conſiderables pendant cette année.

Sur le Barometre.

Ce qu'il y a de plus conſiderable dans le Barometre qui nous marque la peſanteur de l'air, ce ſont les changemens qui lui arrivent en deux ou trois jours, où nous le voyons ſouvent deſcendre & monter de plus d'un pouce; ce qui nous fait connoître les grandes variations qui arrivent en peu de temps à la hauteur de l'atmoſphere. Car pour rendre raiſon de ces

differentes peſanteurs de l'air, il ne me paroît pas vrai-ſemblable de ſuppoſer, comme font quelques Philoſophes, differens liquides & de differente peſanteur ſur la ſurface de la terre, qui ſont tantôt portez d'un côté & tantôt de l'autre; car ils devroient être ordinairement plus legers quand l'air eſt plus chargé de vapeurs, comme les obſervations nous le font connoître.

Il me ſemble qu'on peut fort bien expliquer, comme il ſuit, tout ce que nous obſervons de la peſanteur de l'air ou de l'atmoſphere dans toutes ſes circonſtances. Nous ſavons par des obſervations très-exactes que le Barometre s'éleve en général moins haut entre les Tropiques que dans les païs Septentrionaux; d'où l'on peut conjecturer que la figure de l'atmoſphere eſt un ſpheroïde long, dont l'axe eſt joint à celui de la terre, ce qui eſt aſſez facile à expliquer dans le Syſtême de *Copernic*. Mais comme partout où il y a de l'air il peut y avoir des vents, ſi le même vent regne dans toute la maſſe de l'air & qu'il vienne du midi, il abbaiſſera la hauteur de l'atmoſphere dans ces païs-ci; & au contraire s'il vient du Septentrion, il l'élevera. Mais auſſi comme les vents du Midi nous apportent de la pluye, il s'enſuivra qu'il doit pleuvoir quand l'air paroîtra leger: tout le contraire arrivera de l'autre côté.

C'eſt en général ce qui doit ſuivre de cette ſuppoſition; mais ſi le vent de Midi ne regne que ſur la ſurface de la terre, & qu'il y ait un vent de Nord dans la partie ſuperieure, il pourra pleuvoir quoique l'air paroiſſe fort peſant, & par une raiſon contraire il pourra faire un temps fort ſerein avec un vent de Nord & le Ba-

Barometre étant fort bas; car nous ne pouvons obſerver que les vents qui ſont fort proche de la terre.

Pendant cette année le Barometre eſt monté aſſez ſouvent au-delà de 28 pouces; mais il eſt monté au plus haut le 25 Decembre au matin à 28 pouces 3 lignes $\frac{1}{6}$, & le plus bas a été le 25 Novembre à 26 pouces 11 lignes à la hauteur de la grande Salle de l'Obſervatoire où eſt placé mon Barometre. Toute la difference de hauteur entre le plus haut & le plus bas a donc été de 1 pouce 4 lignes $\frac{1}{6}$.

On ne peut rien conclurre des vents qui ont regné dans les plus grandes ou moindres hauteurs du Barometre par les raiſons que j'ai rapportées ci-deſſus, puiſque nous ne pouvons obſerver que les vents qui ſont vers la ſurface de la terre. J'ai ſeulement remarqué qu'il n'a pas plu dans le temps où le Barometre a été au plus haut, & qu'il a plu beaucoup quand il a été au plus bas, & tantôt avec un vent de Nord, & tantôt avec un vent de Sud-Oueſt.

Sur le Thermometre.

Mon Thermometre eſt deſcendu au plus bas le 23 Janvier à 14 degrez $\frac{2}{3}$. Son état moyen tel qu'il eſt dans le fond de la carriere de l'Obſervatoire à 14 toiſes au-deſſous du Rez de chauſſée étant à 48 degrez, & la gelée commençant quand il eſt à 32 degrez; mais il eſt remonté auſſi-tôt vers les 30 degrez. La chaleur a été la plus grande le 28 Juillet, le Thermometre ayant monté à 66 degrez $\frac{1}{4}$. Ces obſervations du Thermometre ſont toûjours faites vers le lever du Soleil, qui eſt le temps de la journée où l'air eſt le plus froid.

On voit par-là que le froid a été à peu près dans le même degré que la chaleur par rapport à un état moyen, si l'on en excepte le 23 Janvier. Aussi pendant le jour & vers les 2 heures après midi la chaleur est beaucoup plus grande que le matin, & j'ai trouvé le Thermometre à 75 degrez à l'abri du Soleil; & par conséquent il a fait plus chaud que froid cette année en ces païs-ci.

Sur la declinaison de l'Aiguille aimantée.

J'ai observé la declinaison de l'Aiguille aimantée le 30 Octobre de 9 degrez 20 minutes vers le couchant, avec la même Aiguille de 8 pouces de longueur, & dans le même lieu où j'ai accoûtumé de l'observer.

COMPARAISON

Des Observations sur la pluie & sur les vents, faites par M. de Pont-briant *au Château du* Pont-briant *à deux lieues de* S. Malo, *& vers le bord de la mer pendant l'année* 1704; *avec celles qui ont été faites à l'Observatoire au même temps.*

Par M. DE LA HIRE.

* CEs Observations qui ont été faites en *Bretagne* avec beaucoup d'exactitude, ayant

* 25. Fevrier 1705.

ayant été communiquées à l'Academie par M. *du Torar*, à qui M. de *Pont-briant* les avoit envoyées; on a trouvé à propos de les comparer avec celles qui ont été faites à *Paris* au même temps, dont j'ai déja donné le Journal. On ne donne ici que la quantité de pluie qui est tombée pendant chaque mois; mais on remarquera qu'il pleut fort souvent dans le même temps dans ces deux lieux éloignez d'environ 80 lieues, dont l'un est à l'Occident de l'autre, & presque dans le même parallele: mais il arrive bien plus souvent des orages à *S. Malo* qu'à *Paris*.

A Paris.		*A Pont-briant.*
Janvier.	15 lig.	11 lig. ¼
Fevrier.	15 ½	22 ½
Mars.	19 ¼	25 ¾
Avril.	16	21 ¾
Mai.	27 ¼	17
Juin.	24 ¼	2
Juillet.	9 ¼	13 ¼
Août.	27	27 ½
Septembre.	34	51
Octobre.	8 ¼	18 ¼
Novembre.	19 ¾	57 ¾
Decembre.	23	25 ¼

Somme de l'eau à *Paris* 238 l. ½ ou bien 19 p. 10 l. ½.
au *Pont-briant* 284 ou bien 23 8 ¼.

On voit par-là que la quantité de la pluie dans chaque mois n'a pas été fort differente, si ce n'est en Septembre & en Novembre où il a plu beaucoup plus au *Pont-briant* qu'à *Paris*. Aussi dans le mois de Juin il a plu bien moins au *Pont-briant* qu'à *Paris*; mais l'un ne récompense pas l'autre, puisqu'il est tombé près de

4 pouces plus d'eau au *Pont-briant* qu'à *Paris*, quoi qu'à *Paris* la quantité ait été à peu près de même que dans les années moyennes.

Il y a quelques années que M. le Maréchal de *Vauban*, qui eſt à preſent Preſident de l'Academie, fit faire ces mêmes obſervations dans la Citadelle de l'*Iſle* en *Flandre*. J'en fis alors la comparaiſon avec celles de *Paris*, & je trouvai qu'il pleuvoit ordinairement un peu plus en *Flandre* qu'à *Paris*.

Par les obſervations des vents faites à *Paris* & au *Pont-briant*, on remarque que le vent n'eſt pas ordinairement le même dans ces deux endroits, & qu'il tire toûjours plus au Sud à *Paris* qu'en ce lieu-là. Pour les pluies qui accompagnent les vents, il y a beaucoup de varieté dans des temps & dans des années. Ce n'eſt pas qu'en général on trouve dans les obſervations de cette année, qu'au *Pont-briant* les grandes pluies avec orage ont toûjours été accompagnées d'un vent de Nord-Oueſt, & quelquefois de Nord & rarement de Nord-Eſt. A *Paris* elles viennent preſque toûjours du Sud-Oueſt. Le voiſinage de la mer à *S. Malo*, & la diſpoſition de *la Manche* à l'égard de cette côte de *Bretagne* peuvent cauſer cette difference, tant pour la direction des vents, que pour la pluie.

On ne doit pas s'étonner que les vents ſoient differens en des lieux peu éloignez par rapport à toute la ſurface de la terre, puiſque nous voyons aſſez ſouvent que dans le même lieu il y a des vents differens qui regnent dans l'air, & quelquefois entierement oppoſez, ce qu'on obſerve par le mouvement des nuées. Un des vents peut avoir ſon origine dans un endroit & l'autre dans un autre, ou plus ou moins éloi-

éloigné d'un même lieu. Ces vents se mêlent enfin & n'en font qu'un moyen, ou l'un prend le dessus & l'emporte sur l'autre; & il peut arriver que le combat de ces vents contraires, quand ils sont très-violents, causent des orages & des ouragans.

M. de *Pont-briant* remarque dans sa Lettre écrite à M. *du Torar*, qu'il gêle bien moins à *S. Malo* qu'à *Rennes*, mais on n'en doit attribuer la cause qu'à la proximité de la mer: car la grande quantité de vapeurs qui s'élevent de l'eau de la mer, & qui peuvent retenir quelques sels marins, peuvent empêcher la gelée, puisqu'on connoît par experience que l'eau de la mer ne gêle pas si facilement que l'eau douce, & que l'eau dans laquelle on a dissout un peu de sel marin ne se gele pas facilement. J'ai aussi remarqué autrefois à *Brest* qu'on y avoit conservé en pleine terre des Ananas pendant tout l'hyver, quoiqu'ils fussent exposez à l'air.

REFLEXIONS

Sur les Observations de la variation de l'Aiman, faites dans le voyage du Legat du Pape à la Chine *l'an* 1703.

Par M. CASSINI le fils.

* NOUS avons reçû depuis quelques jours une Carte réduite qui nous a été envoyée

* 10. Janvier 1705.

voyée de *Pondichery* par M. *de May* Missionnaire, qui est allé avec M. *de Tournon* Legat du Pape à la *Chine*.

Il a marqué dans cette Carte par des lignes ponctuées la route que le Vaisseau le Maurepas a faite jour par jour depuis les *Canaries*, d'où ils partirent le 1 Mai 1703, jusqu'à *Pondichery* où ils arriverent le 6 de Novembre après une navigation de plus de 6 mois, dans laquelle ils ne s'arrêterent que 18 jours dans l'Isle de *Mascaregne* ou de *Bourbon*.

Ils ont observé pendant ce voyage en plusieurs endroits la variation de l'éguille aimantée par le lever & le coucher du Soleil, & ils ont eu soin de le marquer sur la Carte le long de la route au jour que l'observation a été faite.

Comme la nouvelle Carte des variations de M. *Halley* dressée pour l'année 1700 comprend tous les endroits qui sont marquez sur cette route, cela nous a donné occasion d'examiner si elle s'accordoit avec ces nouvelles observations, & l'on a placé sur la Carte de M. *Halley* tous les endroits où M. *de May* marque que l'on a observé les variations, ayant égard aux differentes longitudes qui sont marquées sur ces deux Cartes; la difference entre les Meridiens de l'Isle de *Fer* & de *Pondichery* suivant M. *Halley* étant de 99 degrez, & selon la nouvelle Carte, de 101 $\frac{1}{2}$.

Le 18 Mai 1703 à 358 degrez de longitude, & 5 degrez 40 minutes de latitude Septentrionale, la variation fut observée par le coucher du Soleil de $1^d \frac{1}{2}$ du Nord vers l'Ouest.

Le lieu où cette observation a été faite étant placé sur la Carte de M. *Halley*, se trouve un peu

peu à l'Occident de la ligne où il marque qu'il n'y a point de variation, du côté que la variation commence à être Orientale; de ſorte que ſuivant la comparaiſon de ces obſervations cette ligne devroit être à l'Occident de l'endroit où elle eſt marquée dans la Carte de M. *Halley*, ce qui s'accorde à ce que j'ai déja marqué dans un Memoire du 6 Decembre 1704.

Le 6 Juin à 356^d de longitude & 5^d 20′ de latitude Meridionale, la variation fut obſervée par le lever du Soleil de 1^d Nord-Eſt, ce qui s'accorde aſſez bien à la Carte de M. *Halley*, où ce lieu eſt placé entre un & deux degrez de variation Orientale.

Le 11 Juin à 352^d 40′ de longitude & 11^d 15′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de $1^d \frac{1}{2}$ Nord-Eſt. Elle eſt marquée dans cet endroit ſur la Carte des variations un peu plus de 3 degrez.

Le 19 Juin à 1 degré environ au Sud de l'Iſle la plus meridionale de l'Aſcenſion à 350^d de longitude & 21^d 0′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de $6^d \frac{1}{2}$ Nord-Eſt. Elle eſt marquée dans la Carte de M. *Halley* de $7^d \frac{1}{2}$.

Le 3 Juillet à 7^d 45′ de longitude & 34^d 40′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de $3^d \frac{1}{4}$ Nord-Eſt, à peu près la même que celle de M. *Halley*.

Le 8 Juillet à 24^d 10′ de longitude & 36 degrez de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 3^d Nord-Oueſt. Elle eſt marquée dans cet endroit ſur la Carte de M. *Halley* entre 3 & 4 degrez.

Suivant ces deux dernieres obſervations dans l'une deſquelles la variation a été trouvée du

Nord vers l'Eſt, & dans l'autre du Nord vers l'Oueſt, & qui s'accordent aſſez bien à celle qui eſt marquée dans la Carte de M. *Halley*; la ligne où il n'y a point de variation traverſe la route de M. *de May* à peu près dans le même endroit où M. *Halley* fait paſſer cette ligne.

Le 13 Juillet dans le banc des *Aiguilles* un degré au Sud du Cap de *Bonne Eſperance* à 41^{d} de longitude & 36^{d} 20′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 13^{d} Nord-Oueſt. Elle eſt marquée de 11 degrez dans la Carte de M. *Halley*.

Le 19 Juillet à 53^{d} 30′ de longitude & 35^{d} 35′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 19 degrez Nord-Oueſt, de même que celle qui eſt marquée dans la Carte de M. *Halley*.

Le 25 Juillet à 69^{d} de longitude & 32^{d} 50′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 25^{d} $\frac{1}{2}$ Nord-Oueſt. Elle eſt marquée dans la Carte de M. *Halley* entre 24 & 25.

Le 12 Septembre à 98^{d} 30′ de longitude & 28^{d} de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 19 degrez Nord-Oueſt, préciſément de même que celle qui eſt marquée dans la Carte de M. *Halley*.

Le 17 Septembre à 96^{d} 35′ de longitude & 22^{d} 40′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 15 degrez Nord-Oueſt. Elle eſt marquée dans la Carte de M. *Halley* entre 15 & 16.

Le 2 Octobre à 106^{d} 40′ de longitude & 1^{d} 20′ de latitude Meridionale, la variation fut obſervée de 4^{d} Nord-Oueſt. Elle eſt marquée dans la Carte de M. *Halley* entre 5 & 6 degrez.

Enfin

Enfin le 2 Novembre à 105d 20′ de longitude & 14d 40′ de latitude meridionale, la variation fut observée de 4d 45′; precisément de même qu'elle est marquée dans la Carte de M. *Halley*.

L'on voit par cette comparaison que quelques-unes de ces observations s'accordent à déterminer la variation précisément de même qu'elle est marquée dans la Carte de M. *Halley*; que la plûpart ne s'en écartent pas d'un degré entier, & que les plus éloignées ne le sont que de deux degrez. Cet accord avec si peu de difference doit paroître considerable, si l'on fait attention à la difficulté qu'il y a sur mer d'observer avec précision la variation de l'aiman, & aux changemens qui peuvent y être arrivez depuis 3 ans qui se sont écoulez entre la construction de la Carte de M. *Halley* & le voyage de M. *de May*.

L'on ne sait pas si M. *Halley* a eu d'autres vûes dans la construction de sa Carte, que celle de déterminer la variation de l'aiman pour la commodité des Navigateurs : mais il paroît que si dans l'examen des observations faites dans plusieurs autres routes l'on trouvoit une conformité pareille à celle que l'on vient de trouver dans celle-ci, l'on pourroit aussi en faire quelque usage pour la détermination des longitudes, principalement dans les mers qui sont au-delà de l'Equateur ; car les lignes qui marquent les variations de degré en degré coupent les paralleles en ces endroits assez directement, & elles sont fort proches les unes des autres, comme il paroît dans cette route depuis la ligne où il n'y a point de variation jusqu'à celle où elle est de 25d, qui répondent

ici à 34 degrez de difference de longitude.

L'on peut effectivement placer sur la Carte de M. *Halley* presque tous les lieux où M. *de May* a observé la variation par l'intersection des paralleles avec les lignes qui marquent la variation observée, sans qu'il y ait d'autres differences que celles que l'on peut attribuer ordinairement à la difficulté qu'il y a de déterminer sur mer la longitude du lieu où l'on se trouve.

Il seroit à souhaiter que la variation de l'aiman étant une fois bien établie, l'on pût trouver une regle des changemens qui y arrivent dans la suite des temps. Il faudroit pour y parvenir avoir un grand nombre d'observations faites avec beaucoup de soin par des Observateurs exacts dans des intervalles de temps considerables, & c'est un secours dont on a été privé jusqu'à present ; car quoique le P. *Riccioli* ait fait un grand recueil de ces sortes d'observations, comme il n'a pas marqué dans la plûpart le nom des Observateurs, ni le temps que les observations ont été faites, on ne peut pas en tirer cet avantage.

On le peut mieux tirer de quelques observations qui ont été faites par les PP. Jesuites dans leur voyage aux *Indes Orientales*, & qui sont rapportées par le P. *Gouye* dans les Observations Physiques de 1692, qui pourront servir à faire connoître quelques changemens qui sont arrivez dans la variation de l'aiman.

Le P. *Noël* en allant à la *Chine* en 1684, remarqua qu'à 215 lieues à l'Ouest du Cap de *Bonne Esperance* l'éguille n'avoit aucune declinaison.

Suivant cette observation la ligne où il n'y avoit

avoit point de variation étoit considerablement à l'Orient de l'endroit où elle est marquée dans la Carte de M. *Halley*, & où elle doit être placée suivant les observations de M. *de May*, puisqu'il trouva vers cet endroit-là en 1703 la variation de 3d Nord-Ouest.

Le P. *Noel* observa aussi en 1684 au Cap des *Eguilles* la declinaison de 10 degrez Nord-Ouest, qui dans la Carte de M. *de May* est marqué de 13 degrez, ce qui s'accorde à la difference qui a été trouvée par l'observation précedente, & donne trois degrez d'augmentation en 19 années, ce qui est en raison de 10 minutes par an.

Le P. *Riccioli* dans le recueil qu'il a fait des observations de la declinaison de l'aiman ne donne aucune declinaison à ce Cap, & il y a apparence qu'il n'y en avoit point lorsqu'on lui donna le nom de Cap des *Eguilles*. Il rapporte au Livre 8 de sa Géographie plusieurs observations qui ont été faites aux environs de ce Cap, & entr'autres une de *Gerard* de *Dieppe*, qui observa en l'an 1639 à 14 lieues au-delà du Cap de *Bonne Esperance*, c'est-à-dire près du Cap des *Eguilles*, la declinaison Occidentale de 1d $\frac{1}{2}$.

En comparant cette declinaison à celle qui est marquée dans la nouvelle Carte de M. *Halley*, il y a eu en 64 ans 11 d $\frac{1}{2}$ de variation du Nord vers l'Ouest, ce qui est en raison d'un peu moins de 11 minutes par an, à peu près de même que l'on a trouvé par la comparaison des observations précedentes.

Le P. *Noel* remarque aussi que les Pilotes *Portugais* disent que depuis le Cap des *Eguilles* jusqu'à *Madagascar* la declinaison au Nord-Ouest croît de 13 degrez ; ensorte que si elle est

eſt de 2 degrez au Cap, elle ſera de 15 degrez à la vûe de *Madagaſcar*. Cela s'accorde auſſi à la variation marquée dans la nouvelle Carte qui eſt de 13 degrez au Cap des *Eguilles*, & de 25 ½ ſous le Meridien de *Madagaſcar*.

Depuis *Madagaſcar* juſqu'à *Pondichery* la declinaiſon de l'aiman va en diminuant, & elle eſt marquée dans la Carte de M. *de May* un peu à l'Orient de *Pondichery* de 4^d^ 45″ Nord-Oueſt. Elle fut obſervée à *Pondichery* par le P. *Richaud* en 1689 de 7^d^ 0″; ainſi ſi l'on ſuppoſe qu'elle ait été à *Pondichery* en 1703, de même qu'on l'obſerva un peu à l'Orient de cette Ville, l'on aura pour 14 ans une diminution de declinaiſon de 2 degrez ¼, ce qui eſt à raiſon de 10 minutes par an, au lieu qu'au Cap des *Eguilles* l'on y a trouvé une augmentation à peu près ſemblable. Le P. *Richaud* trouva à *Louvo* par l'intervalle de deux années une diminution pareille à celle que l'on a trouveé à *Pondichery*, ce qui pourroit faire conjecturer, que dans les *Indes Orientales* depuis le Meridien de l'Iſle de *Madagaſcar* vers l'Orient la declinaiſon Occidentale diminue tous les ans dans la même proportion, qu'elle augmente depuis cette Iſle vers le Cap de *Bonne Eſperance*. Voilà les regles qu'on peut tirer de ces comparaiſons.

RE-

REFLEXIONS

Sur les Observations des Satellites de Saturne & de son Anneau.

Par M. CASSINI.

* LEs Satellites de Saturne ne sont pas si faciles à être observez que ceux de Jupiter. Leur éloignement du Soleil, environ double de l'éloignement de ceux de Jupiter, diminue trop la lumiere qu'ils en reçoivent & qu'ils nous reflechissent, & leur plus grand éloignement de la terre diminue beaucoup plus leur grandeur apparente.

Les deux Satellites plus proches de Saturne, dont les révolutions sont plus courtes, ont leurs cercles si pressez ensemble, qu'il n'est pas toûjours facile de distinguer l'un de l'autre; & ils sont si souvent joints à Saturne qui occupe une grande partie de ces cercles, qu'à proportion de leurs temps periodiques il est plus rare qu'à nôtre égard ils sortent des rayons de Saturne, qu'il n'est rare que Mercure sorte des rayons du Soleil.

Le Satellite superieur de Saturne, qui est le cinquiéme suivant l'ordre de la distance à cet astre, & le premier de ceux que nous avons découvert à l'Observatoire Royal, a une proprieté surprenante d'augmenter & de diminuer en gran-

* 14. Janvier, 1705.

grandeur apparente ſans aucun rapport à ſa vraie diſtance de Saturne, à celle du Soleil & à celle de la terre. Il demeure en chaque révolution, qui eſt de 80 jours, long-temps caché vers ſa plus grande digreſſion Orientale, qui eſt comme le Latium de cette Planete Saturnienne, quoique les autres Satellites ne ſe voient jamais plus clairement que dans leurs plus grandes digreſſions.

Juſqu'à preſent on n'a pû trouver une cauſe aſſez évidente d'une proprieté ſi extraordinaire. On conjecture ſeulement que toute la ſurface de ce Satellite n'eſt pas également propre à reflechir la lumiere du Soleil, & que tournant autour de ſon axe par une révolution en longueur peu differente de la periodique autour de Saturne, il tourne à la terre ſon hemiſphere moins lumineux lorſqu'il n'eſt point viſible, & l'hemiſphere plus éclairé lorſqu'on le voit plus diſtinctement.

C'eſt une apparence ſemblable à celle que la Lune pourroit faire à Saturne, d'où elle feroit vûe faire une révolution autour de ſon axe auſſi-bien qu'autour de la terre à peu près en un mois, pendant que les grandes taches de la Lune qu'on appelle mers, ou d'autres plus grandes qui pourroient être du côté que nous ne voyons jamais, feroient tournées à Saturne.

Nous avons eu l'année précedente 1704 le tems favorable pour obſerver ce cinquiéme Satellite dans ſon demi-cercle Occidental pendant 30 jours, depuis le 12 Août juſqu'au 11 Septembre 1704. Depuis ce temps-là quelques recherches que nous en ayons faites avec M. *Maraldi*, nous ne l'avons pû voir qu'au 19 Octo-

Octobre, onze jours après qu'il eut passé sa digression Orientale, quand il étoit encore d'une petitesse extrême. Il augmenta peu à peu de grandeur apparente, de sorte qu'on pût l'observer commodément le 28 d'Octobre dans sa conjonction avec Saturne dans la partie inferieure de son cercle. Depuis ce tems-là il s'est fait voir avec plus de facilité, quoiqu'il s'éloigne plus du Soleil & de la terre allant vers sa digression Occidentale, où il arriva le 17 du mois de Novembre. Il diminua dans la suite, de sorte qu'il n'a pas été visible pendant tout le mois de Novembre; mais il se voit presentement depuis le 15 de ce mois de Janvier après sa conjonction avec Saturne dans la partie inferieure de son cercle, & il continuera de paroître pendant un mois.

Il est très-difficile d'assigner presentement les termes où il disparoît à la vûe, & où il recommence de paroître. Ces termes s'abregent & se prolongent par diverses causes qui apportent des variations considerables à ces apparences.

Nous avons un grand soin de distinguer les variations veritables qui arrivent à ces astres par leurs constitutions particulieres, des variations apparentes qu'on doit attribuer à la diversité de leurs éloignemens du Soleil & de la terre, & même aux diverses constitutions de l'air & à la qualité des verres au travers desquels on les observe; la lumiere que ces astres reçoivent du Soleil & qu'ils nous reflechissent de si loin, étant plus aisément troublée en passant par ces milieux differens, que celles des autres Planetes proches du Soleil & de la terre.

On

On ſait combien les apparences de Saturne, qui eſt le centre du mouvement de ſes Satellites, ont impoſé à tous les Aſtronomes durant l'eſpace de 40 ans après l'invention de la Lunette. Cet aſtre ſe preſenta d'abord aux Lunettes de *Galilée*, comme diviſé en trois corps deſunis, diſpoſez en ligne droite. On prit les deux parties extrêmes pour deux gros Satellites, qui ne partoient jamais de ſon côté.

M. *Deſcartes* crut que dans ſon Syſtême il étoit aiſé de comprendre pourquoi ces prétendus Satellites ne faiſoient pas une révolution autour de Saturne, comme ceux de Jupiter la font autour de cet aſtre, qui eſt beaucoup plus proche du Soleil.

Mais on fut bien ſurpris quand on vit que d'une année à l'autre le diametre de chacun de ces prétendus Satellites ſembloit augmenter de ſorte qu'en ſept années il ſurpaſſoit le diametre de Saturne, & qu'en même temps ils ſe transformoient en deux croiſſants, dont les pointes émouſſées ſembloient toucher à Saturne, & y former comme deux anſes qui ſe joignoient à ſon globe, & l'envelopoient entierement. On voyoit diminuer ces anſes pendant ſept autres années par les mêmes degrez qu'elles étoient augmentées, & ſe réduire à deux petits globes qui évanouïſſoient la quinziéme année, laiſſant Saturne tout ſeul, & auſſi rond que Jupiter. On avoit beau les chercher autour de Saturne, on ne les trouvoit nulle part, & l'année ſuivante ils paroiſſoient de nouveau dans la même forme qu'ils avoient paru dernierement & quinze ans auparavant, & recommençoient la même viciſſitude d'augmentation, de diminution & de

trans-

transformation qu'aux années précedentes.

Plus de 40 ans s'étoient passez dans l'admiration de ce *Protée* cèleste, sans qu'il y eut un *Aristée* qui en pût venir à bout : quand l'illustre M. *Huygens* qui fut depuis un des principaux sujets de cette Academie Royale, par le moyen d'un Telescope excellent auquel il avoit travaillé lui-même, & beaucoup plus par la subtilité & sublimité de son esprit en découvrit le mystere. Il trouva un veritable Satellite qui fait sa révolution autour de Saturne en 16 jours, qui, comme il témoigne, étoit pris par d'autres pour une de ces étoiles fixes que Saturne rencontre souvent dans son chemin. Il remarqua que la trace de son mouvement journalier imitoit la figure des anses de Saturne prises ensemble ; ce qui lui fit comprendre que ce qui forme les anses pourroit de même enveloper cet astre.

Il forma de ces anses & de ces globes qui avoient été pris pour des Satellites, un anneau plat & mince qui l'environne, comme un horizon environne le globe artificiel, mais à une distance à proportion plus grande.

Il lui donna une situation presque parallele à l'Equinoxial, & par conséquent fort oblique au plan de l'orbite de Saturne, qu'il coupoit dans une ligne qui passe par le Soleil deux fois en une révolution de Saturne. Il montra que Saturne se trouvant dans cette ligne, le plan de cet anneau n'en pouvoit pas alors être éclairé suffisamment pour pouvoir être vû de la terre ; que quelque temps avant & après le Soleil pouvoit éclairer suffisamment le plan de cet anneau qui n'étoit pas exposé à la terre, ce

qui

qui l'auroit aussi laissé invisible à la terre; qu'aux autres temps le Soleil éclairant suffisamment le plan de l'anneau exposé à la terre, l'anneau lui devoit paroître d'autant plus large qu'il lui seroit exposé plus directement.

Cette hypothêse fut trouvée admirable, & très-propre pour expliquer les differentes phases de Saturne, quoiqu'elle ne fut pas reçûe de tous ceux qui étoient prévenus par d'autres hypothêses. Nous n'osâmes pas y comparer une pensée qui nous étoit venue, que cet anneau pourroit être formé comme d'un essain de petits Satellites qui pourroient faire à Saturne une apparence analogue à celle que la voie de lait fait à la terre par une infinité de petites étoiles dont elle est formée; mais avec cette difference qu'elle ne fait point de parallaxe à la terre, au lieu que cette trace en fait une très-grande à Saturne.

Il est vrai que par les observations des années suivantes il fallut augmenter d'un tiers l'obliquité qui avoit été assignée à l'anneau, & rétrecir de la moitié l'intervalle entre les termes assignez à la phase ronde.

M. *Huygens* avoit prédit dans son Systême qu'au mois de Juillet & d'Août de l'année 1671 Saturne perdroit ses anses, & qu'on le verroit continuellement rond jusqu'au mois de Juillet & d'Août de l'année 1672, c'est-à-dire, pendant une année. Nous observâmes que Saturne perdit ses anses presque au temps prédit par M. *Huygens*; mais nous observâmes aussi que quelques jours après les anses revinrent, & ne se perdirent que le huitiéme de Decembre de la même année, avec quelque variation qui nous fit juger que l'anneau n'est pas si plat ni si continu

tinu

tinu qu'on le ſuppoſe. Car avant que Saturne perdit ſes anſes la ſeconde fois au mois de Decembre, nous les vîmes s'émouſſer peu à peu inégalement; de ſorte que quelquefois on en voyoit encore le reſte d'une d'un côté, ſans qu'il en parut rien de l'autre, & la partie qui paroiſſoit n'étoit pas toûjours du même côté, ce qui ſembloit s'accommoder à nôtre premiere hypothêſe, qui étoit que l'apparence de l'anneau eſt cauſée par un amas de très-petits Satellites de differens mouvemens qu'on ne voit point ſeparément, de la maniere qu'on ne voit point diſtinctement à l'œuil les petites étoiles qui compoſent les étoiles nebuleuſes, mais ſe voient toutes enſemble en forme d'un petit nuage clair.

On jugea auſſi que les Satellites, qui peuvent compoſer la partie de l'anneau plus proche de Saturne, ſont en plus grand nombre à proportion de l'eſpace qu'ils occupent, que ceux qui forment la partie la plus éloignée. Cette penſée fut depuis appuiée par les obſervations faites aux années que l'anneau de Saturne paroiſſoit plus large & plus ouvert; car la largeur de l'anneau ſe voyoit diviſée en deux par une ligne elliptique obſcure, dont la partie plus proche du globe étoit plus claire que la plus éloignée. Cette ligne marquoit comme un petit intervalle entre ces deux parties, de la maniere que la diſtance du globe à l'anneau eſt marquée par la grande obſcurité qui eſt entre deux.

M. *Huygens* qui ne cherchoit rien plus que la Verité, voulut bien lui-même communiquer au public les obſervations que nous venions de faire du retour des anſes un peu après qu'elles avoient diſparu, marquant en même temps qu'el-

qu'elles se perdroient de nouveau la même année, comme il arriva, & en rendit la raison qui servit à une plus grande perfection de son Systême. Nous observâmes aussi l'année suivante le retour des anses au mois d'Avril, plusieurs mois avant la prédiction qui en avoit été faite.

L'attention continuelle à ces observations me fit appercevoir le premier des quatre Satellites que j'ai découverts en divers temps autour de Saturne, qui est présentement le cinquiéme par ordre de leur distance à Saturne; je remarquois la configuration de plusieurs petites étoiles que Saturne rencontroit dans sa route, d'une maniere à pouvoir reconnoître s'il n'y en avoit point quelqu'une qui changeât de configuration avec les autres.

Pendant les vacances de la même année 1671 j'en observai une très-petite, qui le 25 d'Octobre étoit presque en ligne droite avec les anses de Saturne à l'Occident vers où alloit cette Planete, qui pour lors étoit retrograde en 13 degrez du signe des Poissons. Après l'avoir comparée pendant 12 jours à Saturne, à son ancien Satellite, & aux étoiles fixes prochaines, je fus entierement convaincu, 1°. Que c'étoit une veritable Planete, ce que je connus par son mouvement journalier parmi les étoiles fixes, qui étoit très-évident d'un jour à l'autre. 2°. Qu'elle pouvoit être un Satellite de Saturne, puisqu'elle se trouva pendant tout ce temps presque dans la ligne de ses anses comme l'autre Satellite avec un peu de declinaison, & que son mouvement à l'égard de Saturne étoit moins sensible qu'en le comparant aux étoiles fixes, comme il arrive le plus souvent

aux

aux autres Satellites. 3°. Qu'elle fut dans sa plus grande digression de Saturne à la fin d'Octobre & au commencement de Novembre de la même année 1671, ce que je trouvai en comparant les premieres observations avec les dernieres. 4°. Que sa plus grande digression à l'égard de Saturne étoit environ triple de la plus grande digression de l'ancien Satellite. 5°. Que la periode de sa révolution autour de Saturne étoit environ quintuple de la periode du second, ce qui résultoit de la regle des proportions ordinaires des distances aux révolutions des Planetes autour du Soleil trouvées par *Kepler*, & appliquées à ces deux Satellites à l'égard de Saturne, qui s'accordent assez bien aux observations; ainsi puisque la periode de l'ancien Satellite, après en avoir observé un assez grand nombre, avoit été déterminée environ de 16 jours, il s'ensuivoit que celle du nouveau Satellite devoit être environ de 80 jours. Voilà ce que nous pûmes pour lors tirer des observations de 12 jours, & qui pouvoit suffire pour nous préparer aux observations suivantes.

Mais nous fûmes fort surpris, quand après plusieurs jours de mauvais temps, nous ne trouvâmes aucun vestige de cette Planete. Nous ne pouvions pas nous imaginer qu'elle eût cette proprieté admirable que nous découvrîmes long-temps après, d'être invisible pendant environ la moitié de sa révolution vers sa plus grande digression Orientale. Nous doutâmes fort qu'elle ne fût de la nature des Cometes, qui suivant la theorie que nous en avions donnée l'an 1664, ne se voient non-plus que pendant une partie de leurs révolutions.

 Cet-

Cette proprieté admirable qui s'eſt toûjours verifiée en 151 révolutions que cette étoile a faites depuis juſqu'à préſent autour de Saturne, étant comparée à la proprieté de quelques étoiles fixes qui ceſſent de paroître pendant quelque temps, quoique leur place ſoit expoſée à nôtre vûe, nous avertit à ne pas ſuppoſer qu'un Phenomene qui ceſſe de paroître dans le ciel après avoir paru quelque temps, ſoit diſſipé de ſorte qu'il ne puiſſe encore paroître en d'autres temps; Et qu'il ſoit inutile d'obſerver ſi un Phenomene qui ſe voit après quelque temps au même endroit du ciel, n'a pas le même mouvement que celui qu'on y a obſervé, pour pouvoir juger s'il ne ſeroit pas le même qui a paru autrefois au même endroit; comme nous jugeons que ce Satellite eſt le même quand il paroît de nouveau autour de Saturne avec les mêmes degrez de vîteſſe apparente à pareille diſtance de cet aſtre.

Nous donnâmes part à la premiere Aſſemblée qui ſe tint après les vacances de la découverte que nous venions de faire, & de la perte de nôtre objet. On jugea qu'il en falloit ſuivre la trace par des Lunetes d'une plus grande portée. Celle qui nous avoit ſervi tant à la découverte de la nouvelle Phaſe de Saturne qu'à celle de ce Satellite étoit de 17 pieds, & nous avoit été donnée comme très-excellente par M. *Campani*. C'étoit la même Lunete qui nous avoit ſervi à découvrir les révolutions de Jupiter & de Mars autour de leurs axes, & les Eclipſes du Soleil dans Jupiter faites par l'interpoſition des Satellites.

On jugea que par des Lunetes d'une plus grande portée on auroit pû voir cette Planete, quand

quand on cessoit de la voir par celle dont nous nous étions servis. C'est-pourquoi M *Colbert* donna ordre à M. *Campani* d'envoyer au plûtôt la plus grande & la plus excellente qu'il eût, & de travailler en même temps à perfectionner son Art, pour en pouvoir faire d'une plus longue portée. Il envoya celle de 34 pieds qui est présentement exposée dans la terrasse de l'Observatoire, où elle fut placée au mois de Decembre 1672. Elle ne fut pas plûtôt dressée à Saturne le 13 Decembre, que je vis la nouvelle Planete que j'avois perdue de vûe l'année précedente. Je reconnus qu'elle étoit la même, parce qu'elle étoit à peu près à la même distance de Saturne du côté d'Occident, qu'elle devoit être après 5 révolutions de 80 jours que j'avois attribuez à cette Planete après sa premiere découverte. Cette hypothêse se verifia le 17 Decembre, lorsque nous trouvâmes cette étoile plus proche de Saturne que le 13, comme il falloit suivant la théorie que j'en avois ébauchée. J'ai depuis observé des inégalitez dans ces révolutions semblables à celles qui s'observent dans les autres Planetes, & j'ai déterminé la moyenne entre les plus longues & les plus courtes de 79 jours 22 heures & 4 minutes, ce que j'ai confirmé par les observations de 1704 & de cette année 1705 comparées avec les plus certaines des premieres observations.

Les Mathematiciens de l'Academie Royale, ausquels je fis aussi-tôt part de ces observations, venoient à l'Observatoire aux jours de beau temps pour prendre part à cette découverte; mais le ciel ne fut favorable que le 23 Decembre, & alors nous vîmes une étoile entre l'an-

cien Satellite & Saturne du côté d'Occident où j'avois fait esperer que l'on trouveroit le nouveau Satellite. Tous ces Messieurs en furent plus satisfaits que moi, qui m'attendois à voir ce Satellite plus près de Saturne que n'étoit cette étoile. Ceux qui comparerent sa situation à celle que j'avois marquée les jours précedens, jugerent son mouvement beaucoup plus lent qu'il n'est, & l'on donna même un billet cacheté à l'Academie, où l'on y attribuoit une révolution fort approchante de l'annuelle. Pour moi je doutois que le Satellite vû depuis peu ne fut si près de Saturne qu'il l'empêchât de le voir, & que cette étoile ne fut un nouveau Phenomene. La verité est que le Satellite que nous poursuivions éluda cette grande & excellente Lunete pendant plus d'un mois, ce qu'il a depuis fait en toutes ses révolutions, & que l'étoile qui avoit pris sa place le 23 Decembre étoit un autre Satellite qui fait sa révolution autour de Saturne en 4 jours & demi, que pour lors nous appellâmes le premier, & qui est présentement le troisiéme. Après que nous en eûmes ébauché la théorie, celui que nous avions découvert le premier se montra pendant 15 jours, comme pour nous donner le temps de travailler à le suivre avant que Saturne entrât dans les rayons du Soleil.

Nous donnâmes la même année au public un abregé fort succint de la découverte & de la théorie de ces Satellites, pour pouvoir servir de guide & de préparation aux Observateurs qui en voudroient faire des observations.

Cependant M. *Campani* nous ayant envoyé à essayer quatre Objectifs de 80, de 90, de 100 &

& de 136 pieds, que M. *Colbert* prévenu de la mort n'eût pas le temps d'essayer au ciel; l'année suivante nous découvrîmes encore autour de Saturne deux autres Satellites qui en sont plus proches que les autres, & font leurs révolutions beaucoup plus courtes. Nous nous servions de ces verres sans tuyau, les plaçant à la fente Septentrionale de la Tour Orientale de l'Observatoire, que nous y avions fait laisser dans sa construction pour des observations semblables. Ce sont les premieres observations qui ayent été faites au ciel par de si grands verres sans tuyau, quoiqu'on eût proposé quelque maniere beaucoup plus pénible & plus composée. La découverte de ces deux Satellites avoit été faite de cette maniere, quand M. *Huygens* publia son Astroscopie, où il propose une methode bien plus difficile à pratiquer que la nôtre, dont il n'avoit point encore entendu parler.

Mais comme les verres d'une portée plus longue que de 100 pieds placez sur l'Observatoire ne pouvoient plus servir commodément à toutes les hauteurs apparentes des Astres, M. de *Louvois* obtint du Roi de faire transporter la Tour de bois qui étoit à *Marly*, & d'y faire des fondemens solides qui l'élevent encore plus sur la terrasse de l'Observatoire. Les observations que nous fîmes par de grands verres placez sur cette Tour préparez à cet effet, nous servirent à ébaucher la théorie de ces Satellites, dont nous donnâmes l'abregé dans le Journal du 22 Avril 1686. Les observations que nous avons continué de faire depuis ce temps-là, nous ont obligé d'y faire quelque changement que nous avons observé dans la construction

des Tables provisionnelles des cinq Satellites que nous avons achevées.

On ne s'étonnera pas de la longueur du temps qu'il a fallu emploier à trouver les regles des mouvemens de ces nouvelles Planetes, si l'on fait reflexion aux peines que les anciens ont eues & ont encore laissé aux modernes, de trouver les regles des Planetes observées depuis le commencement du monde. Nous n'avons pas encore emploié autant d'années à regler les mouvemens des Planetes que nous avons découvertes, que les anciens ont emploié de siecles à regler ceux du Soleil. A proportion du temps que nous avons eu d'y travailler, nous sommes allez par des degrez de corrections semblables à celles qui ont été pratiquées en divers siecles par les anciens.

Dans la premiere publication de leurs découvertes l'an 1673, nous nous contentâmes de déterminer la periode de la révolution du Satellite superieur autour de Saturne en 80 jours, sans déterminer les heures & sans distinguer les révolutions moyennes des veritables.

Dans la seconde de l'an 1683, nous réduisimes sa révolution moyenne à 79 jours 22 heures.

Présentement après les observations de 150 révolutions, nous avons limité cette révolution moyenne à 79 jours 22 heures & 4 minutes.

Nous laisserons à la posterité les observations les plus exactes qu'il nous a été permis de faire jusqu'à présent, qu'elle pourra comparer à celles qu'il lui sera facile de faire par le moyen des periodes moyennes que nous avons ébauchées, & des Tables que nous avons construites,

tés, qui montrent le temps propre pour observer ces Satellites, afin de parvenir à une plus grande précision dans la détermination de leurs mouvemens.

DE L'INVERSE DES TANGENTES.

Par M. Rolle.

* Pour former toutes les methodes des Tangentes, il faudroit avoir une définition exacte & positive de toutes les Courbes; & comme l'on n'a point cette définition, l'on ne peut pas dire que l'on ait toutes ces methodes, ni assûrer par conséquent que l'on ait toutes les Inverses des Tangentes. Mais de savans Géometres ont donné le moyen de former ou de concevoir des Courbes de differens ordres par des équations d'Algebre, par la projection des corps, par des mouvemens composez, & en bien d'autres manieres. Ils ont aussi donné des methodes pour déterminer des Tangentes de ces Courbes; & il suffit d'en avoir bien conçû une ou deux pour voir jusqu'où les autres methodes se peuvent étendre.

Comme la même Analyse & le même esprit doivent regner dans toutes ces methodes, il est vrai de dire aussi que l'on doit suivre le même esprit & la même Analyse dans leurs Inverses.

C'est

* 21. & 24. Janvier. 1705.

C'eſt en cela que l'on reconnoît les voyes générales dans les recherches de la Géometrie ; & c'eſt auſſi ce caractere d'univerſalité que l'on peut voir dans les quatre Memoires que je donnai à l'Academie l'année derniere 1704 ſur l'Inverſe des Tangentes, & qui ont été imprimez la même année chez le Sieur *Boudot* Libraire de la Compagnie. Mais on le verra encore d'une autre maniere ici par l'application que j'en ferai à des methodes, qui ſont differentes de celle que j'avois priſe pour exemple dans ces quatre Memoires.

Comme les operations varient dans les methodes des Tangentes à meſure que l'on fait varier les conditions qui déterminent les Courbes, il faut auſſi que les operations varient dans une Inverſe, ſelon les changemens que l'on fait dans les methodes dont elle eſt l'Inverſe, & l'on verra qu'en cela il ne ſe trouve point de difficulté conſidérable, ſi l'on compare ce que j'ai dit dans ces quatre Memoires à l'application que j'en vais faire ici.

Déja l'on ſait que pour déterminer les Tangentes d'une Courbe, il faut que le nombre des formules qui ſervent à les déterminer ſoit proportionné au nombre des conditions qui conſtituent la Courbe ; de maniere que l'Inverſe d'une methode de Tangentes eſt ſouvent le retour de pluſieurs formules à une égalité génératrice. Mais parmi ces formules il y en a une que l'on conſidere comme la principale, & qui l'eſt en effet. C'eſt la formule dont les conditions changent toûjours à meſure que l'on fait varier les conditions de l'égalité génératrice, & cette formule eſt encore capable d'une infinité de changemens dans ſa forme. Les autres formules

mules peuvent varier dans leur forme, mais elles sont comme immuables pour les conditions: & ce n'est point dans ces formules aussi où se trouvent les difficultez de l'Inverse. Il arrive neanmoins que ces formules entrent dans cette Inverse, & que quelques-unes y entrent necessairement, comme on le va voir ici.

ARTICLE I. Soit pour le premier exemple d'une methode de Tangentes dont on veut faire le retour, celle qu'on a donnée dans la seconde Section de l'*Analyse des Infiniment petits*, Proposition 4. page 18. & que la formule principale proposée soit celle que l'on voit ici en *A*.

$A \ldots\ xxdz + yydx = zxydy.$

Pour trouver l'égalité génératrice de cette formule & se servir des Regles que j'ai données pour cette recherche dans les Memoires dont j'ai parlé ici, il faut supposer une égalité indéterminée; & si l'on consulte sur cela les Memoires que je donnai à l'Academie le 1 & le 8 Mars 1704, on trouvera parmi les égalitez qu'ils fournissent, celle qui est marquée ici en *B*.

$B \ldots\ byy = lxz.$

Suivant le second Memoire & ce que j'avois dit sur ce sujet dans le Journal du 28 Mai 1694, on trouvera que la premiere formule de cette égalité *B* est celle qu'on voit ici en *C*.

$C \ldots\ 2bydy = lxdz + lzdx.$

Comme il y a trois inconnues relatives, & qu'en pareil cas elles gardent toûjours entr'elles la loi des homogenes, il faut autant d'égalitez qu'il y a de ces inconnues pour les faire évanouir. Mais l'on n'a que les égalitez *A* & *C* pour les trois relatives dy, dz, dx. Ainsi il

B 5 faut

faut une troisiéme égalité ou une troisiéme Analogie, & cette Analogie ou cette égalité doit être prise parmi celles de la methode dont on veut faire le retour, que j'ai nommées *égalitez immuables*. La plus commode est celle qu'on voit ici en *D*.

$D. tx : zs :: dx : dz$. Donc $txdz = zsdx$.

Ayant fait évanouir les trois inconnues relatives dz, dx, dy par le moyen des trois égalitez *A*, *C*, *D*, on aura la réduite marquée *E*.

$E.\ btyy - xtlz + bzsx - xzls = 0$.

Divisant cette réduite par la supposée *B*, comme je l'ai dit dans la Regle du 8 Mars 1704; & prenant l'inconnue *y* pour la directrice de la division, le reste donnera l'égalité auxiliaire marquée *F*.

$F \ldots\ xzsl - xzsb = 0$.

Ainsi l'on aura $b = l$ pour la résolution de cette égalité; & comme elle est seule dans le Problême auxiliaire que prescrit la methode Inverse, il reste seulement à substituer *l* au lieu de *b*, ou *b* au lieu de *l* dans l'égalité supposée en *B*, & l'on aura la résultante *G*.

$G \ldots\ yy = xz$.

De maniere que selon cette methode Inverse, l'égalité *G* est l'égalité génératrice dont on s'étoit proposé la recherche.

Observation. Quoiqu'au lieu de $-dz$ de l'*Analyse des Infiniment petits* j'aie mis ici $+dz$, cela ne change rien pour les effets dans cette occasion, & je n'ai fait ce changement de signe que pour me conformer aux principes dont je me sers. Ce qui sera plus amplement expliqué dans un autre Memoire, quand on fera l'Inverse des secondes formules, & des formules d'un ordre plus élevé.

ARTICLE II. Comme l'expression de la soûtangente ne se trouve point dans l'exemple de l'article précedent, & qu'il n'y a dans cet exemple que trois inconnues relatives; j'ai crû qu'il étoit bon de proposer un autre exemple où se trouve cette expression de soûtangente, & dans lequel il y ait aussi un plus grand nombre de ces inconnues relatives.

Pour cela je prendrai la 12e proposition, ou la methode des Tangentes qu'on a donnée dans l'*Analyse des Infiniment petits* article 37. page 34. Mais je me servirai des expressions ordinaires dans le détail du calcul, pour des raisons que je marquerai dans la suite.

Dans cette 12e proposition toutes les inconnues qui peuvent entrer dans l'égalité génératrice sont celles que l'on voit ici dans la colomne *P*, & leurs relatives sont dans la colomne *R*, à côté de laquelle se trouve aussi une autre colomne où je marque ces relatives à la maniere de M. de *Leibnitz*, & c'est aussi de la même maniere qu'on les a marquées dans l'*Analyse des Infiniment petits*.

P	*R*.	
s	*m*	ou ... *ds*.
z	*e*	ou ... *dz*.
t	*p*	ou ... *dt*.
u	*l*	ou ..—*dv*.
x	*b*	ou ... *dx*.
y	*r*	ou ..—*dy*.

L'expression de la soûtangente est marquée par *PT* dans cette *Analyse*, mais cette expression seroit très-incommode pour l'Inverse. Ce qui m'a obligé de marquer cette soûtangente par une autre lettre. Cette lettre est *f*.

Cela posé, les formules immuables de la proposition dont on demande l'Inverse, se peuvent concevoir sous la forme que l'on voit ici dans la colomne S.

S.

$m = \frac{hyz}{f}$ . . . ou . . $mf = hyz$.

$e = \frac{hyz}{bf}$ . . . ou . . $ebf = hyz$.

$p = hv$.

$l = \frac{hv}{a}$ . . . ou . . $al = hv$.

$h = h$ . . . ou . . $h =$ à soi-même.

$r = \frac{hy}{f}$ . . . ou . . $fr = hy$.

Pour la formule principale dont il faut trouver l'égalité génératrice, je prends celle qui est marquée ici en A.

$A.\ 2ezv + vm - pv + sl + zzl - vvb - lt = 0$.

Les Regles que j'ai proposées à l'Academie dans les Memoires du premier & du 8e Mars 1704, fournissent une suite de génératrices supposées entre des limites; parmi lesquelles génératrices on trouvera celle qui est marquée ici en B.

B . . . $cs + dzz = gt + qvx$.

Si l'on prend la premiere formule de cette génératrice B selon le Memoire du 8e Mars 1704, on trouvera cette formule comme elle est ici en C.

C . . . $cm + 2dze = pg + qvh - qxl$.

Comparant les deux formules A & C avec les autres formules qui sont en S pour faire évanouïr les inconnues relatives, suivant ce que j'ai dit dans ce Memoire du 8e Mars, il ne restera

ra plus qu'à faire évanouïr l'expreſſion de la ſoûtangente, & cela eſt aiſé ; parceque le calcul conduit aux deux égalitez marquées D.

$$D. \begin{cases} f = \dfrac{cabyz + 2adzzy}{gabv - qbxv + qabv}. \\ f = \dfrac{abyz + 2ayzz}{bt - bzz - bs + 2abv}. \end{cases}$$

Comparant ces deux valeurs de f pour la faire évanouïr on trouvera, en délivrant de fractions, que la réduite eſt comme on la voit ici en E. Où il faut obſerver que j'ai ſuppoſé $q + g = n$, pour abreger le calcul.

$$E. \left.\begin{array}{l} + 2dzzt - 2dz^4 - 2dszz + bqxvz \\ + cbzt - cbz^3 + 2qxvzz - nabvz \\ \qquad\qquad + 4advzz + 2abcvz \\ \qquad\qquad - 2anvzz - bcsz \end{array}\right\} = 0.$$

Suivant le Memoire du 8e Mars 1704, il faut diviſer cette réduite par la ſuppoſée B ; & ſi l'on prend t pour l'inconnue directrice, on trouvera le reſte marqué F.

$$F. \begin{array}{l} + 2ddz^4 + bcdz^3 - 2qdvxzz - bcqvxz. \\ - 2gdz^4 - bcgz^3 + 2qgvxzz - ganbvz. \\ \qquad\qquad + 2cdszz + 2abcgvz. \\ \qquad\qquad - 2gdszz + ccbsz. \\ \qquad\qquad - 2gannvzz - bcgsz. \\ \qquad\qquad + 4adgvzz + qbgvxz. \end{array}$$

Par la même Regle du 8e Mars 1704, il faut diſtribuer ce reſte pour en tirer un Problême auxiliaire, & il faut encore ſelon cette regle diſtinguer en F tous les termes que marquent les monomes qui ſont ici en G.

$G \ldots z^4.\ z^3.\ vxzz.\ szz.\ vzz.\ xzz.\ vz.\ sz.$

De maniere que le Problême auxiliaire sera composé de huit égalitez fort simples qu'il faut résoudre. Mais avant que d'operer, ou bien dans l'operation, on se souviendra de substituer n au lieu de $q + g$, selon la supposition abregeante dont il a été parlé ci-dessus, & l'on trouvera pour la résolution de ce Problême, $d = c.\ g = c.\ q = c.$

Ces valeurs étant substituées dans la supposée B, on aura la résultante H.

$H \ldots s + zz = t + vx.$

Ensorte que cette égalité H est la génératricee de la formule proposée A. *Ce qu'il falloit trouver.*

Remarque. Lorsque d'habiles Géometres se sont proposez l'Inverse des Tangentes, ils n'ont d'abord envisagé que les lignes Géometriques qui se forment sur un axe, & c'est aussi ce qu'il y a de plus considerable dans ce projet. Mais ils ne croyoient peut-être pas qu'une même formule pût avoir plusieurs génératrices, ou qu'une même égalité differentielle eût differentes integrales. Cependant l'on a pû voir dans le Memoire que je donnai à l'Academie le 8e Mars, qu'une même formule convient à une parabole & à une hyperbole, à un cercle & à une ellipse, & que l'ellipse & l'hyperbole peuvent varier en une infinité de manieres. Voici un autre exemple des Courbes formées sur un axe, où l'on verra qu'une même égalité differentielle peut avoir des integrales de differens genres.

ARTICLE III. Il y a des égalitez differentielles qui ont des integrales de divers genres. J'en ai averti dans le quatriéme Memoire que je donnai à l'Academie en 1704 sur l'in-

verse

verse des Tangentes page 19, & l'on peut aussi s'en assurer aisément par les regles abregeantes que j'ai proposées dans ce quatriéme Memoire.

Soit pour exemple l'égalité differentielle qui est marquée ici en *A*.

$$A \ldots 2x^3dy - 2axydy + yxxdy - ayydx = 0.$$

Et que la supposée soit $sy = bx^c$. Alors sa difference sera $dy = \frac{cbx^{c-1}dx}{s}$. Et comparant ces trois égalitez pour faire évanouir y & dy, on aura la reduite *D*.

$$D \ldots 2csx^{c+2} - 2cabx^{2c} + sx^{c+2} - abx^{2c} = 0.$$

Cette reduite se distribue en deux manieres, selon ce qui a été dit dans le quatriéme Memoire pages 18 & 19.

Pour la premiere distribution je compare le premier terme au second, & le troisiéme au quatriéme. Ce qui donne les deux Problêmes auxiliaires *F* & *G*.

$$F \begin{cases} c+2 = 2c. \\ 2cs = 2cab. \\ sy = bx^c. \end{cases} \qquad G \begin{cases} c+2 = 2c. \\ s - ab = 0. \\ sy = bx^c. \end{cases}$$

Chacun de ces Problêmes donne $c = 2$, $s = ab$; & substituant ces deux valeurs dans la supposée $sy = bx^c$, on aura $ay = xx$ pour une des integrales de la differentielle proposée *A*.

Dans la seconde distribution de la réduite *D*, je prends le premier terme avec le troisiéme, & le second avec le quatriéme. Ce qui donne les deux Problêmes auxiliaires *K* & *M*.

K

$$K\begin{cases} c+2=c+2. \\ 2cs+1s=0. \\ sy=bx^c. \end{cases} \qquad M\begin{cases} 2c=2c. \\ -2acb-2ab=0. \\ sy=bx^c. \end{cases}$$

L'un & l'autre donne $c=-\frac{1}{2}$, & cette valeur ſubſtituée dans l'égalité ſuppoſée, on trouve $sy=bx^{-\frac{1}{2}}$. Donc $ssyy=bbx^{-1}$. Donc $ssyyx=bb$, qui eſt la ſeconde integrale Géometrique de la propoſée. Et comme cette integrale eſt une hyperbole du ſecond genre dont le parametre eſt indéterminé, on voit qu'elle peut varier en une infinité de manieres. Ainſi l'on peut voir de ce qui a été dit dans ce troiſiéme Article, que non-ſeulement il ſe trouve deux integrales de differens genres pour l'égalité differentielle *A*; mais auſſi qu'une de ces integrales eſt indeterminée. Ce qui peut donner occaſion de faire des remarques fort conſiderables ſur l'uſage du calcul integral.

OBSERVATIONS SUR DES PLAYES DE VENTRE.

PAR M. LITTRE.

* UN homme âgé de 34 ans, d'une bonne conſtitution, mais foible d'eſprit depuis cinq

* 4. Fevrier 1705.

cinq ans, tomba dans un violent accès de folie, pendant lequel étant au lit couché sur le dos, il se donna dix-huit coups de coûteau dans le ventre, sans sentir, à ce qu'il me dit, aucune douleur, s'imaginant seulement qu'il enfonçoit le coûteau dans une motte de beurre. La lame de ce coûteau étoit longue de cinq pouces, & avoit sept lignes de largeur près du manche; elle alloit toûjours en diminuant jusqu'à la pointe.

Dix de ces plaies n'interessoient que quelques-uns des tegumens du ventre. Les huit autres pénétroient dans la capacité avec lesion de quelques-unes des parties qui y sont contenues. La sonde m'assura de la pénétration de ces plaies, les accidens qui y survinrent me firent comprendre que quelques-unes des parties contenues étoient blessées. Ces accidens furent la fiévre, la tension du ventre, la respiration difficile & doulouréuse, des nausées, le vomissement, le cours de ventre, &c.

Parmi les matieres que le malade rendoit par la bouche en vomissant, il y avoit des filets de sang, dont les uns étoient noirs, & les autres d'un rouge foncé. On remarquoit dans les matieres qui sortoient par le siege, de petits caillots & des filets de sang. Les caillots étoient noirs, & les filets d'un rouge clair. La diversité de ces couleurs de sang venoit vrai-semblablement du plus ou du moins de séjour qu'il avoit fait dans la cavité de l'estomac & des intestins.

Quoique cette maladie parut incurable par le grand nombre des plaies, par la nature & la situation des parties blessées, & par les accidens dont elles furent suivies, le malade ne laissa pas

pas d'en guerir dans l'espace de deux mois, de la maniere qui suit.

Cet homme fut saigné sept fois des bras les quatre premiers jours; savoir; trois le premier jour, deux le second, & une fois seulement le troisiéme & le quatriéme. On lui tira à chaque saignée quatre palettes de sang. Il observa durant le cours de la maladie un regime de vivre très-tenu & très-exact. Son bouillon étoit fait avec le veau, la volaille & les écrevisses, & on y ajoûtoit de temps en temps de la laitue, du pourpier & de la chicorée douce. On faisoit sa tisanne avec les fleurs de pas-d'âne, la racine de grande consoude, les capillaires & les feuilles de coquelicoc. Il prenoit quelquefois le soir des émulsions, du syrop de pavot blanc, ou du laudanum.

Je me proposois par tous ces moyens de calmer l'agitation des esprits, de donner de la consistance au sang, de faire cesser les nausées, le vomissement & le cours de ventre, de prévenir le hoquet & la toux, & d'arrêter l'écoulement du sang des plaies pénétrantes dans la capacité, dont l'épanchement pouvoit avoir de fâcheuses suites.

Je fis tenir le malade couché sur le dos, parce qu'étant dans cette situation lorsqu'il se blessa, j'esperois qu'il s'épancheroit dans la capacité du ventre moins des matiéres contenues dans la cavité des intestins, que je conjecturois être percez, par la situation des plaies & par le sang, qu'il rendoit par la bouche & par le fondement.

On pensoit le malade une fois le jour au commencement de la maladie, & dans la suite de

de deux, trois, ou quatre jours l'un seulement. On mit les six premiers jours, dans la plaie la plus grande & la plus basse de celles qui pénétroient dans la capacité, une tente de charpie, mollette, mousse par le petit bout, & chargée de baume d'Arceus, pour conserver une issue aux matieres qui pouvoient être épanchées ou s'épancher dans la capacité du ventre. Mais voyant qu'il en sortoit peu de chose, & que la tente empêchoit la réunion de cette plaie, je la fis supprimer, me contentant d'y faire mettre, comme aux autres, un simple plumaceau chargé du même baume.

Au milieu du traitement, on se servit de baume verd à la place de celui d'Arceus. Sur la fin on trempa les plumaceaux dans l'eau vulneraire. Enfin dans tous les pensemens, on essuia peu & tres-doucement les plaies, & on les laissa exposées à l'air le moins qu'il fut possible.

Le malade, étant ainsi gueri de ses blessures, se porta mieux qu'il n'avoit encore fait: son esprit reprit son assiette naturelle, & sa conduite fut plus reguliere qu'auparavant. Je présumois que ce nouvel état seroit de longue durée, fondé sur les bons effets de quantité de remedes qu'on lui avoit faits, & sur la diete exacte qu'il avoit observée durant le cours de la maladie, & qu'il promettoit de continuer à l'avenir. Ma conjecture par malheur se trouva fausse, car dix sept mois après, cet homme étant tombé dans un nouvel accès de folie, se jetta dans la rue par une fenêtre d'un troisiéme étage, & mourut sur le champ.

Je visitai le cadavre; mais avant que d'en ouvrir le ventre, j'examinai plus exactement que

je n'avois fait les cicatrices des dix-huit plaies, dont il a été parlé. Je remarquai, que toutes ces cicatrices étoient fermes & à peu près de niveau à la surface du reste de la peau, à la réserve d'une, où la peau étoit enfoncée d'environ deux lignes, & qui cedoit au doigt, quand je la pressois un peu fortement.

En ouvrant le ventre, je pris toutes les précautions, dont je me pûs aviser, pour ne couper, ni déranger aucune des parties renfermées dans la capacité, afin de voir exactement celles qui avoient été blessées, & de quelle maniere la réunion s'en étoit faite. Voici ce que j'y observai.

Premiere Observation. Le lobe moien du foie, au-dessous du muscle droit de l'épigastre du côté droit, tenoit fortement au peritoine par un petit endroit. Cette adherance étoit formée par une cicatrice commune à ces deux parties. Il y avoit une autre cicatrice à la peau qui répondoit à celle-là. Ces deux cicatrices avoient chacune trois lignes de longueur sur une demie de largeur.

Seconde Observation. Deux parties de l'intestin jejunum, situées au-dessous de l'estomach à un pouce du muscle droit, étoient colées ensemble par le côté où elles se touchoient. Ayant separé ces deux parties, j'observai dans celle qui étoit placée du côté gauche une cicatrice de trois lignes & demie de longueur sur deux tiers de ligne de largeur, & dont la direction étoit transverse par rapport à la longueur du corps, de même que celle de la cicatrice de la peau qui étoit vis à vis. Je ne trouvai point de cicatrice à la partie droite de ce boyau à laquelle celle du côté gauche étoit adherante;

ainsi

ainsi il y avoit eu une plaie à la premiere partie, & il n'y en avoit pas eu à la seconde.

Troisiéme Observation. Je remarquai à la partie anterieure du colon près du rein droit, une cicatrice fort oblique de cinq lignes de longueur, & d'une & demie de largeur. Il s'élevoit le long de cette cicatrice dix-huit à vingt filets, dont les uns étoient blancs & aussi déliez que les cheveux fort fins, & les autres avoient une legere teinture de rouge & étoient plus gros que les blancs. Tous ces filets sortoient dans le même ordre de la capacité du ventre par une fente qui répondoit à la cicatrice, longue de six lignes & large de deux & demie, & qui étoit restée au peritoine, aux muscles transverses & obliques de la plaie que le malade s'étoit faite en cet endroit, & ils s'alloient attacher à une cicatrice qui étoit commune à la graisse & à la peau, & dont la direction étoit la même que celle de la fente & de la cicatrice du boyau.

Les filets élevez de la cicatrice du colon n'étoient vraisemblablement que quelques-unes des fibres coupées des tuniques de cet intestin; savoir, les rouges de la tunique charnue, & les blanches de la membraneuse. Les unes & les autres avoient insensiblement crû, & s'étoient avancées jusqu'à la graisse, n'ayant trouvé dans leur chemin aucun obstacle ni aucune partie où elles eussent pû se coler, parceque les levres de la plaie du peritoine & des muscles s'étoient cicatrisées séparément, & ne s'étoient pas jointes ensemble par une même cicatrice comme dans les autres plaies.

Quatre choses pouvoient avoir donné lieu à cette fente; savoir, la tente, la longueur de la plaie,

plaie, sa grande obliquité & sa situation. La tente, en tenant écartées les levres de la plaie; la longueur de la plaie, par l'incision de quantité de fibres des muscles du ventre; la grande obliquité, en coupant dans son trajet les fibres de tous les muscles, quoiqu'elles ayent dans chacun des directions fort differentes; enfin la situation de la plaie pouvoit avoir donné lieu à la fente, parcequ'elle étoit toute entiere dans la partie charnue des muscles, dont il a été parlé.

Or, de ce que les fibres charnues de tous ces muscles ont été coupées à l'endroit de la plaie, il s'ensuit, 1°. Que chaque portion des fibres coupées a dû se retirer de son côté, comme l'experience le fait voir. 2°. Que les deux levres de la plaie ont dû se cicatriser séparément & former une fente; parceque le muscle transverse étant fortement attaché au peritoine, ses fibres charnues n'ont pû se retirer sans entraîner avec elles de part & d'autre les parties coupées de cette membrane. La même chose n'est pas arrivée à la graisse & au muscle oblique descendant de l'épigastre, parceque la graisse n'est pas si adherante à ce muscle, que le peritoine l'est au muscle transverse, & qu'elle est fort étroitement unie à la peau.

Enfin les deux levres de cette plaie se sont réunies dans la graisse & dans la peau par une seule & même cicatrice, parcequ'il y a naturellement une liaison très-étroite entre ces deux tegumens, comme je viens de dire, & que d'ailleurs n'ayant ni l'un ni l'autre des fibres charnues, ils n'ont pû, quoique coupez, se retirer de part & d'autre, ni se cicatriser séparément comme les muscles.

Voi-

Voici à présent quelques observations que je fis dans la tête de cet homme, dont on pourra peut-être tirer quelques conjectures sur sa folie.

1°. Les os, qui composoient le crane, étoient fort durs & fort épais ; il y avoit très-peu de pores entre leurs deux tables, & les structures en étoient presque effacées, quoique cet homme n'eût encore que trente-quatre ans.

2°. La dure & la pie-meres étoient fort dures, & d'un tissu très-serré.

3°. La substance du cerveau avoit beaucoup de consistance, celle du cervelet avoit à peu près sa mollesse naturelle.

4°. Le plexus choroïde qui est dans le cerveau, étoit sec & mince ; on y observoit peu de vaisseaux sanguins & qui étoient fort déliez ; ses glandes étoient imperceptibles.

5°. Je ne trouvai point de lymphe dans la cavité des ventricules du cerveau, ni dans celle du ventricule du cervelet.

Enfin la glande pituitaire étoit fort petite & extrémement dure.

DU CAMPHRE.

Par M. LEMERY.

* LE soin que prennent les *Hollandois* de se faire apporter le Camphre brut pour le rafiner, est cause que nous en voyons assez rarement

* 7. Fevrier 1705.

rement en *France*. Il m'en est tombé entre les mains quelque quantité, qui m'a donné occasion de faire des experiences, dont je vais parler après que j'aurai dit quelque chose de l'Histoire de ce mixte.

Le Camphre est appellé en Latin *Camphora* & *Caphura*, noms qui viennent apparemment des mots Arabes *Capur* & *Caphur*, qui signifient la même chose. C'est une espece de résine legere, blanche, fort volatile, & si combustible qu'elle brûle & conserve sa flamme même sur l'eau où elle nage, se consumant tout à fait, d'une odeur forte & pénétrante, d'un goût acre tirant sur l'amer, & échauffant beaucoup la bouche; ce qui fait croire que ce n'est qu'un mélange naturel d'un soufre & d'un sel volatile unis & liez étroitement ensemble. Cette résine découle du tronc & des grosses branches d'un arbre qu'on dit ressembler au noyer, & qui croît dans l'Isle de *Borneo* en *Asie* & en la *Chine*. On la trouve au pied de l'arbre, où elle est figée en petits grains de differentes grosseurs & figures, secs, friables, legers, blancs, transparens, de l'odeur & du goût qui a été dit. Ces petits grains tombant les uns sur les autres s'aglutinent legerement, & font des masses plus ou moins grosses, lesquelles étant un peu pressées entre les doigts se séparent & s'égrainent en forme à peu près de grains de sel, ou de gros grains de sable. C'est cette matiere qu'on appelle Camphre brut. On la ramasse doucement, prenant garde autant qu'on peut qu'il ne s'y mêle de la terre, du sable, ou quelqu'autre ordure; car elle est plus ou moins estimée suivant qu'elle est plus ou moins pure. On en rencontre en *Hollande*

de

de fort sale: celle qui vient de la *Chine* n'est pas si bonne que celle qui naît en l'Isle de *Borneo*.

On tire par incision de la racine de l'arbre qui porte la canelle, une liqueur qui a une forte odeur de Camphre; ce qui a fait croire autrefois à quelques Naturalistes mal informez, que tout le Camphre venoit de cet arbre: mais une connoissance plus exacte de l'origine du Camphre a fait rejetter cette opinion.

On trouve une odeur de Camphre dans plusieurs plantes, comme dans celle qui à cause de cette odeur est appellée Camphorata, dans l'Abrotanum, dans l'Aspic ou grande Lavande, dans le Romarin.

Les *Hollandois* pour rafiner le Camphre brut, le mettent sublimer par un petit feu dans des pots sublimatoires; il ne s'en éleve que la partie pure, la terre & les autres impuretez demeurent au fond, ensuite ils le liquefient par une douce chaleur & le jettent dans des moules pour lui donner la forme qu'ils veulent. On nous l'apporte en pains plats & orbiculaires, ayant à peu près la figure d'un couvercle de pot. C'est celui dont nous nous servons en Medecine; il doit être choisi blanc, transparent, net, leger. Les Marchands l'envelopent ordinairement dans de la graine de lin, afin que cette semence par sa viscosité retienne les parties du Camphre, & les empêche de se dissiper si aisément; car ils s'apperçoivent que cette drogue diminue étant gardée.

Il seroit inutile que je rapportasse ici les usages du Camphre pour la Medecine, ils ne sont ignorez d'aucun Medecin, & les Livres en parlent assez. Je remarquerai seulement que les

Indiens aux *Indes Orientales* le font entrer dans une eſpece de trochiſques qu'ils compoſent avec le Chofool ou fruit de l'Areca, la feuille de Betle, les Huitres calcinées, les Girofles, le bois d'Aloës, & quelques autres drogues dont ils s'aviſent. Ils machent ces trochiſques quand ils veulent ſe faire cracher & décharger le cerveau.

Le Camphre eſt auſſi employé dans la matiere des feux d'artifice, & dans les vernis.

C'eſt-là ce que j'avois à dire du Camphre en général. Je paſſerai préſentement aux experiences. Je les ai faites avec le Camphre brut; & il eſt bon d'avertir que celui que j'ai employé étoit du plus net & du plus beau qu'on puiſſe trouver.

J'ai mis deux onces de Camphre brut dans une cucurbite de verre; je l'ai couverte d'un chapiteau aveugle, & j'ai lutté exactement les jointures. J'en ai mis deux autres onces dans un matras, que j'ai bouché d'un ſimple papier; j'ai placé mes deux vaiſſeaux ſur le ſable, & j'ai donné deſſous un petit feu que j'ai continué pendant une heure & demie. Le Camphre s'eſt fondu en liqueur fort claire, & il s'en eſt élevé beaucoup de fleurs. J'ai laiſſé refroidir les vaiſſeaux, & j'ai caſſé le matras pour en ſéparer plus commodément ces fleurs; j'en ai tiré une once trois dragmes: elles ſont belles, blanches comme de la neige, argentines, & reſſemblant beaucoup au plus beau Spermaceti, d'une odeur qui a du rapport avec celle du Romarin, mais plus forte & plus pénétrante. Ces fleurs étoient attachées à toutes les parois internes du matras, & même au coû: celles d'embas qui avoient le plus chauffé s'étoient ren-

rendurcies & rendues transparentes comme le Camphre ordinaire. J'ai trouvé au fond du matras une petite masse ressemblant beaucoup à de la cire, plus legere, un peu moins jaune, mais aussi dure, d'une odeur & d'un goût de Camphre, se fondant aisément sur le feu: cette petite masse pese demi-once & dix-huit grains. Il s'est donc dissipé dans l'operation cinquante-quatre grains des deux onces de Camphre que j'avois employées dans le matras.

Quant à la cucurbite il n'a pas été besoin que je l'aye cassée pour en retirer les fleurs, je les ai détachées facilement de ses parois & de celles du chapiteau: elles ont été toutes semblables à celles du matras & en pareille quantité. J'ai trouvé aussi au fond de la cucurbite une masse dure semblable à l'autre, fort adherante au verre; je l'en aurois détachée facilement en la chauffant un peu, mais j'ai trouvé plus à propos d'essayer si j'en tirerois encore quelques fleurs. J'ai donc readapté le chapiteau à la cucurbite, & je l'ai mise sur un petit feu comme devant; il s'en est élevé trois dragmes & demie de fleurs pareilles aux premieres, & il n'est resté au fond qu'environ une dragme de matiere dure, grasse, terrestre, de couleur rouge brune, d'une odeur de Camphre, ayant très-peu de goût. Je l'ai mis tremper dans de l'esprit de vin; il s'en est dissout une portion, & l'autre est demeurée en sable gris: c'est tout ce que les deux onces de Camphre avoient pris de saleté au pied de l'arbre.

Toutes ces fleurs, par les experiences que j'en ai faites, m'ont paru ne differer que dans la forme du Camphre rafiné qu'on nous envoye de *Hollande*: si on les liquefie par un peu

de feu, on les réduira en morceaux blancs & transſparens comme lui.

On voit par ce que je viens de rapporter, que rien n'eſt plus aiſé que de purifier le Camphre en tous pays, & qu'il n'eſt pas neceſſaire d'envoyer le Camphre brut en *Hollande* pour le rafiner, comme font nos Marchands de *France* quand ils en ont. On ſe prévient aiſément en faveur des *Hollandois* pour la perfection de certains ouvrages, & faute d'experience on s'imagine qu'il eſt trop difficile d'y atteindre auſſi-bien qu'eux.

Des diſſolvans du Camphre.

Les liqueurs aqueuſes ou phlegmatiques ne diſſolvent point le Camphre. Il eſt bien vrai qu'en plongeant un morceau de Camphre allumé pluſieurs fois dans de l'eau, l'on fait recevoir à la liqueur une legere impreſſion & une odeur du Camphre : mais cette odeur vient principalement d'une pellicule qui ſe fait à la ſurface de l'eau, & qui a été produite par une petite portion du Camphre même liquefiée par le feu, & condenſée par la fraîcheur de l'eau. On fait avaler de cette eau camphrée aux femmes hyſteriques pour calmer leurs vapeurs. L'eſprit de vin, les huiles & les graiſſes diſſolvent facilement & promptement le Camphre. On fait ordinairement l'eſprit de vin camphré, en mêlant dans chaque once d'eſprit de vin demie dragme de Camphre : mais j'ai voulu voir combien l'eſprit de vin en pourroit recevoir pour en être entierement ſaoulé. J'en ai donc diſſout juſqu'à ce qu'il n'en prît plus ; j'ai trouvé qu'il étoit entré dans chaque once d'eſ-

d'esprit de vin demie once de Camphre. Cette dissolution a une odeur forte de Camphre, & un goût âcre & brûlant, mais passant vîte.

J'ai mis le feu à une cuillerée de la même dissolution de Camphre: l'esprit de vin a brûlé le premier, rendant une flamme bleuâtre à son ordinaire, & à mesure qu'il s'est consommé, le Camphre a paru comme en masse, la flamme n'a pourtant pas discontinué; mais dès qu'il n'y a plus eu d'esprit de vin, elle est devenue blanche, & tout le Camphre a brûlé en sa maniere ordinaire.

J'ai versé dans de l'eau une portion de la même dissolution, le Camphre s'est revivifié en une maniere de beurre liquide très-blanc; je l'ai séparé de l'eau, il a pris la solidité du Camphre. J'ai mêlé une autre portion de la dissolution avec autant d'esprit de Nitre, il s'est fait d'abord une très-petite chaleur, mais sans ébulition sensible. J'ai laissé la liqueur trois jours en digestion, la remuant souvent, puis je l'ai mise circuler dans un vaisseau de rencontre par le moyen d'une douce chaleur, il ne s'y est fait aucune effervescence, il faut que le Camphre ait empêché la fermentation; car on sait que les esprits de vin & de nitre mêlez ensemble bouillonnent & s'échauffent violemment. J'ai versé sur une partie de la liqueur circulée un peu d'huile de tartre faite par défaillance, il s'est fait ébulition avec chaleur, & incontinent après coagulation de presque toute la liqueur en une maniere de beurre très-blanc.

J'ai versé sur une autre partie de la même liqueur un peu d'esprit volatile de sel armoniac, il s'est fait pareille ébulition & congela-

tion; mais il y a eu moins de matiere butireuſe, & il s'eſt ſéparé beaucoup de ſerum.

J'ai verſé ſur une autre portion de la même liqueur un peu d'eſprit de ſel, le mélange a jetté une legere fumée, & eſt devenu blanchâtre d'abord, puis il s'eſt éclairci.

J'ai verſé beaucoup d'eau ſur une autre partie de la même liqueur, il s'eſt fait un coagulum très-blanc qui a nagé deſſus.

Je reviens à ma diſſolution de Camphre faite dans l'eſprit de vin; j'en ai mêlé une portion avec un peu d'eſprit volatile de ſel armoniac fait avec le ſel de tartre, il s'eſt fait à l'inſtant un caillé fort blanc & d'une odeur très-forte: ce caillé étoit le Camphre qui avoit quitté l'eſprit de vin; il s'en étoit ſéparé auſſi un ſerum.

J'ai verſé ſur une autre partie de la diſſolution de l'huile de tartre faite par défaillance, il ne s'eſt point fait de coagulum ni d'autre changement apparent dans la liqueur. Il ſemble étonnant que deux alcali agiſſent ſi differemment ſur la diſſolution de Camphre: la raiſon que j'en puis apporter eſt que l'eſprit de vin & l'eſprit de ſel armoniac mélangez enſemble ſe coagulent naturellement, comme tout le monde le ſait. Or le Camphre y étant ajoûté ne peut qu'augmentet la coagulation, au lieu que l'huile de tartre ne ſe coagule jamais avec l'eſprit de vin: mais comme l'eſprit de ſel armoniac fait avec la chaux ne ſe coagule point avec l'eſprit de vin, j'ai voulu voir s'il feroit quelque coagulation ſur nôtre diſſolution de Camphre; j'ai donc mêlé enſemble parties égales des deux liqueurs, le mélange ne s'eſt point congelé; mais il s'eſt fait d'abord

pré-

précipitation des parties du Camphre en maniere de nuages blancs : ce précipité s'est en peu de temps dissout, ensorte qu'il n'a plus paru, & la liqueur est devenue claire.

J'ai voulu voir si par la distillation le Camphre monteroit en liqueur avec l'esprit de vin, ou lequel des deux seroit le plus leger. J'ai mis en distillation par un alembic de verre environ une livre d'esprit de vin camphré ordinaire : l'esprit de vin a distillé pur, & l'on a vû le Camphre coagulé au fond de la cucurbite : j'ai continué un petit feu, ce Camphre s'est entierement sublimé sans avoir été alteré en aucune maniere ; je n'ai même pas reconnu que l'esprit de vin eût retenu une odeur considerable du Camphre. Cette operation montre donc que le Camphre dissout dans de l'esprit de vin ne passe point en liqueur par la distillation, & que l'esprit de vin est plus leger que le Camphre.

J'ai mis en dissolution du Camphre dans de l'esprit ou huile étherée de terebentine bien claire : ce dissolvant n'en a pû recevoir que le quart de son poids ; car à peine une once d'esprit de terebentine a-t-il dissout deux dragmes de Camphre, quoique je les aye laissez ensemble en digestion chaudement pendant quelques heures. J'ai versé beaucoup d'eau sur une partie de la dissolution : elle s'est toute élevée sur l'eau sans aucun changement, & le Camphre ne s'en est point séparé.

J'ai mis en distillation par un petit feu dix dragmes de la dissolution de Camphre faite dans l'esprit de terebentine : elles ont tout à fait distillé en une liqueur un peu trouble, d'un blanchâtre tirant sur le jaune, d'une odeur

 beau-

beaucoup plus forte & plus puante que celle de l'esprit de terebentine ; j'ai pesé cette liqueur distillée , il y en a eu dix dragmes , ce qui est justement le même poids de la dissolution que j'avois employée, il ne s'étoit séparé ni sublimé dans la cornuë aucune partie du Camphre. On voit donc par cette operation que le Camphre dissout dans une huile étherée telle qu'est l'esprit de terebentine, peut être distillé en liqueur ; ce que je n'ai point vû arriver quand il a été dissout avec les huiles communes, il faut que le Camphre & l'esprit de terebentine soient de même pesanteur. J'ai essayé de faire séparer le Camphre de la liqueur distillée, j'en ai versé une partie dans beaucoup d'eau bien froide, il s'est élevé à la surface de l'eau une huile blanchâtre , qui n'est autre chose que la dissolution de Camphre un peu plus condensée qu'elle n'étoit avant la distillation , mais il ne s'est fait aucune séparation.

J'ai mis en dissolution du Camphre dans de l'huile d'olive: une once d'huile n'a pû dissoudre que deux dragmes de Camphre. J'ai mis distiller la dissolution : mais le Camphre s'est sublimé tout à fait avant que l'huile ait distillé, ce qui montre que le Camphre est plus leger que l'huile commune.

Après avoir fait des dissolutions du Camphre dans des liqueurs sulfureuses, j'ai examiné celles qu'on pouvoit faire avec des esprits acides.

J'ai mis dans un petit matras une once de Camphre brut & deux onces d'esprit de Nitre, le Camphre s'est résout en huile en moins de demie-heure sans aucune chaleur, & plus ai-

ément que n'a coûtume de faire le Camphre ordinaire : mais l'huile a été jaune au lieu que celle qui se fait avec du Camphre rafiné n'a point de couleur. Cette huile jaune a pesé une once trois dragmes & demie : elle contient donc trois dragmes & demie d'esprit de Nitre. C'est ce dissolvant qui ayant pénétré ses parties les a résoutes en liqueur : le Camphre ordinaire qu'on résout en huile de la même maniere, reçoit moins d'esprit de Nitre ; car d'une once de ce Camphre je n'ai tiré qu'une once deux dragmes & demie d'huile. Cette circonstance fait que l'huile de Camphre brut est plus acre que l'huile de Camphre rafiné.

Il s'est trouvé une très-petite quantité de crasse brune au fond de l'huile du Camphre brut nageant sur l'esprit de Nitre, au lieu qu'il ne s'en trouve point sur celle du Camphre rafiné.

De toutes les résines je n'en connois point d'autre que le Camphre qui puisse être dissoute par l'esprit de Nitre. Ce dissolvant a laissé dans le Camphre ses pointes les plus actives, car il a perdu après la dissolution beaucoup de sa force. J'ai voulu voir combien celui qui est resté des deux onces que j'avois employées pourroit dissoudre encore de nouveau Camphre, j'y en ai mis peu à peu en digestion chaudement, j'ai trouvé qu'il n'en avoit dissout qu'une dragme, le reste de l'esprit de Nitre a été bien foible ; j'y ai mis de nouveau Camphre, mais il ne s'est fait aucune dissolution ; je croi que les acides de l'esprit de Nitre, s'ils étoient seuls, ne réduiroient pas le Camphre en huile, mais que les parties de feu dont ils sont accompagnez leur servent de vehicule, & contribuent le plus

à la dissolution. Quoiqu'il en soit, je n'ai point vû que les autres acides liquefiassent le Camphre comme fait l'esprit de Nitre.

L'usage ordinaire de l'huile de Camphre est pour la carie des os, pour déterger les plaies, pour résister à la gangrene, & pour la douleur des dents. On ne s'en sert point à l'ordinaire interieurement a cause de son âcreté un peu corrosive. J'ai neanmoins essayé il y a long-tems d'en faire prendre quelques goutes par la bouche dans les vapeurs hysteriques & dans les obstructions, je n'en ai vû que de bons effets; il est vrai que je l'ai presque toûjours donnée mêlée avec autant d'huile de Karabé.

J'ai jetté dans de l'eau commune un peu d'huile de Camphre, il s'est précipité au fond du vaisseau un coagulum blanc qui est un Camphre revivifié; car l'eau ayant affoibli l'esprit de Nitre qui faisoit sa consistance liquide, les parties du Camphre se sont rapprochées, agglutinées & précipitées par leur pesanteur. Il s'est fait aussi à la surface de l'eau une pellicule blanche, qui a été la partie du Camphre la plus détachée de l'esprit de Nitre. Il faut que le précipité du Camphre ait retenu des pointes de l'esprit de Nitre qui lui ayent donné de la pesanteur, car le Camphre pur nage sur l'eau.

J'ai mêlé de l'huile de Camphre avec autant d'esprit volatile de sel armoniac; il s'est fait en même tems une ébulition considerable, avec une petite fumée & un peu de chaleur, puis une coagulation d'une partie de la liqueur en une matiere assez ferme, legere, blanche, très-rarefiée, nageant sur du serum, d'une odeur forte & pénétrante.

J'ai mêlé une autre portion d'huile de Camphre

phre avec une pareille quantité d'huile de tartre; il s'est fait les mêmes choses, mais l'ébulition a été un peu moins violente, & la matiere coagulée moins rarefiée. Ces deux coagulations sont encore des portions de Camphre que les alcali ont revivifiez en rompant les pointes de l'esprit de Nitre.

J'ai mis dans une cornue de verre une autre portion de la même huile de Camphre, & je l'ai fait distiller par un feu mediocre; il en est sorti premierement un esprit de Nitre clair, d'une odeur desagreable très-pénétrante, puis il s'est sublimé au haut de la cornue un Camphre blanc & jaune, d'une odeur très-puante, d'un goût de Camphre: j'ai continué le feu jusqu'à ce qu'il ne s'élevât plus rien.

J'ai cassé la cornue après qu'elle a été refroidie; j'ai trouvé dans son fond une matiere resineuse ou gommeuse, dure & noire comme de la poix; j'ai mis le Camphre sublimé dans son esprit de Nitre distillé, il s'est dissout derechef sans feu en peu de temps, & il s'est refait une huile de Camphre plus belle que la premiere, parceque la partie grossiere en a été séparée. Cette huile s'est trouvée toute pareille à celle qu'on a faite avec le Camphre rafiné, excepté qu'elle a senti bien plus mauvais, car elle a acquis par la distillation une odeur d'empyreume très-desagreable.

J'ai voulu voir si les autres acides dissoudroient le Camphre comme fait l'esprit de Nitre; j'en ai mis en digestion chaudement dans le double de son poids d'eau regale, il s'en est dissout la plus grande partie en huile, mais il en est demeuré une portion qui n'a point été réduite en liqueur: j'y ai ajoûté encore un peu

d'eau regale, tout s'eſt diſſout. On pourroit donc faire de l'huile de Camphre par le moyen de l'eau regale ; mais au lieu que par la methode ordinaire on n'employe que deux parties d'eſprit de Nitre ſur une partie de Camphre, il faudroit par celle-ci emploier trois parties d'eau regale ſur une partie de Camphre: la raiſon de cette augmentation du diſſolvant, eſt que le ſel armoniac ni l'eſprit de ſel qui entrent l'un ou l'autre dans la compoſition de l'eau regale ne font pas un grand effet ſur le Camphre, il n'y a que l'eſprit de Nitre qui ſoit capable de le bien rarefier en huile. Or il ne s'en rencontre pas aſſez en deux parties d'eau regale, il en faut encore une troiſiéme.

J'ai mis en digeſtion chaudement dans un matras une portion de Camphre avec trois fois autant peſant de bon eſprit de ſel, une partie de la matiere s'eſt à demi diſſoute en une maniere d'huile congelée blanche, & l'autre s'eſt ſublimée en Camphre entier : j'y ai ajoûté encore autant d'eſprit de ſel, & je l'ai remiſe en digeſtion ſur le feu ; mais il ne s'eſt point fait davantage de diſſolution.

J'ai mis en digeſtion une autre portion de Camphre dans quatre fois autant d'eſprit de vitriol ordinaire, il ne s'eſt fait aucune diſſolution, le Camphre s'eſt ſublimé au cou du matras.

J'ai mis en digeſtion une autre portion de Camphre dans quatre fois autant d'huile de vitriol noire ou la plus cauſtique, le Camphre s'y eſt diſſout, de maniere qu'il n'a plus paru ni en ſubſtance ni en huile, mais ſans ébulition. J'attribue cette diſſolution à un ſouffre qui eſt dans l'huile de vitriol, le mélange avoit une odeur d'huile de ſuccin ; j'ai jetté de l'eau dans

dans la dissolution, elle est devenue blanchâtre, & il s'en est séparé un peu de Camphre.

J'ai mis en digestion une autre portion de Camphre avec quatre fois autant pesant d'esprit d'alun très-fort, il ne s'est fait aucune dissolution, le Camphre s'est sublimé au haut du matras.

J'ai mis dans un matras deux dragmes de Camphre, j'ai versé dessus quatre onces de vinaigre distillé, j'ai fait digerer & bouillir le mélange au feu de sable, il ne s'est fait aucune dissolution, & le Camphre s'est sublimé.

Après avoir essaié les dissolutions du Camphre par des liqueurs acides, j'en ai essaié aussi par des liqueurs alcalines.

J'ai mis en digestion à froid une portion de Camphre dans six fois autant d'esprit volatile de sel armoniac, il ne s'est point fait de dissolution.

J'ai mis en digestion chaudement une autre portion du même Camphre dans huit fois autant d'huile de tartre faite par défaillance, il ne s'est point fait de dissolution, & le Camphre s'est sublimé en substance.

J'ai donc reconnu par ces deux dernieres experiences, que le Camphre ne pouvoit être dissout par les sels alcali.

J'ai essaié plusieurs fois de séparer les principes du Camphre sans addition, soit par les distillations ordinaires, soit par les methodes dont on se sert pour tirer l'esprit de souffre, mais je n'ai pû y réussir: ce mixte s'est toûjours sublimé entier sans aucune séparation de sel volatile ni d'huile, ces principes y sont trop bien liez pour se desunir. Au reste ce n'est pas un grand malheur que cette desunion ne se fasse

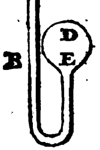
point, le Camphre est assez volatile & actif en son état naturel pour n'avoir pas besoin d'être dévelopé ou analysé.

BAROMETRES SANS MERCURE A L'USAGE DE LA MER.

Par M. AMONTONS.

A

fig. 1.



C

* S'Il y a de l'air enfermé dans une boule de verre *D*, jointe à un tube aussi de verre *E*, *C*, *B*, *A*, recourbé en *C*, ouvert en *A*, & contenant une liqueur depuis l'entrée *E* de la boule, jusqu'en quelque endroit de sa partie *AB*; on sait il y a déja long-tems que cet air enfermé en *D* augmente ou diminue son volume, non-seulement à mesure que l'air exterieur change de chaleur, mais encore à mesure qu'il change de pesanteur. Je ne sache pas cependant que personne ait encore distingué & déterminé la quantité de ces deux effets, je veux dire, de combien la chaleur & la pesanteur de l'air ex-

* 11. Fevrier 1705. FIGURE I.

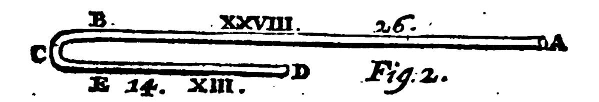
exterieur, en agiſſant conjointement ſur celui qui eſt enfermé en *D*, feroient chacune en leur particulier diminuer ou augmenter ce même volume d'air enfermé ; en un mot, quel ſeroit le mouvement de la liqueur dans le tube *A B*. Ces deux effets ont toûjours paru difficiles à ſéparer l'un de l'autre, à cauſe de la combinaiſon de pluſieurs circonſtances qui les font varier preſqu'en une infinité de manieres.

Quant à l'effet que la chaleur produit ſur cet air, je croi l'avoir ſuffiſamment expliqué dans les Memoires des années 1702 & 1703 : ainſi je n'en dirai preſentement rien davantage.

Pour ce qui eſt de l'effet de la peſanteur de l'atmoſphere ſur ce même air ; à la verité M. *Mariotte* nous a déja donné quelques experiences & quelques regles là-deſſus : mais il ne paroît nulle part que ſon deſſein fût de meſurer par ce moyen les viciſſitudes du poids de l'atmoſphere, en empêchant que nous n'attribuions l'effet de la peſanteur à celui de la chaleur, & réciproquement celui de la chaleur à l'effet de la peſanteur. Comme cela peut neanmoins avoir ſon utilité, je vais tâcher de le faire du mieux qu'il me ſera poſſible, en continuant de me ſervir de ce que M. *Mariotte* a déja établi là-deſſus. Or par ces mêmes experiences il eſt clair que plus les volumes d'air en *D* ſeront conſiderables, plus la liqueur baiſſera ou hauſſera dans le tube *A*, *B*, par une même ſurcharge, ou par une même diminution du poids de l'atmoſphere ; & que ſi cette liqueur en *AB* n'avoit aucune peſanteur, les volumes d'air enfermez ſuivroient dans leurs chan-

changemens les proportions des poids dont ils ſeroient chargez, enſorte que ces volumes ſeroient en raiſon inverſe de ces poids.

* Ainſi donc ſuppoſant la boule *D* allongée en un long cylindre fort menu de la même groſſeur que le tube *A C*, & le tout dans une ſituation horizontale pour éviter le poids de la liqueur; ſi cette boule ainſi allongée avoit



par exemple 14 pieds de long, & que la liqueur en *E* fût au commencement de ces 14 pieds lorſque le poids de l'atmoſphere égale 26 pouces de mercure; cette liqueur avanceroit d'un pied lorſque le poids de l'atmoſphere ſeroit de 28 pouces, ces volumes 14 & XIII étant en raiſon inverſe des poids 26 & XXVIII; & le même changement du poids de l'atmoſphere auroit fait avancer differemment la liqueur ſuivant que la boule allongée auroit eu plus ou moins de capacité ou de longueur: ainſi elle auroit avancé de deux pieds, ſi la longueur de la boule allongée avoit été de 28 pieds au lieu de 14; de 4 pieds ſi cet allongement eût été de 56 pieds; & ainſi du reſte. Où l'on voit que l'effet du poids de l'atmoſphere ſur l'air de la boule *D*, devient toûjours de plus grand en plus grand, ſuivant que la grandeur de cette boule augmente; ce que l'on

FIG. I. FIG. II.

l'on ne peut pas dire de l'effet de la chaleur qui, comme je l'ai déja fait voir ailleurs, seroit toûjours égal nonobstant l'augmentation de ces volumes.

On pourroit donc supposer la boule *D* si prodigieusement grosse, que l'effet des changemens de chaleur de l'atmosphere ne seroit plus rien de sensible en comparaison de l'effet des changemens de sa pesanteur ; ce qui suppose toûjours que le tube *AB* soit dans une situation horizontale. Mais comme dans l'usage une pareille situation est incommode, & qu'il est plus à propos qu'elle soit verticale ; dans cette situation la liqueur ne peut passer du tube *AC* dans celui *CD*, ou de celui-ci dans l'autre, sans diminuer l'impression du poids de l'atmosphere contre l'air enfermé en *D*, ou de celui-ci contre l'atmosphere ; & cela d'autant plus que la liqueur dont on se servira sera plus pesante. Ainsi, par exemple, si le poids de cette liqueur est à celui du mercure comme 1 à 14, & qu'une quantité de cette liqueur contenue en *AB* dans l'étendue de 28 pouces passe dans la boule *D* vers *E* ; il est clair que cet abaissement de 28 pouces de liqueur égaleroit l'effet de l'atmosphere, dont le poids seroit augmenté d'une quantité égale à deux pouces en hauteur de mercure : & comme nous savons par experience que le mouvement du Barometre simple causé par le plus ou le moins de pesanteur de l'atmosphere, ne passe pas ici cette étendue de deux pouces ; il est clair aussi que la marche de la liqueur dans le tube *AB* situé verticalement, ne sauroit par le changement du poids de l'atmosphere exceder avec une pareille liqueur 28 pouces, quelque grosse que soit

ſoit la boule *D*: elle ne ſauroit même, à le bien prendre, aller juſques là ; parce que le reſſort de l'air en *D* fait toûjours quelque réſiſtance à la diminution de ſon volume, pour petite que ſoit cette diminution ; & que quelque menu que ſoit le tube *AB* & par conſéquent quelque petite que ſoit la quantité de la liqueur contenue dans l'étendue de 28 pouces de ce tube, il eſt impoſſible que cette quantité de liqueur étant paſſée de *AB* en *E* ne diminue le volume de l'air en *D* de quelque choſe. L'étendue de cette marche de la liqueur dans le tube *AB* ſera même conſiderablement moindre de 28 pouces, lorſque la boule *D* ne ſera que d'une mediocre groſſeur : & l'experience m'a fait connoître qu'avec une liqueur dont la peſanteur eſt à celle du mercure environ comme 1 à 14, l'étendue de cette marche ne peut gueres être que de 20 pouces avec des boules de 2 pouces de diametre ; & ſeulement de 16 pouces avec des boules d'un pouce $\frac{3}{4}$; ce qui diminueroit encore ſi la liqueur étoit plus peſante. Mais comme au contraire on peut fort bien y en emploier qui ſoit plus legere, & que déja cette marche de 20 pouces eſt au moins auſſi conſiderable que celle du Barometre double de M. *Huygens* ; rien n'empêche qu'on ne puiſſe utilement ſe ſervir des tubes *ACD*, dans leſquels il y aura de la liqueur depuis le milieu de la partie *AB* juſqu'en *F*, pour connoître par le mouvement de la liqueur en *AB* les changemens de l'atmoſphere, de la même maniere qu'on le fait avec les Barometres ordinaires ; d'autant plus qu'ils ſont plus portatifs, & que n'étant pas à beaucoup près ſi ſuſceptibles de mouvement, on peut fort bien

bien s'en ſervir ſur mer, où le branle du Vaiſſeau n'empêcheroit point d'y remarquer exactement les differens changemens ; ce qui ne ſe peut faire avec les ordinaires.

Après avoir reconnu que l'étendue de la marche de la liqueur dans ces tubes par les ſeuls changemens du poids de l'atmoſphere étoit aſſez conſiderable pour s'en ſervir en Barometre, & après avoir partagé en 24 parties égales cette étendue pour en faire une graduation qui marquât les quantitez de mercure qui égalent le poids de l'atmoſphere dans tous ſes changemens ; il me reſtoit à appliquer cette graduation à ces nouveaux Barometres. Cela ne me parut pas d'abord fort aiſé, à cauſe de l'action de la chaleur, qui changeant continuellement, ne me permettoit pas de pouvoir aſſigner ſur ces tubes aucun endroit fixe à cette graduation. Mais ayant conſideré que cela même qui me paroiſſoit un obſtacle, pouvoit me ſervir de regle en ce que cette graduation devoit toûjours ſuivre le mouvement que la chaleur cauſeroit à la liqueur, & que lorſque la chaleur ne lui cauſoit aucun mouvement, cette graduation devoit de même reſter au même endroit ; je pris le parti de la faire mobile, de la maniere que je vais dire.

Je mis pendant un temps aſſez conſiderable un de ces tubes auprès d'un de mes Thermometres, & j'obſervai la marche de l'un & de l'autre dans des temps où j'étois aſſuré par l'obſervation du Barometre que le poids de l'atmoſphere n'eût point changé : ce qui me donna le moyen de faire à côté de ce tube une graduation ſemblable à celles de mes Thermometres, quoique plus grande. Cette graduation mar-

marquoit les changemens que la chaleur caufoit à la hauteur de la liqueur de ce tube. Après cela j'appliquai à côté de cette graduation de l'effet de la chaleur, la graduation que j'avois premierement faite de l'effet de la pefanteur de l'atmofphere ; de forte que je la pouvois hauffer & baiffer à ma volonté, & en amener le milieu à tel degré de celle de la chaleur qu'il me plaifoit : & lorfque je voulois connoître le poids de l'atmofphere, je regardois premierement le degré où mon Thermometre fe trouvoit, j'amenois enfuite le milieu de la graduation du Barometre fur le même degré de celle que j'avois fait à côté du tube, pour marquer les changemens caufez par la chaleur à la liqueur du tube, qui me marquoit alors fur la graduation mobile le poids de l'atmofphere que je cherchois.

Ayant enfuite verifié ces obfervations pendant un temps confiderable fur mon Barometre rectifié, je puis affurer que j'ai toûjours trouvé les unes & les autres précifément les mêmes. On aura d'autant moins de peine à le croire, fi l'on confidere qu'il n'entre point de mercure dans la conftruction de ces nouveaux Barometres, & que la chaleur n'agit que très-foiblement fur la liqueur qu'ils contiennent, qui d'ailleurs eft en très-petite quantité ; ce qui fait que ces Barometres doivent être exemts des défauts que j'ai remarquez dans les ordinaires où l'on emploie du mercure. Il eft vrai que la graduation de ces nouveaux Barometres, qui doit comprendre l'effet de la chaleur & celui de la pefanteur de l'atmofphere, oblige de les faire d'une hauteur qui excede l'ordinaire : mais enfin cela ne fauroit aller jufqu'à les rendre

dre inutiles ; ceux dont les boules auroient 2 pouces de diamêtre pouvant n'avoir que 5 pieds de long, & les autres seulement 4 pieds, ce qui n'est qu'environ dix pouces plus que les ordinaires lorsqu'ils sont montez ; & cela ne doit pas empêcher que par les observations qu'on en pourra faire sur mer, on ne tente d'en retirer quelque chose d'utile pour la Navigation.

OBSERVATION DES TACHES

Qui ont paru au mois de Janvier de l'année 1705.

Par M. CASSINI le fils.

* NOUS apperçûmes le 15 de ce mois de Janvier 1705 deux amas de Taches dans la partie Orientale du disque du Soleil. Les ayant observées avec une Lunete de 17 pieds, chacun de ces amas nous parût composé de diverses Taches entourées d'une atmosphere, telles que nous les avons représentées dans la Figure ci-jointe.

Nous observâmes à midi la hauteur du bord superieur du Soleil de 20d 22′ 5″, celle de la Tache la plus Orientale de 20d 5′ 40″, & la hauteur de la plus Occidentale de 20d 5′ 40″.

Le

* 28. Fevrier 1705.

Le passage de la plus grosse des Taches Orientales précedoit celui du bord Oriental du Soleil de 36″ $\frac{1}{2}$, & le passage de la Tache la plus Occidentale précedoit celui du même bord de 42″ $\frac{1}{2}$.

Ayant décrit dans une Figure qui représente le disque du Soleil, l'Ecliptique & l'Equinoxial des Taches pour ce temps-là, j'ai placé par le moyen de ces observations les Taches dans leur situation, & j'ai trouvé la longitude de la Tache Orientale prise du bord Oriental du Soleil de 61 degrez & demi, & sa latitude Meridionale de 10 à 11ᵈ.

La longitude de la Tache Occidentale étoit de 66ᵈ $\frac{1}{2}$, & sa latitude de 7 à 8 ; de sorte que ces Taches sont sur deux paralleles qui different sensiblement l'un de l'autre, au lieu qu'elles sont pour l'ordinaire disposées à peu près sur le même parallele.

Supposant le mouvement journalier des Taches en longitude d'environ 13 degrez, comme on l'a déterminé par un grand nombre d'observations, l'on voit qu'il y avoit plus de 4 jours qu'elles étoient entrées dans le disque du Soleil, & qu'on les auroit pû appercevoir dès le 11 ou le 12, si le ciel qui avoit été couvert depuis ce temps-là nous eût permis de les observer. En effet M. de *Plantade* nous écrit de *Montpellier* qu'il les avoit découvert le 12 de ce mois, qu'il en paroissoit 5 ou 6 noires, ce qui lui faisoit conjecturer qu'elles paroîtroient encore long-temps, & qu'on pourroit peut-être les appercevoir dans la révolution suivante.

Suivant nos observations la Tache la plus Occidentale sera passée par le centre le 17 quelques heures avant midi, & la Tache Orientale quel-

quelques heures après le midi du même jour; & on l'auroit apperçûe jusqu'au 23 de ce mois, en cas qu'elle ne se fût pas dissipée avant ce temps-là; c'est ce qu'on n'a pas pû savoir, le temps n'ayant pas été favorable pour les observer.

EXAMEN D'UNE COURBE FORMÉE PAR LE MOYEN DU CERCLE.

Par M. CARRÉ.

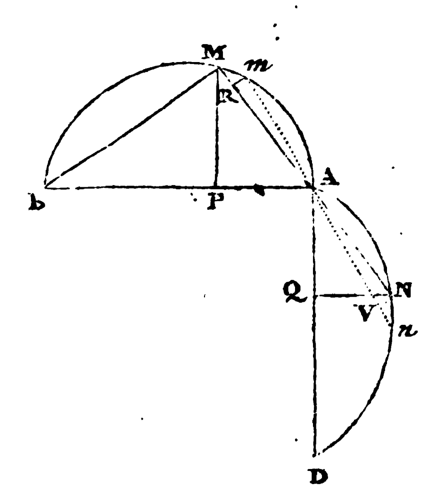
* QUOIQUE la consideration des lignes Courbes ne paroisse pas d'un grand usage, & que le public ignorant ait coûtume de regarder ces sortes de speculations comme des rêveries de gens oisifs, il est bon de lui repeter qu'il y en a nombre dont on a tiré de grandes utilitez †, comme la Parabole pour le jet des Bombes, la Cycloïde pour regler les Pendules, & plusieurs autres dont il est inutile de faire ici le détail. Si les premiers qui ont pensé à ces Courbes les avoient negligées par cette raison qu'ils n'en connoissoient pas les usages, ils nous auroient privé de ces avantages qu'on en retire. L'on ne doit donc pas regar-

* 28. Fevrier 1704. † *Voyez la Preface de M. de Fontenelle, Histoire de l'Acad.* 1699.

garder ces recherches comme de ſimples cu-
rioſitez : & même quand c'en ſeroit, on ne doit
pas les negliger. Les perſonnes qui compoſent
l'Academie des Sciences, pour répondre à c
nom, doivent être veritablement ſavans, &
ſans doute que les Mathematiciens n'y tienne
pas le dernier rang par l'application qu'ils do
nent à ces hautes & ſublimes veritez dont pe
de gens ſont capables. C'eſt même à ceux q
ont excellé dans ces Sciences, que l'on eſt re
devable de la plûpart des découvertes de la Phy
ſique ; l'étendue que cette étude des Mathem
tiques donne à l'eſprit, rendant faciles les queſ-
tions les plus embarraſſées, & où il y a un plus
grand nombre de rapports à comparer. Et c'eſt
avec grande raiſon que *Platon* avoit fait mettre
au-deſſus de ſa Claſſe ces paroles de *Pythago-
re* : *Οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω*. L'on a crû de-
voir faire ce petit raiſonnement pour fermer la
bouche, ſi cela ſe peut, à ceux dont l'ignoran-
ce fait toûjours demander à quoi cela ſert-il,
comme ſi l'on ne devoit jamais s'appliquer qu'à
ce qui eſt utile actuellement ; & ſans doute qu'o
s'appliqueroit à bien peu de choſes. Ce n'e
pas d'aujourd'hui que l'on fait ces ſortes de de
mandes : car je me ſouviens d'avoir lû dans u
des Ouvrages de *Galilée*, qu'on lui deman
un jour à quoi ſervoit la Géometrie : Et vo
ce qu'il répondit : *Dalle dimoſtrazioni della G
metria attenenti alle Miſure, a i Peſi, & a N
meri, s'impara a miſurare i Goffi, a peſar gli Ign
ranti, & a numerar gli uni e gli altri.*

La Courbe dont on va expliquer la nature &
quelques proprietez en attendant ſes uſages, ſi
elle en a, étant inconnue aux Mathematiciens
de l'Academie, pouvoit être regardée comme
nou-

nouvelle : mais j'ai appris qu'un Géometre nommé M. *Koërsma* en a parlé ; il détermine même sa plus grande largeur sans en donner aucune autre proprieté. L'on va donner ici sa génération, sa principale proprieté, sa tangente, sa plus grande ordonnée, sa rectification, & la mesure de l'espace qu'elle renferme, en se servant du Calcul des differences ; calcul qu'on ne sauroit trop admirer, puisqu'il conduit par des routes sûres, simples & faciles aux veritez les plus profondes, les plus générales & les plus composées, & dont il seroit très-long & très-difficile, pour ne pas dire impossible, de venir à bout par toute autre methode.



Soit décrit le demi-cercle *AMB* ; si l'on sup-

pose que son diamêtre AB se meuve sur le point A, tandis que l'extrémité B parcourt la demi-circonference BMA, il est visible que l'autre extrémité de ce diamêtre décrira dans ce mouvement une Courbe AND qui a pour axe la ligne $AD = AB$. L'on demande les proprietez de cette Courbe.

Soit le diamêtre BA dans une situation quelconque MN; l'on menera du point M l'ordonnée MP, & la corde MB, & du point N la ligne NQ perpendiculaire sur AD, ce qui formera les deux triangles AMB, ANQ qui seront semblables. Nommant donc AB, $2r$; AP, x; on aura $PM = \sqrt{2rx - xx}$; $BM = \sqrt{4rr - 2rx}$; $AM = \sqrt{2rx}$; & $AN = 2r - \sqrt{2rx}$. Et faisant AB $(2r)$. AM $(\sqrt{2rx})$ :: $AN (2r - \sqrt{2rx})$. $QN = \sqrt{2rx} - x$; puis AB $(2r)$. BM $(\sqrt{4rr - 2rx})$ :: AN $(2r - \sqrt{2rx})$. $AQ = \sqrt{4rr - 2rx} - \sqrt{2rx - xx}$. D'où l'on peut conclurre que la proprieté de cette Courbe est telle, que de même que la corde AN de la Courbe est la difference du diamêtre AB & de la corde AM du cercle, ainsi l'ordonnée QN de la Courbe est la difference de la corde AM & de la partie AP du diamêtre; & la partie AQ de son axe est la difference de la corde BM & de l'ordonnée MP. Ainsi pour avoir facilement tous les points de cette Courbe, l'on prendra toûjours $QN = AM - AP$; & nommant QN, z; l'équation sera $z = \sqrt{2rx} - x$.

Ce Problême auroit été assez difficile à résoudre, si on l'avoit proposé en cette sorte. Un demi-cercle étant donné avec un triangle rectangle inscrit dedans, & une de ses ordonnées qui part du sommet de ce triangle, trouver une Courbe telle que les trois côtez d'un trian-

triangle rectangle fait par son ordonnée, sa corde & la partie de l'axe prise entre son origine & l'ordonnée, soient toûjours les differences des lignes tirées dans le demi-cercle; savoir, que l'hypothenuse soit la difference du diamêtre & de la corde, la base la difference de l'autre corde & de l'ordonnée, & la perpendiculaire la difference de la corde & de la partie du diamêtre déterminée par l'ordonnée.

Pour avoir la tangente de cette Courbe, on aura pour l'expression de la soûtangente, en nommant AQ, v; $\frac{zdv}{dz}$. Mais $dv = \frac{-rdx}{\sqrt{4rr-2rx}} - \frac{rdx+xdx}{\sqrt{2rx-xx}}$, & $dz = \frac{rdx - dx\sqrt{2rx}}{\sqrt{2rx}}$; substituant donc ces valeurs, on trouvera que $\frac{zdv}{dz} =$

$$\frac{3rxx - 2rrx - xx\sqrt{2rx}}{\overline{r-\sqrt{2rx}} \times \sqrt{2rx-xx}}.$$

Pour trouver la plus grande appliquée QN, ou la plus grande largeur de la Courbe, l'on prendra la difference de l'équation $z = \sqrt{2rx} - x$, ce qui donnera $dz = \frac{rdx}{\sqrt{2rx}} - dx = 0$; d'où l'on tire $x = \frac{1}{2}r$; donc $AQ = \frac{r\sqrt{3}}{2}$, & $QN = \frac{1}{2}r$; c'est-à-dire que si l'on prend $AP = \frac{1}{2}r$, que l'on mene PM, & que l'on pose le diamêtre dans la situation MN, le point N sera celui de la plus grande largeur de la Courbe, ou ce qui revient au même lorsque $AN = AM$: ce qui est évident par la génération de la Courbe.

Si $AP = r$, on aura $AM = r\sqrt{2}$, $AN =$

$= 2r - r\sqrt{2}$, $QN = r\sqrt{2} - r$, & $AQ = = r\sqrt{2} - r$; donc en ce cas AQ & QN sont égales.

Si $AP = 2r$, alors AQ & QN sont égales à zero; mais si $AP = o$, $QN = o$, & $AQ = 2r$. Tout cela est évident par la génération.

Pour trouver la longueur de cette Courbe, on le peut faire en plusieurs manieres; voici celle dont on se sert. L'on suppose que le diamêtre soit mis dans une autre situation mn infiniment proche de MN, & du point A décrivant les petits arcs Rm, VN, cela formera deux secteurs semblables: faisant donc AM $(\sqrt{2rx})$. $AN(2r - \sqrt{2rx}) :: Rm \left(\frac{rxdx}{\sqrt{2rx} \times \sqrt{2rx - xx}}\right)$. $NV = \frac{rdx\sqrt{2rx} - rxdx}{\sqrt{2rx} \times \sqrt{2rx - xx}}$. Mais $\overline{Nn}^2 = \overline{Vn}^2 + \overline{NV}^2$

$= \frac{rrdx^2}{2rx} + \frac{rrdx^2 \times 2rx - 2rrxdx^2 \times \sqrt{2rx} + rrxxdx^2}{2rx \times \overline{2rx - xx}}$

$= \frac{2rrdx^2 - rdx^2\sqrt{2rx}}{2rx - xx}$, donc $Nn = \frac{dx\sqrt{2rr - r\sqrt{2rx}}}{\sqrt{2rx - xx}}$

qui est la differentielle de la Courbe. Pour en prendre facilement l'integrale, je suppose $\sqrt{2rx} = y$, donc $x = \frac{yy}{2r}$, & $dx = \frac{ydy}{r}$; l'on aura donc $dx\sqrt{2rr - r\sqrt{2rx}} = \frac{ydy\sqrt{2r - y}}{\sqrt{r}}$, & $\sqrt{2rx - xx} = \frac{y\sqrt{4rr - yy}}{2r}$, donc $\frac{dx\sqrt{2rr - r\sqrt{2rx}}}{\sqrt{2rx - xx}} =$

$= \frac{2dy\sqrt{r} \times \sqrt{2r - y}}{\sqrt{4rr - yy}}$, & divisant haut & bas par

par $\sqrt{2r-y}$, il viendra enfin $Nn = \frac{2dy\sqrt{r}}{\sqrt{2r+y}}$, donc l'integrale $= 4\sqrt{r} \times \sqrt{2r+y}$, & remettant pour y sa valeur $\sqrt{2rx}$, on aura enfin pour la portion indéterminée de la Courbe $4\sqrt{2rr+r\sqrt{2rx}}$. Mais AP devenant AB, $x=2r$, donc la Courbe entiere $=8r-4r\sqrt{2}$.

Maintenant pour trouver l'espace borné par cette Courbe & son axe, l'on multipliera AN $(2r-\sqrt{2rx})$ par $\frac{1}{2}$ NV $\left(\frac{rdx}{2\sqrt{2rx-xx}} - \frac{rxdx}{2\sqrt{2rx}\times\sqrt{2rx-xx}}\right)$, ce qui donnera $\frac{rrdx}{\sqrt{2rx-xx}} - \frac{rdx\sqrt{2rx}}{\sqrt{2rx-xx}} + \frac{rxdx}{2\sqrt{2rx-xx}}$ pour la differentielle de l'espace. Mais le premier membre est double d'un secteur circulaire infiniment petit, le second est égal à un petit parallelogramme fait de la corde AM & de l'arc Mm, & le troisiéme est égal au petit segment MAm qui est la differentielle du cercle; d'où l'on doit conclure que la quadrature de cet espace suppose celle du cercle.

REFLEXIONS
SUR LES REGLES
DE LA CONDENSATION DE L'AIR.

Par M. CASSINI le fils.

* NOUS avons déterminé dans le voyage fait pour la prolongation de la Meridienne de *Paris*, la hauteur de plusieurs montagnes sur la surface de la mer, & entr'autres celle du *Puy de Dome*, où M. *Perier* fit des observations de la hauteur du Mercure, rapportées dans le *Traité de l'Equilibre des liqueurs* de M. *Pascal*.

Comme ces observations ont servi à M. *Mariotte* pour confirmer ses regles de la condensation de l'air, cela m'a donné occasion de comparer ses regles à nos observations.

M. *Mariotte* dans son Ouvrage intitulé *Second Essai de la nature de l'air*, rapporte quelques experiences qu'il a faites pour déterminer la condensation de l'air, desquelles il conclut (*pag.* 27.) *qu'on peut prendre pour une regle certaine ou loi de la nature, que l'air se condense à proportion des poids dont il est chargé.*

Sur ce principe il détermine dans la suite, d'une maniere très-ingenieuse, la hauteur de l'atmosphere d'environ 15 lieues de 2000 toises chacune.

Il

* 24. Mars 1705.

Il suppose que le Mercure dans son état naturel au niveau de la mer, se tient dans un Barometre à la hauteur de 28 pouces, qui font équilibre avec toute la colomne de l'atmosphere, & qu'alors une ligne de vif argent soûtient 60 pieds d'air, & la 12e partie de la ligne 5 pieds.

Si l'on suppose que le Mercure soit transporté dans un lieu élevé, ensorte qu'il ne se tienne suspendu qu'à la hauteur de 14 pouces, il ne soûtient plus que la moitié du poids de l'atmosphere, & par conséquent l'air, qui selon M. *Mariotte* se condense à proportion des poids dont il est chargé, y doit être deux fois plus rarefié ; & une ligne de vif-argent qui dans l'état naturel au bord de la mer soûtient 60 pieds d'air, soûtiendra dans cet endroit-là 120 pieds, & un douziéme de ligne 10 pieds.

On pourra, ajoûte M. Mariotte, *savoir l'augmentation de chaque* 12e *de ligne par les regles dont on se sert pour trouver les logarithmes* ; *mais parceque la somme des progressions Géometriques ne differe guere de la somme qu'on trouveroit en prenant ces progressions selon la proportion Arithmetique, je fais ici le calcul suivant cette derniere proportion, & pour avoir la somme je prends* 7 *& demi moyen Arithmetique entre* 5 *&* 10, *que je multiplie par* 2016 douziémes de lignes, c'est-à dire 14 pouces, *le produit* 15120 ou 2520 toises *sera toute l'étendue de l'air depuis le lieu de l'observation faite au bord de la mer jusqu'à la moitié de l'air en pesanteur*, c'est-à-dire jusqu'à l'endroit où le Mercure se tient suspendu à la hauteur de 14 pouces.

M. *Mariotte* détermine ensuite par la même methode le reste de la hauteur de l'atmosphere; & *pour confirmer la bonté de ce calcul de la*

hauteur de l'air, il l'applique à deux célébres observations, dont l'une est rapportée dans le Livre de M. Pascal *de l'*Equilibre des liqueurs, *& l'autre a été faite depuis quelques années par M.* Cassini. *Celle de M.* Cassini *est telle.*

Il prit la hauteur d'une montagne de Provence *qui est sur le bord de la mer, & il la trouva de* 1070 *pieds. Le Mercure du Barometre dont il se servoit étoit à* 28 *pouces au plus bas lieu, & au sommet de la montagne il se trouva descendu de* 16 *lignes un tiers.*

M. *Mariotte* se sert dans l'examen de cette observation d'une progression Arithmetique; suivant laquelle supposant qu'au niveau de la mer 63 pieds de hauteur d'air répondent à une ligne de vif-argent, il trouve que la hauteur où le Mercure a dû diminuer de 16 lig. ⅓ est de 1080 pieds, *ce qui approche de fort près les* 1070 *pieds observez par M.* Cassini.

Comme les proportions Arithmetiques dont se sert M. *Mariotte* dans l'examen de l'observation de mon Pere & de celle de M. *Pascal*, ne sont pas entierement conformes aux progressions Géometriques qui résultent de la regle de la condensation de l'air qu'il a établie, ce qui, quoique peu sensible dans les petites hauteurs, peut causer des differences plus considerables dans les plus grandes; j'ai crû devoir dresser une Table suivant les principes de M. *Mariotte*, où j'ai marqué la hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de diminution de hauteur du Mercure depuis le niveau de la mer. J'ai supposé dans cette Table, de même que M. *Mariotte*, que le Mercure se tient suspendu à 28 pouces au niveau de la mer, & qu'alors 63 pieds de hauteur d'air répondent à une ligne de Mercure.

L'on

L'on voit par cette Table que lorſque le Mercure a diminué de 16 lig. ½, la hauteur de l'air qui convient à la derniere ligne eſt de 66 pieds 1 pouce 9 lignes, & que la hauteur du lieu où l'on a fait l'obſervation ſur le niveau de la mer doit être de 176 toiſes 5 pouces & 7 lignes, c'eſt-à-dire de 1056 pieds 5 pouces 7 lignes, plus petite de 23 pieds que celle que M. *Mariotte* a déterminé par ſa Progreſſion Arithmetique; ce qui fait voir que la maniere dont il s'eſt ſervi pour examiner cette obſervation, differe conſiderablement des principes qu'il a établi. Cela paroîtra encore plus viſiblement dans les obſervations que je rapporterai dans la ſuite, qui ont été faites à des hauteurs plus conſiderables.

Si au lieu de prendre 63 pieds pour la hauteur de l'air qui répond à une ligne de Mercure au niveau de la mer, on la ſuppoſoit de 60 pieds, telle que M. *Mariotte* s'en ſert pour déterminer la hauteur de l'atmoſphere, l'on auroit pour 16 lignes ½ de diminution de Mercure, la hauteur de l'air de 1005 pieds beaucoup plus petite qu'on ne l'a trouvée par la ſuppoſition précedente. Mais parcequ'il ſeroit facile d'accorder l'obſervation de mon Pere avec la regle de M. *Mariotte* en ſuppoſant la hauteur de l'air au niveau de la mer un peu plus grande que celle qu'il a établie, il eſt à propos d'examiner la ſeconde obſervation qui eſt rapportée dans le *Traité de l'Equilibre des liqueurs* de M. *Paſcal*, & qu'il tâche d'accorder avec ſes principes.

* *La ſeconde obſervation*, dit-il, *a été faite en un:*

* Pag. 196.

une haute montagne proche la ville de Clermont *en* Auvergne, *dont voici les principales circonstances.*

Le Mercure du Barometre au plus bas lieu étoit à 26 pouces 3 lignes & demi. Ayant été porté à 27 toises de hauteur, il descendit à 26 pouces 1 ligne; à 150 toises il descendit à 25 pouces, & enfin vers le dessus de la montagne 500 toises plus haut que le plus bas lieu de Clermont, *le Mercure se mit à 23 pouces 2 lignes. La premiere observation fait connoître que le plus bas lieu de* Clermont *est beaucoup plus élevé que les Caves de l'Observatoire, & par conséquent qu'une ligne de Mercure y doit valoir plus de 63 pieds: on le peut calculer en cette sorte.*

La difference entre 26 pouces 3 lignes & demie & 28 pouces, est 20 lignes & demie, & selon le calcul ci-dessus la derniere division doit augmenter d'environ 7 pieds au-dessus de 63; car le produit de 63 par 21 divisé par 168 donne un peu plus de 7 pieds, qui ajoûtez à 63 donnent 70 pieds. Supposant donc que la premiere ligne de Mercure valut alors 70 pieds d'air à compter depuis le plus bas lieu de Clermont, M. *Mariotte* trouve la hauteur du lieu de la derniere observation *de* 2940 *pieds d'air ou de 490 toises.*

M. *Mariotte* se sert dans l'examen de cette observation de deux progressions Arithmetiques. Par la premiere il trouve qu'à 20 lignes ½ de diminution de hauteur de Mercure, la hauteur de l'air qui répond à la derniere ligne du vif-argent est de 70 pieds, au lieu que suivant la Table elle ne doit être que de 67 pieds; de sorte qu'entre la hauteur de l'air qui répond à une ligne de Mercure au niveau de la mer, & celle qui resulte de son calcul lorsque le Mercure

cure est descendu de 20 lignes ½, il trouve par sa progression Arithmetique 7 pieds de difference, au lieu de 4 pieds qui résultent de la progression Géometrique; ce qui cause une erreur de près du double.

Il se seroit apperçû aisément de ces differences, si en suivant sa regle il avoit fait comme 28 pouces hauteur du Mercure au niveau de la mer, est à 26 p. 3 l. ½ hauteur du Mercure au plus bas lieu de *Clermont:* ainsi 63 pieds hauteur de l'air au niveau de la mer, est à 67 p. 1 p. hauteur de l'air, qui répond à une ligne de Mercure au plus bas lieu de *Clermont*.

La seconde progression qu'il fait ensuite l'éloigne encore plus de la veritable; mais afin de ne pas entrer dans un trop long détail, il suffira de comparer avec ce qui résulte de cette progression, ce qui est marqué dans la Table dressée sur ses principes. L'on y verra que la hauteur du Mercure étant diminuée à *Clermont* de 20 lignes ½, la hauteur de cette Ville sur le niveau de la mer doit être de 222 t. 2 p. 1 l. ou 1334 pieds. Que le Mercure étant diminué de 37 l. ½ depuis *Clermont* jusqu'au haut du *Puy de Dome*, c'est-à-dire de 58 lignes en tout depuis le niveau de la mer, la hauteur de cette montagne doit être de 670 toises sur le niveau de la mer, d'où retranchant 222 toises hauteur de *Clermont* sur le même niveau, l'on a la hauteur du *Puy de Dome* sur *Clermont* de 448 toises, au lieu que M. *Mariotte* l'avoit déterminé par son calcul de 490 toises, & M. *Pascal* de 500 toises.

L'on verra dans la suite que la hauteur du *Puy de Dome* sur *Clermont* est de plus de 500 toises, & differe par conséquent davantage

des 448 toises qui résultent des principes de M. *Mariotte*.

L'on peut à présent examiner si les observations que M. *de la Hire* a faites depuis sur le Mont *Clairet* en *Provence*, & celles que nous avons faites dans le voyage de la Meridienne s'accordent avec les principes de M. *Mariotte*.

Celle de M. *de la Hire* est telle. Il observa sur le Mont *Clairet* la hauteur du Mercure de 26 pouces 4 lignes ½, & trois heures après on fit au bord de la mer la même operation, & on la trouva de 28 p. 2 l. Donc la difference 1 p. 9. l. ½. La hauteur de cette roche fut mesurée de 277 toises.

Suivant la Table calculée sur les principes de M. *Mariotte*, la hauteur de l'air qui répond à 1 p. 9 l. ½, est de 233 t. 3 p. plus petite de 23 toises & demi que celle que M. *de la Hire* a déterminée par ses observations.

Une des plus exactes observations que nous ayons faites dans le voyage de la Meridienne, a été sur la Tour de *la Massane* près de *Collioure*. La distance de cette Tour au lieu d'où nous observâmes sa hauteur, étoit déterminée par les triangles de la ligne Meridienne. La hauteur du lieu où nous observions à *Collioure* au-dessus du niveau de la mer, avoit été mesurée très-exactement par le moyen d'un cordeau, & l'angle de la hauteur, prise avec un instrument exact étoit de plus de 7 degrez; de sorte qu'une erreur d'une minute dans l'observation n'en auroit pas fait une d'une toise dans la détermination de cette hauteur.

Cette hauteur fut encore verifiée par une observation faite de la Tour de *S. Elme*, dont on con-

connoissoit exactement la hauteur sur le niveau de la mer. Par la premiere observation l'on a déterminé la hauteur de cette Tour sur le lieu où nous avions mis à *Collioure* le Barometre en experience de 397 toises, & sur le niveau de la mer de 408 toises.

Le 12 Mars ayant observé à *Collioure* la hauteur du Barometre de 28 p. 0 l. nous le transportâmes au pied de la Tour de *la Maßane*, & nous trouvâmes que le Mercure s'y tenoit suspendu à 25 p. 5. l. La difference est de 2 pouces 7 lignes, qui répondent à 397 toises. En regardant dans la Table la hauteur de l'air qui répond à 2 pouces 7 lignes, on trouvera 342 toises au lieu de 397 qu'on a trouvé par l'observation. L'on voit par-là que les hauteurs qui résultent des principes de M. *Mariotte* ne s'accordent pas avec les observations, & s'en éloignent davantage plus les distances sont grandes; car l'on ne peut pas vrai-semblablement attribuer une difference de 55 toises qui se trouve entre ces hauteurs, à l'erreur qui auroit pû se glisser tant dans la mesure de la hauteur de cette montagne, que dans celle de la hauteur du Mercure; ces observations ayant été faites avec toute l'exactitude que l'on peut souhaiter.

Nous observâmes en trois differentes manieres près du bord de la mer, la hauteur de *Bugarach* montagne du *Languedoc*, que nous déterminâmes de 648 toises.

La hauteur du vif-argent y fut trouvée le 15 Janvier à 2^h après midi de 23 p. 8 l. $\frac{1}{2}$. Elle étoit à *Paris* le 15 à 7^h du matin de 27 p. 3 l. $\frac{1}{4}$, & elle diminua pendant toute la journée d'une demi-ligne, de sorte qu'on peut la supposer de 27 p. 3 l. y ajoûtant 4 lignes qui conviennent

à 40 toiſes hauteur de la Salle de l'Obſervatoire ſur le niveau de la mer, l'on aura la hauteur du Mercure au niveau de la mer de 27 p. 7 l. plus grande que celle que l'on a trouvée à *Bugarach* de 3 p. 10 l. ½.

L'on trouve dans la Table que la hauteur de l'air qui répond à 3 p. 10 l. ½, eſt de 527 toiſes plus petite de 121 toiſes que celle que l'on a déterminée par l'obſervation de la hauteur de cette montagne, qui fut trouvée de 648 toiſes. Si l'on avoit pû obſerver au bord de la mer la hauteur du Mercure en même temps que nous l'avons obſervé ſur cette montagne, l'on n'auroit rien eu à deſirer pour l'exactitude de cette obſervation: mais nous ne pûmes pas le faire étant appliquez à d'autres obſervations.

Les deux plus conſiderables obſervations que nous ayons faites après celles que je viens de rapporter, furent celles de deux montagnes d'*Auvergne* près du *Mont-d'or*, dont l'une eſt appellée la *Coſte*, & l'autre la *Courlande*. Nous obſervâmes ſur la premiere qui eſt élevée ſur le niveau de la mer de 851 toiſes le 9 Octobre 1700 à 3^{h} après midi, la hauteur du Mercure de 23 p. 4 l. Elle fut obſervée à *Paris* à 5^{h} du ſoir de 27 p. 10 l. plus haute de 4 p. 6 l. que ſur le ſommet de cette montagne.

Le 12 Octobre à midi nous obſervâmes ſur la *Courlande* qui eſt élevée ſur le niveau de la mer de 838 toiſes, la hauteur du Mercure de 23 p. 4 l. Elle étoit à *Paris* de 27 p. 10 l. plus haute de 4 p. 6 l. que ſur le ſommet de cette montagne, de même que nous l'avions trouvé le 9 du même mois ſur la montagne de la *Coſte*. Cette difference auroit dû être un peu plus petite, à cauſe que la hauteur de la *Courlande* eſt

moins

moins considerable que celle de la *Coste*; mais l'on ne peut pas esperer d'arriver à une plus grande précision, étant impossible qu'il n'y ait quelque erreur tant dans les observations des hauteurs prises avec les instrumens, que dans celles du Barometrre observées en deux lieux differens. Ajoûtant 4 lignes qui conviennent à la hauteur de la Salle de l'Observatoire, à 4 pouces 6 lignes difference entre les hauteurs du Mercure observées en même temps à l'Observatoire & sur ces montagnes, l'on aura 4 pouces 10 lignes pour la difference entre le niveau de la mer & la hauteur de ces montagnes, que l'on peut supposer de 844 toises, en prenant un milieu entre les deux observations.

Suivant la Table l'on a pour 4 pouces 10 lignes 669 toises de hauteur, au lieu de 844 toises que l'on a déterminé par les observations, ce qui donne une difference de 175 toises, qui est trop grande pour qu'on puisse l'attribuer à quelque erreur dans les observations: car quoi que cette montagne soit éloignée de la mer, l'on ne laisse pas de savoir sa hauteur avec assez d'exactitude sans beaucoup d'operations, puisque d'une montagne du *Rouergue* l'on découvroit d'un côté les *Pirenées*, & de l'autre les montagnes du *Cantal* qui sont dans l'*Auvergne*, & que ces observations se trouvent verifiées par plusieurs autres qui concourent à déterminer la même hauteur à peu de difference près.

L'on peut présentement examiner ce qui résulte de l'observation du Mercure faite sur le *Puy de Dome*, dont nous avons déterminé la hau-

hauteur ſur le niveau de la mer de 810 toiſes.

Il auroit été à ſouhaiter que pendant que M. *Perier* fit l'obſervation du Mercure ſur le haut de cette montagne & à *Clermont*, elle eût été faite en même temps à *Paris*, dont l'on ſait la hauteur ſur le niveau de la mer. Voici pourtant comme on peut y ſuppléer par quelques obſervations de la plus grande & de la plus petite hauteur du vif-argent qui ont été faites à *Paris* & à *Clermont*, & qui ſont rapportées dans une Lettre de M. *Perier* inſerée dans le *Traité de l'Equilibre des liqueurs*.

A *Clermont* le plus haut	26 pou. 11. lig. ½ le 14 Fevrier 1651.
A *Paris* le plus haut	28 pou. 7 lig. le 3 & le 5. Nov. 1649.
	1 pouce 7 lignes ½ Difference.
A *Clermont* le plus bas	25 pouc. 8 lig. le 5 Octobre 1649.
A *Paris* le plus bas	27 pouc. 3 lig. ½ le 4 Octobre 1649.
	1 pouce 7 lignes ½ Difference.

La difference qui ſe trouve entre le plus haut état du Barometre à *Paris* & à *Clermont* eſt de 1 p. 7 l. ½, la même qui ſe trouve entre l'obſervation faite entre ces deux Villes lorſque le Barometre étoit dans ſon plus bas état ; ce qui fait conjecturer qu'il y avoit alors de part & d'autre à peu près la même conſtitution de l'air. Si l'on ſuppoſe que cette difference ſoit

ſoit celle qui convient à la difference entre la hauteur de *Clermont* & de *Paris*, & que le lieu où l'on a fait l'obſervation à *Paris* ſoit élevé ſur le niveau de la mer de 25 toiſes, auſquelles répondent 2 lignes & demie de hauteur de vif-argent, l'on aura 1 pouce 10 lignes de Mercure pour la hauteur de *Clermont* ſur le niveau de la mer.

Suivant la Table l'on a pour 1 pouce 10 lignes 239 toiſes hauteur de *Clermont* ſur le niveau de la mer, qui étant retranchez de 810 toiſes hauteur du *Puy de Dome* ſur le niveau de la mer, reſte 571 toiſes pour la hauteur du *Puy de Dome* ſur *Clermont*, au lieu de 500 toiſes que la ſuppoſoit M. *Perier*, de 490 que M. *Mariotte* avoit conclu par ſon calcul, & de 448 qui réſultent de ſes principes.

Toutes les obſervations que je viens de rapporter concourent à donner, à meſure qu'on s'éloigne de la terre, une dilatation de l'air plus grande que celle qui réſulte des principes de M. *Mariotte*. Il ſemble même dans les deux obſervations que M. *Mariotte* avoit comparé avec ſes regles qu'il ait ſenti cette difficulté, & que c'eſt ce qui l'a obligé de les abandonner en partie pour emploier une progreſſion Arithmetique qu'il ſuppoſe neanmoins ne pas differer ſenſiblement de la Géometrique, quoiqu'elle s'en éloigne fort, comme je l'ai fait voir dans l'examen de ces obſervations.

La hauteur de l'air qui réſulte des regles de M. *Mariotte* s'écartant ſi fort des obſervations que je viens de rapporter, il ne faut pas s'étonner ſi elle ne s'accorde pas avec celle que M. *Maraldi* a établie, qui eſt fondée ſur l'experien-

ce, & qui repreſente aſſez bien toutes nos obſervations. On pourra aiſément les comparer enſemble, ayant mis dans la Table vis à vis des hauteurs de l'air qui réſultent de la regle de M. *Mariotte*, celles qui ſont conformes à nos obſervations. L'on y verra qu'à 5 pouces de diminution de vif-argent, la hauteur de l'air qui convient à une ligne de Mercure y doit être de 20 toiſes, deux fois plus rarefié qu'au niveau de la mer, au lieu de 12 toiſes 4 pouces 8 lignes qui réſultent des regles de M. *Mariotte*, &c.

L'on aura auſſi de la peine à concilier les conſéquences qui ſuivent de ſes experiences & de ſes raiſonnemens.

„ 1°. Que ſi on mettoit de l'eau tiede à $\frac{1}{4}$
„ de lieue de hauteur, elle bouilliroit; puiſ-
„ que ſi on en met dans la machine du vuide,
„ elle bout très-fort dès qu'on a diminué de
„ moitié l'air qui eſt ſous le recipient. 2°. Que
„ s'il y avoit une montagne d'une lieue & de-
„ mie, les hommes & les oiſeaux n'y pour-
„ roient vivre; parceque leur ſang n'étant plus
„ preſſé que par la moitié du poids de l'air &
„ encore moins, & étant plus chaud que de
„ l'eau tiede, il en ſortiroit quantité de bulles
„ d'air qui empêcheroient ſa circulation, &
„ troubleroient l'oeconomie naturelle du cœur
„ & des autres parties du corps. Suivant nos obſervations la hauteur de l'air qui convient à une ligne de vif-argent à la hauteur de 844 toiſes, eſt de 19 toiſes 3 pieds un peu moins du double de la hauteur qui convient à une ligne au niveau de la mer, & cependant nous n'y avons ſenti aucune incommodité cauſée par la

rare-

rarefaction de l'air. Si l'on suppose que la dilatation de l'air suive pendant quelque temps la regle que l'on a établie par l'experience, l'on aura sur le *Canigo* qui est élevé de 1450 toises ou $\frac{3}{4}$ de lieues sur le niveau de la mer, la hauteur de l'air qui convient à une ligne de Mercure de 24 toises; mais quand même on ne la supposeroit que d'un peu plus de 20 toises, cela suffiroit pour faire tous les effets que M. *Mariotte* dit devoir arriver. Cependant quoiqu'il y ait plusieurs personnes qui aient été sur cette montagne, & que même on y ait élevé en 1700 par ordre du Roi une pyramide sur le sommet pour servir à nos observations, nous n'avons pas entendu dire qu'il leur soit arrivé aucun accident.

TABLE

TABLE DE LA HAUTEUR DE l'air qui répond à la hauteur du Mercure dans le Barometre.

Abbaissement du vif argent.		Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant M. *Mariotte*.				Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant M. *Mariotte*.			
pouc.	*lign.*	*toif.*	*pieds*,	*pouc.*	*lign.*	*toises*,	*pieds*,	*pouces*,	*lig.*
0	0	10	3	0	0	0	0	0	0
	1	10	3	2	3	10	3	2	3
	2	10	3	4	6	21	0	6	9
	3	10	3	6	10	31	4	1	7
	4	10	3	9	1	42	1	10	8
	5	10	3	11	4	52	5	10	0
	6	10	4	1	9	63	3	11	9
	7	10	4	4	1	74	2	3	10
	8	10	4	6	5	85	0	10	3
	9	10	4	8	10	95	5	7	1
	10	10	4	11	2	106	4	6	3
	11	10	5	1	7	117	3	7	10
1	0	10	5	4	0	128	2	11	10
	1	10	5	6	5	139	2	6	3
	2	10	5	8	10	150	2	3	1
	3	10	5	11	4	161	2	2	5
	4	11	0	1	9	172	2	4	2
	5	11	0	4	3	183	2	8	5
	6	11	0	6	9	194	3	3	2
	7	11	0	9	3	205	4	0	5
	8	11	0	11	10	216	5	0	3
	9	11	1	2	4	228	0	2	7
	10	11	1	4	11	239	1	7	6
	11	11	1	7	7	250	3	3	1
2	0	11	1	10	2	261	5	1	3

TABLE DE LA HAUTEUR DE *l'air qui répond à la hauteur du Mercure dans le Barometre.*

Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant nos observat.		Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant nos observat.		Hauteur du vif argent.	
toises,	*pieds.*	*toises,*	*pieds.*	*pouc.*	*lign.*
10	0	0	0	28	0
10	1	10	1		11
10	2	20	3		10
10	3	31	0		9
10	4	41	4		8
10	5	52	3		7
11	0	63	3		6
11	1	74	4		5
11	2	86	0		4
11	3	97	3		3
11	4	109	1		2
11	5	121	0		1
12	0	133	0	27	0
12	1	145	1		11
12	2	157	3		10
12	3	170	0		9
12	4	182	4		8
12	5	195	3		7
13	0	208	3		6
13	1	221	4		5
13	2	235	0		4
13	3	248	3		3
13	4	262	1		2
13	5	276	0		1
14	0	290	0	26	0

Abbaissement du vif argent.		Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant M. *Mariotte*.				Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant M. *Mariotte*.			
pouc.	*lign.*	*toiſ.*	*pieds,*	*pouc.*	*lign.*	*toiſes,*	*pieds,*	*pouces,*	*lig.*
2	0	11	1	10	2	261	5	1	3
	1	11	2	0	9	273	1	2	0
	2	11	2	3	4	284	3	5	4
	3	11	2	6	0	295	5	11	4
	4	11	2	8	8	307	2	8	0
	5	11	2	11	4	318	5	7	4
	6	11	3	2	1	330	2	9	5
	7	11	3	4	10	342	0	2	3
	8	11	3	7	7	353	3	9	10
	9	11	3	10	4	365	1	8	2
	10	11	4	1	1	386	5	9	3
	11	11	4	3	11	388	4	1	2
3	0	11	4	6	9	400	2	7	11
	1	11	4	9	6	412	1	5	5
	2	11	5	0	4	424	0	5	9
	3	11	5	3	3	435	5	9	0
	4	11	5	6	2	447	5	3	2
	5	11	5	9	1	459	5	0	3
	6	12	0	0	0	471	5	0	3
	7	12	0	2	11	483	5	3	2
	8	12	0	5	11	495	5	9	1
	9	12	0	8	11	508	0	6	0
	10	12	0	11	11	520	1	5	11
	11	12	1	2	11	532	2	8	10
4	0	12	1	6	0	544	4	3	10

Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant nos observat.		Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant nos observat.		Hauteur du vif argent.	
toises,	*pieds.*	*toises,*	*pieds.*	*pouc.*	*lign.*
14	0	290	0	26	0
14	1	304	1		11
14	2	318	3		10
14	3	333	0		9
14	4	347	4		8
14	5	362	3		7
15	0	377	3		6
15	1	392	4		5
15	2	408	0		4
15	3	423	3		3
15	4	439	1		2
15	5	455	0		1
16	0	471	0	25	0
16	1	487	1		11
16	2	503	3		10
16	3	520	0		9
16	4	536	4		8
16	5	553	3		7
17	0	570	3		6
17	1	587	4		5
17	2	605	0		4
17	3	622	3		3
17	4	640	1		2
17	5	658	0		1
18	0	676	0	24	0

Abbaissement du vif argent.		Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant M. *Mariotte*.				Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant M. *Mariotte*.			
pouc.	*lign.*	*tois.*	*pieds,*	*pouc.*	*lign.*	*toises,*	*pieds,*	*pouces,*	*lign.*
4	0	12	1	6	0	544	4	2	10
	1	12	1	9	1	556	5	11	11
	2	12	2	0	2	569	2	0	1
	3	12	2	3	3	581	4	3	4
	4	12	2	6	5	594	0	9	9
	5	12	2	9	7	606	3	7	4
	6	12	3	0	9	619	0	1	1
	7	12	3	3	11	631	4	0	0
	8	12	3	7	2	644	1	7	2
	9	12	3	10	5	656	5	5	7
	10	12	4	1	9	669	3	7	4
	11	12	4	5	0	682	2	0	4
5	0	12	4	8	4	695	0	8	8
	1	12	4	11	8	707	5	8	4
	2	12	5	3	0	720	4	11	4
	3	12	5	6	5	733	4	5	9
	4	12	5	9	10	746	4	3	7
	5	13	0	1	4	759	4	4	11
	6	13	0	4	9	772	4	9	8
	7	13	0	8	3	785	5	5	11
	8	13	0	11	10	799	0	5	9
	9	13	1	3	4	812	1	9	5
	10	13	1	6	11	825	3	4	0
	11	13	1	10	6	838	5	2	6
6	0	13	2	2	2	852	1	4	8

Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant nos observat. toises	pieds.	Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant nos observat. toises	pieds.	Hauteur du vif argent. pouc.	lign.
18	0	676	0	24	0
18	1	694	1		11
18	2	712	3		10
18	3	731	0		9
18	4	749	4		8
18	5	768	3		7
19	0	787	3		6
19	1	806	4		5
19	2	826	0		4
19	3	845	3		3
19	4	865	1		2
19	5	885	0		1
20	0	905	0	23	0
20	1	925	1		11
20	2	945	3		10
20	3	966	0		9
20	4	986	4		8
20	5	1007	3		7
21	0	1028	3		6
21	1	1049	4		5
21	2	1071	0		4
21	3	1092	3		3
21	4	1114	1		2
21	5	1136	0		1
22	0	1158	0	22	0

QUE LES EXPERIENCES SUR lesquelles on se fonde pour prouver que les liquides se condensent & se refroidissent d'abord avant que de se dilater à l'approche de la chaleur, ne le prouvent point, & que cette condensation apparente est purement l'effet de la dilatation du verre & des vaisseaux qui contiennent ces liqueurs.

Par M. AMONTONS.

* QUOIQU'IL semble que les raisonnemens que nous fondons sur l'experience, doivent toûjours être les plus assurez & les plus justes; toutefois il n'arrive que trop souvent que les differentes manieres dont nous envisageons les choses, jettent nos raisonnemens dans l'erreur, & que manque de nous tenir soigneusement sur nos gardes, nos conclusions sont fausses sur des faits qui nous paroissent très-certains, parceque nous les croyons appuyez sur l'experience.

Dans l'Assemblée du 12 Novembre dernier, je fis voir qu'une bouteille de verre qui se terminoit en un col ou tube fort étroit, étant pleine d'eau jusqu'environ la moitié du tube; je fis voir, dis-je, que la chaleur des mains appliquées contre la bouteille faisoit baisser la li-

* 18. Mars 1705.

liqueur du tube avant que de la faire monter.

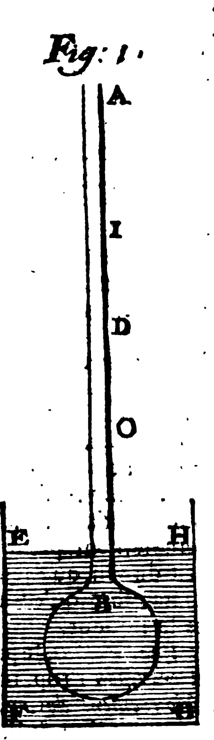
M. *Geoffroy* dans l'Assemblée du 12 Mai 1700 rapporta un fait semblable*. „J'ai mis, *dit-il*, „ de l'eau froide dans un grand bassin, j'ai „ plongé au milieu de l'eau une cucurbite de „ verre pleine d'eau également froide, & j'ai „ mis dans la cucurbite un Thermometre très- „ sensible. Après avoir jetté quatre ou cinq „ pellées de braise allumée dans l'eau du bas- „ sin, la liqueur du Thermometre est descen- „ due dans l'instant de deux à trois lignes, „ & après quelques momens est remontée, „ &c.

Dans mon petit Traité de *Remarques & d'Experiences Physiques* imprimé en 1694, page 53, en parlant de deux Thermometres dont l'un étoit plein d'eau seconde ou de départ, & l'autre d'esprit de vin; je dis qu'ayant appliqué la main sur celui à eau seconde, je la vis d'abord baisser dans le tube de plus d'une ligne, après quoi elle remonta considerablement pendant que le Thermometre à esprit de vin, que je tenois de l'autre main, se dilata, sans qu'on remarquât d'abaissement dans la liqueur.

Avant tout cela *Borelli* & *Isaac Vossius*, le premier dans son *Traité de la Percussion* Prop. 105, l'autre dans son *Traité du Mouvement des vents & de la mer*, Chap. 11, rapportent l'un & l'autre de semblables experiences: *Fiat*, dit Borelli, *phiala vitrea* ABC, *ejusque fistula tenuissima* AB, *impleaturque aqua vel quolibet alio fluido usque ad terminum* D: *si postea eadem phiala immergatur intra vas* EFGH *aquâ calidâ plenum*, *subi-*

* Memoires de 1700. pag. 153.

subitò aqua deprimitur à signo D *usque ad* O; *& è contra si immergatur intra aquam glacialem, subitò aqua sublevatur usque ad signum* I.



Pour ce qui est d'*Isaac Vossius*, voici comme le Châtelain de *Crecy* dans sa Traduction rapporte cette experience : „ Si „ l'on prend, *dit-il*, une „ bouteille de verre qui „ ait le ventre large & „ l'embouchure étroite „ & soit pleine d'eau „ froide, & qu'on la „ plonge dans l'eau „ chaude ou tiede simplement; après le premier resserrement qui „ n'est que d'un moment, & qui au soudain attouchement fait „ tant soit peu baisser „ l'eau froide, l'eau incontinent se haussera. „ Mais si vous chauffez „ tant soit peu l'eau qui „ est dans la phiole de verre, & que vous la „ plongiez dans de l'eau froide ; vous verrez „ tout le contraire.

Or quoique chacune de ces experiences ait quelque chose de particulier qui marque qu'elles ont été faites séparément; elles conviennent toutes en un point, qui est que la liqueur baisse

baisse d'abord, avant que de se dilater à l'approche de la chaleur: ce qui ne sauroit être à moins que la capacité de la boule ou bouteille de verre n'augmente, ou bien que la liqueur qu'elles contiennent ne se condense veritablement, ou enfin que l'un & l'autre ne se fasse; ce qui a donné lieu à deux opinions differentes. *Vossius* & M. *Geofroy* tiennent pour la condensation de la liqueur: *Borelli* au contraire pour la dilatation du verre; & c'est aussi mon sentiment: mais la Verité étant unique, il faut necessairement que l'une des deux opinions soit fausse, à moins qu'on ne les prouve toutes deux veritables. Cependant il peut fort bien être que ce qu'on prend pour un paradoxe ne soit au fonds qu'un pur paralogisme, & il n'est pas aisé de concevoir comment la chaleur pourroit comprimer une liqueur qui résiste à la compression autant que fait l'eau commune. Tout ce qu'on pourroit dire de plus vrai-semblable là-dessus, seroit que les parties ignées qui sont répandues dans tous les corps tant solides que fluides, tendent à se réunir aux endroits où elles se trouvent en plus grande quantité; ce qui leur feroit abandonner pour un temps les endroits où elles seroient en plus petit nombre: Mais outre qu'on ne voit pas clairement la cause de cette réunion, il faudroit du moins que ce raisonnement fut appuyé de l'experience; ce qui n'est pas, comme on le verra dans la suite de ce discours.

Au reste, comme il est de la derniere importance, si nous voulons étendre nos connoissances, de n'admettre aucun faux principe; & que nous ne penchons naturellement que trop du côté de ce qui nous paroît surprenant; il est

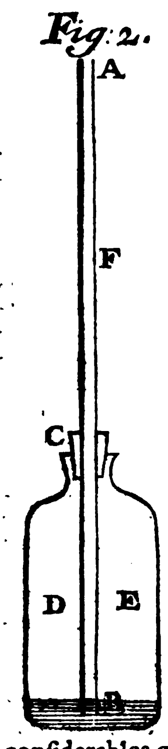
bon d'examiner ſoigneuſement de ces deux opinions quelle peut être la veritable, d'autant plus que tout le monde ne pouvant pas par ſoi-même conſulter l'experience, on croit celles qui vrai-ſemblablement doivent être les moins ſuſpectes. Pour le faire d'une maniere qui pût ne laiſſer aucun doute, voici comme j'ai raiſonné.

S'il eſt vrai que la condenſation de la liqueur, à l'approche de la chaleur, ne ſoit pas ſimplement apparente, mais qu'elle ſoit veritable; il ſuit que l'effet en doit être plus ſenſible, plus la liqueur dont on ſe ſervira ſera ſuſceptible de condenſation: Et ſi c'eſt au contraire la boule qui augmente ſa capacité; l'effet doit être au contraire moins ſenſible avec une liqueur qui ſe condenſe aiſément, parce qu'elle ne peut avoir cette qualité ſans avoir en même temps ſon oppoſée, ſavoir la rarefaction; & que celle-ci doit effacer l'effet de l'augmentation de la capacité de la boule plus promptement que celle qui ſe rarefieroit plus difficilement; & c'eſt ce qui arrive en effet. Car dans l'experience rapportée ci-deſſus des deux Thermometres, l'un plein d'eau ſeconde, l'autre plein d'eſprit de vin, il eſt certain qu'ayant échauffé avec mes mains le plus également qu'il me fût poſſible l'un & l'autre, je n'apperçûs dans l'eſprit de vin aucune condenſation apparente avant ſa dilatation, comme il arriva à l'eau ſeconde qui baiſſa de plus d'une ligne avant que de ſe rarefier, quoique la boule pleine d'eſprit de vin fût 12 fois moins capable que la boule pleine d'eau ſeconde. Or s'il étoit vrai que la liqueur ſe condenſât d'abord à l'approche de la chaleur, cette petite

maſſe

masse auroit dû être plûtôt pénétrée de l'impression que si elle eût été plus grosse: car nonobstant sa petitesse, sa dilatation fut plus de six fois plus grande que celle de l'eau seconde; de sorte qu'il n'y avoit aucune raison qui pût empêcher que l'esprit de vin qu'elle renfermoit, ne se condensât plus considerablement que l'eau seconde, si la condensation avoit veritablement eu lieu. D'où il faut necessairement conclurre que ce n'est que la dilatation du verre, qui en augmentant la capacité des boules, produit cette apparence de condensation dans la liqueur; & qu'on ne doit pas inferer, comme a fait *Isaac Vossius*, que la chaleur condense d'abord les liqueurs avant que de les dilater: on ne doit pas non-plus dire que ces liqueurs soient plus froides dans ce moment, puisqu'il n'y a rien qui nous porte à le croire, & qu'un pareil raisonnement jette dans de faux principes dont les suites sont toûjours préjudiciables au progrès qu'on se propose de faire dans les Sciences.

Quoique cette experience pût suffire seule à faire voir que celles qui ont été rapportées cidessus ne prouvent point la condensation ni le refroidissement des liqueurs à l'approche de la chaleur, je m'en suis encore assuré par cette autre. Je fis descendre le tube de verre *AB* qui passe à travers le bouchon de liege *C* qui bouche la bouteille *DE*, d'un peu moins de 3 pouces de diamêtre & d'environ 4 pouces de haut; je fis descendre, dis-je, le tube de verre *AB* jusques proche le fonds de la bouteille, ensorte que le bas de ce tube trempoit dans un peu d'eau restée au fond de cette bouteille, le reste de la capacité de la bouteille ne



contenant que de l'air qui soûtenoit dans le tube *AB* l'eau en *F* deux ou trois pouces au dessus du bouchon *C*.

Tout le monde sait que l'air reçoit très-promptement l'impression du froid & du chaud, & que nous n'avons aucuns Thermometres plus sensibles que ceux qui sont faits de cette maniere. Cependant ayant appliqué les deux mains contre cette bouteille, l'eau du tube n'a pas baissé de plus de deux à trois lignes; & même ayant réïteré plusieurs autres fois cette experience, elle n'a pas baissé du tout, & est ensuite remontée très-promptement jusqu'au haut du tube; au lieu que lorsque cette bouteille est entierement pleine d'eau, la descente de l'eau dans le tube *AB* est de plus de six lignes par la seule chaleur de la main. J'aurois bien réïteré encore ces experiences par des degrez de chaleur plus considerables que ceux de la main: mais cela m'a paru inutile; celles-ci, selon moi, prouvant suffisamment ce dont il est question. Ce n'est pas que, si la Compagnie le juge à propos, je ne les pousse aussi loin qu'elle témoignera le souhaiter.

Avant de finir, il est bon de remarquer que par ces mots de Borelli: *Impleaturque aqua vel*

quo-

quolibet alio fluido, on voit clairement que quoiqu'il n'ait pas pris le change, & qu'il ait veritablement attribué la descente de l'air à la dilatation de la boule, il n'a pas neanmoins fait attention à la differente sensibilité des liqueurs; quoique cette difference de sensibilité des liqueurs prouve seule cette dilatation du verre, & que son experience, à le bien prendre, ne prouve rien, puisqu'on pourroit fort bien supposer que la chaleur pourroit produire cette condensation dans la liqueur, si nous n'avions des experiences qui prouvent le contraire.

OBSERVATIONS DE LA DECLINAISON DE L'AIMAN

Faites dans un voyage de France *aux* Indes Orientales, *& dans le retour des* Indes *en* France *pendant les années* 1703 *&* 1704.

Par M. CASSINI le fils.

* M. *Gualtieri* Nonce ordinaire du Pape, nous a communiqué depuis peu deux Cartes, qui lui ont été données par M. le Chevalier de *Fontenay*, qui commandoit les Vaisseaux *le Maurepas* & *le Pondichery*, qui ont mené

* 28. Mars 1705.

né le Legat du Pape aux *Indes*. L'on a marqué dans chacune de ces Cartes la route qu'ils ont faite jour par jour depuis le *Port-Louis*, dont ils font partis le 23 Avril 1703, jusqu'à *Malacca*; & depuis *Malacca* jusqu'au *Port-Louis*, où ils arriverent au mois d'Août de l'année 1704. Sur l'une de ces Cartes l'on a marqué la variation de l'aiman observée non-seulement dans le voyage de *France* aux *Indes*, mais même dans le retour, & il y en a un nombre beaucoup plus considerable que celui que M. *de May* avoit marqué sur sa Carte, dont nous avons déja fait le rapport à l'Academie.

Parmi ces observations il y en a plusieurs qui ont été faites les mêmes jours que celles de M. *de May*. Il y en a aussi quelques-unes dans la Carte de M. *de May* qui ne sont pas marquées sur la nouvelle Carte; de sorte qu'il paroît qu'elles ont été faites par differens Observateurs, & peut-être même sur deux Vaisseaux differens, celles qui ont été faites les mêmes jours ne s'accordant pas toutes précisément, & y ayant dans quelques-unes quelque difference qui ne monte pas cependant à plus d'un demi-degré. La correspondance que nous avons déja trouvée entre les variations observées par M. *de May* & celles qui étoient marquées dans la Carte de M. *Halley*, nous a porté à examiner celles que nous avons reçû depuis, & nous avons placé sur la Carte de M. *Halley* toutes les observations qui sont marquées sur ces nouvelles routes, qui sont au nombre de 94.

Pour les placer avec le plus d'exactitude qu'il nous a été possible, l'on a eu égard à la longitude qui est marquée dans ces Cartes differentes. Dans la Carte de M. le Chevalier de *Fon-*

tenay

tenay le premier meridien passe par le *Cap-Verd*: la longitude du Cap de *Bonne Esperance* y est marquée de 38^{d} : celle de l'Isle de *Bourbon* ou de *Mascaregne* où ils ont pris terre en allant & revenant de 76^{d}, de *Pondichery* de 102^{d} 30', & de *Malacca* de 122^{d}.

Dans la Carte de M. *Halley*, qui prend pour terme des longitudes le meridien de *Londres*, la difference entre la longitude du *Cap-Verd* & celle du Cap de *Bonne Esperance* y est marquée de 33$^{d}\frac{1}{2}$, plus petite de 4$^{d}\frac{1}{2}$ que dans la nouvelle Carte : celle qui est entre le Cap de *Bonne Esperance* & l'Isle de *Bourbon* de 38^{d} : entre l'Isle de *Bourbon* & *Pondichery* de 25^{d} 40', & entre *Pondichery* & *Malacca* de 23^{d}.

La difference entre la longitude du *Cap-Verd* & du Cap de *Bonne Esperance* n'étant pas la même dans ces deux Cartes, l'on a fait la réduction necessaire pour placer sur la Carte de M. *Halley* les lieux où la declinaison a été observée dans la nouvelle Carte, qui sont compris entre les meridiens de ces deux Caps. Pour les autres differences qui sont à peu près les mêmes, il n'a pas été besoin d'y faire des réductions considerables.

L'on voit par la comparaison de ces observations qu'il y en a plusieurs qui donnent la declinaison de l'aiman précisément de même qu'elle est marquée dans la Carte des variations, & que la plus grande partie ne s'en éloigne pas de plus d'un degré. Il y en a quelques-unes qui different plus considerablement, principalement celles qui ont été observées dans le retour, depuis 106^{d} 50' de longitude & 5^{d} de latitude meridionale, jusqu'à 81^{d} 30' de longitude & 20^{d} 30' de latitude meridionale. Ces observations

s'éloignent de celles qui sont marquées dans la Carte des variations depuis 3 jusqu'à 8 degrez, & ne s'accordent pas même à celles qui ont été faites dans le voyage de *France* aux *Indes*, qui sont un peu plus meridionales. Ainsi l'on peut conjecturer qu'il y a eu quelque cause particuliere qui a produit ces differences.

J'ai marqué dans le Memoire précedent, que si on trouvoit dans l'examen des observations de la variation de l'aiman faites dans plusieurs autres routes, une conformité pareille à celle que l'on avoit trouvée dans celle que j'ai rapportée, l'on pourroit aussi en faire quelque usage pour la détermination des longitudes, principalement dans les mers qui sont au-delà de l'Equateur, où les lignes qui marquent les variations coupent les paralleles plus perpendiculairement. Cela se trouve confirmé par quelques observations que le P. *Noël* nous a communiquées depuis peu de jours. Voici ce qu'il rapporte.

„L'année 1684 en navigeant dans les *Indes*, „ je me suis apperçû par plusieurs itineraires „ des Pilotes, & par les entretiens que j'ai eu „ avec eux, que la variation de l'éguille a de „ certains termes & des regles fixes du moins „ à l'égard de certains lieux de la terre; de „ sorte que lorsqu'elle est arrivée à certains „ degrez Nord-Est ou Nord-Ouest, elle re„ tourne vers le Septentrion, & ne parcourt ja„ mais tout le cercle; de sorte qu'autrefois elle „ étoit Nord-Est en quelques lieux où elle est à „ présent Nord-Ouest. La difference annuelle „ de cette variation par la comparaison des iti„ neraires de plusieurs années, a été trouvée „ de $0^d 9' 30''$. Quand je retournai de la *Chine*

„ l'an

„ l'an 1702 au Cap de *Bonne Esperance*, l'éguil-
„ le declinoit de 12^d 30' du Nord vers l'Ouest.
„ A cent lieues de ce Cap vers les *Indes*, elle
„ étoit de 15^d. A la pointe de l'Isle de *Mada-*
„ *gascar* elle étoit de 27^d beaucoup plus grande
„ que quand j'y passai la premiere fois en allant
„ aux *Indes*. Elle garde cette regle assez certai-
„ nement depuis le Port de *Lisbone* jusqu'aux
„ *Indes*; de sorte que les Pilotes, par l'inspec-
„ tion de la variation de l'éguille, savent cer-
„ tainement à quelle longitude de la terre & à
„ quel lieu ils sont. Présentement elle est fixe
„ dans le milieu du trajet entre le *Bresil* & l'*A-*
„ *frique*, c'est-à-dire, elle ne decline ni à l'Orient
„ ni à l'Occident. Il faut remarquer que l'é-
„ guille perd quelquefois sa vertu par la suite
„ du temps, & par la mauvaise temperature
„ de l'air.

EXPERIENCES

Sur les dissolutions & sur les fermentations froides de M. Geoffroy, *réïterées dans les Caves de l'Observatoire.*

Par M. AMONTONS.

* APRE'S que M. *Geoffroy* eut donné ses experiences sur les dissolutions & sur les fermentations froides, j'eus la curiosité d'assigner leur place sur la graduation de mon Thermometre, & d'y marquer les degrez de chaleur de

* 4. Avril 1705.

de ces experiences. Mais M. *Geoffroy* n'ayant déterminé que fort généralement & le Thermometre dont il s'est servi, & la temperature du lieu où il a fait ses experiences, je le priai de vouloir bien que nous en réïterassions ensemble les plus considerables avec mes Thermometres dans les Caves de l'Observatoire, dont la temperature toûjours égale sembloit mieux convenir pour ces experiences qu'aucun autre lieu.

Après avoir pris jour, je fis porter dès la veille dans ces Caves toutes les liqueurs & tous les Thermometres necessaires, entre lesquels il y en avoit deux fort sensibles à air & à eau seconde : j'y joignis un Barometre double pour m'assurer si le changement du poids de l'atmosphere ne causeroit point d'erreur dans ces Thermometres qui sont ouverts par le haut de leur tube. De ces deux Thermometres à air, l'un étoit destiné à rester toûjours proche le Barometre en un lieu écarté, où l'on auroit soin à chaque fois qu'on se seroit servi de l'autre, de rapporter celui-ci auprès du premier pour le laisser revenir à la temperature des Caves, & pour s'assurer en même temps par l'observation du Barometre s'il n'y seroit point arrivé de changement de la part du poids de l'atmosphere: Ces précautions prises, nous fîmes le lendemain, M. *Geoffroy* & moi, les experiences suivantes.

PREMIERE EXPERIENCE.

Dans la pinte d'eau commune où M. *Geoffroy* dans ses experiences particulieres avoit jetté quatre onces de sel ammoniac, & où il dit que son Thermometre avoit baissé de trente-trois lignes,

lignes, celui à air baissa de huit pouces, qui par réduction valent dix-sept lignes de la graduation de mon Thermometre. Ce qui marqueroit, si l'on pouvoit compter constamment sur l'effet des experiences, que le Thermometre dont M. *Geoffroy* s'est servi seroit d'une sensibilité presque double du mien, à quoi cependant il y á assez d'apparence, puisque M. *Geoffroy* raporte que son Thermometre est un Thermometre ordinaire de dix-huit pouces de long, & que l'étendue du mien, de nos plus grands froids à nos plus grandes chaleurs est de 8 à 9 pouces.

Nous repetâmes la même experience, excepté qu'on ne jetta que demi-once de sel ammoniac dans demi-septier d'eau, & qu'on se servit d'un de mes Thermometres que je nomme à esprit de vin, qui ne sont cependant la plûpart qu'à eau de vie, lequel ne baissa que de dix lignes, c'est-à-dire sept lignes moins que celui à air; dequoi nous pouvons donner deux raisons: la premiere, que l'eau de vie recevant l'impression plus lentement que l'air, l'effet du refroidissement est passé avant que toute l'eau de vie en ait reçû l'impression entiere: la seconde, que la dose du sel ammoniac comparée à celle de l'eau étoit de moitié moindre.

SECONDE EXPERIENCE.

Dans la pinte d'eau commune où M. *Geoffroy* avoit jetté quatre onces de salpetre & où son Thermometre avoit baissé de quinze lignes celui à air baissa de cinq pouces quatre lignes, qui par réduction valent environ douze lignes de mon Thermometre.

La même experience ayant été repetée avec demi-

demi-once de salpetre dans demi-septier d'eau avec mon Thermometre à eau de vie, il ne baissa que d'environ huit lignes.

TROISIEME EXPERIENCE.

Au lieu de la pinte d'eau commune où M. *Geoffroy* avoit jetté quatre onces de vitriol, & où son Thermometre avoit baissé de douze lignes, nous ne mîmes que demi-once de vitriol dans demi-septier d'eau; & mon Thermometre à eau de vie n'a ni baissé ni monté.

QUATRIEME EXPERIENCE.

Au lieu de la pinte d'eau commune où M. *Geoffroy* avoit jetté quatre onces de sel marin, & où son Thermometre avoit baissé de dix lignes, nous ne mîmes que demi-once de sel marin dans demi-septier d'eau; & mon Thermometre à eau de vie baissa à peine de demi-ligne.

CINQUIEME EXPERIENCE.

Dans les quatre onces de vinaigre distilé où M. *Geoffroy* avoit jetté une once de sel ammoniac, & où son Thermometre avoit baissé de vingt-sept lignes, mon Thermometre à eau de vie ne baissa que de neuf lignes.

SIXIEME EXPERIENCE.

Dans les trois onces d'huile de vitriol où M. *Geoffroy* avoit jetté demi-once de sel ammoniac, & où son Thermometre avoit baissé de quarante-deux lignes, mon Thermometre à eau de vie ne baissa que de neuf lignes.

A

A la vapeur de cette mixtion où M. *Geoffroy* rapporte que son Thermometre monta considerablement sans marquer la quantité, le Thermometre à air ne monta que de quatre pouces deux lignes, qui par réduction ne valent que neuf lignes de mon Thermometre.

Dans cette derniere experience, & dans les 5e, 4e, 3e & 2e, l'effet du refroidissement est plus considerable par les experiences particulieres de M. *Geoffroy*, que par celles que nous avons faites conjointement.

SEPTIEME EXPERIENCE.

Au lieu des quatre onces de vinaigre distilé dans lesquelles M. *Geoffroy* avoit jetté une once de sel volatile d'urine, & où son Thermometre a baissé de vingt-une lignes, nous mîmes dans trois onces de vinaigre distilé demi-once de sel volatile : ainsi la dose du vinaigre distilé demi-once de sel volatile : ainsi la dose du vinaigre étoit plus forte que celle du sel volatile : & mon Thermometre à eau de vie est baissé de quatorze lignes.

HUITIEME EXPERIENCE.

Dans les trois livres de vinaigre distilé dans lesquelles M. *Geoffroy* après M. *Homberg* avoit jetté une livre de sublimé corrosif & une livre de sel ammoniac, & où il ne marque point l'abaissement de son Thermometre, le mien à eau de vie baissa de trente lignes ; ce qui est précisément l'endroit de la congelation de l'eau commune : & le Thermometre à air baissa de dix-sept pouces, qui par réduction valent trente-

trente-ſept lignes de mon Thermometre ; ce qui eſt ſept lignes plus que la congelation de l'eau : d'où on peut conclure que cette mixtion empêche l'eau de ſe geler, quoiqu'elle lui causât un plus grand froid qu'il ne lui en faut pour cela : peut-être auſſi n'eſt-ce qu'à cauſe que ce froid n'eſt qu'inconſtant.

Outre ces experiences que M. *Geoffroy* a rapporté dans les Memoires de 1700, nous fîmes encore les trois ſuivantes.

NEUVIE'ME EXPERIENCE.

Dans demi-ſeptier d'eau commune demi-once de ſel de tartre fit monter le Thermometre à eau de vie, de treize lignes.

DIXIE'ME EXPERIENCE.

Dans une pinte d'eau où il y avoit quatre onces de ſel de tartre, le Thermometre à air a monté cinq pouces trois lignes, qui par réduction valent un peu plus d'onze lignes de mon Thermometre.

XI. ET DERNIERE EXPERIENCE.

Dans une chopine d'eſprit de vin, demi-ſeptier ou chopine d'eau a fait monter le Thermometre à air ſept pouces, qui par réduction valent quinze lignes de mon Thermometre.

SUITE

SUITE DES ESSAIS DE CHIMIE.

ARTICLE TROISIE'ME.

DU SOUPHRE PRINCIPE.

Par M. HOMBERG.

* NOUS nous appercevons d'une matiere sensiblement huileuse ou grasse dans les Analyses de tous les Animaux, de toutes les Plantes & de quelques uns des Mineraux, laquelle jusqu'à present a été prise pour le principe Chimique du Souphre: mais comme, selon nôtre idée, nous ne prenons pas pour principe Chimique les matieres qui pourront être divisées par nos Analyses en matieres plus simples, & que les huiles, telles que nos Analyses nous les donnent, se peuvent réduire par une Analyse particuliere en des matieres plus simples qui composent ces huiles, elles ne peuvent pas être nôtre Souphre principe.

Puis ayant supposé dans le commencement de ces Essais que le Souphre principe est le seul principe actif, qui doit par conséquent se trouver dans tous les mixtes, & que cette matiere sensiblement huileuse, manquant dans la plus grande partie des matieres minerales, elle

* 22 Avril 1705.

elle ne pourra pas être nôtre ſeul principe actif.

Dans les Analyſes que nous avons fait des huiles, toute leur ſubſtance ſe réduit en beaucoup de liqueur aqueuſe, en une partie de terre inſipide, & en un peu de ſel en partie fixe, en partie volatile, le vrai Souphre principe qui lioit ces autres principes enſemble pour en faire de l'huile ſe perd abſolument dans l'Analyſe, parceque tout le ſoin de l'Artiſte dans cette operation ne va qu'à ſéparer les principes les uns des autres; & comme le Souphre principe ne peut pas nous être ſenſible que pendant qu'il eſt joint à quelqu'un des autres principes qui lui ſerve de vehicule, comme nous l'avons remarqué dans nôtre premier Article, il échapera tôûjours à celui qui voudra le dépouiller de toute matiere heterogene.

Nous pouvons conſiderer la matiere ſulphureuſe mêlée ou enchaſſée dans quelque matiere aqueuſe, ſaline, terreuſe ou mercurielle, & alors elle nous paroîtra ſous differentes figures, d'eſprit de vin, d'huile, de bitume, de matiere metallique, &c. qui ne ſont pas nôtre Souphre principe.

Nous la pouvons conſiderer auſſi toute pure & ſans aucun mêlange: c'eſt dans cette derniere ſignification que nous l'appellerons nôtre ſeul principe actif, laiſſant aux premiers mêlanges le nom ſimplement de Souphres ou de matieres ſulphureuſes.

Tous les mixtes qui paſſent par une Analyſe rigoureuſe ou très-exacte, perdent, comme nous avons dit, le Souphre principe qui avoit compoſé ces mixtes; enſorte que plus l'Artiſte ſe met en peine de le débrouiller, moins il le trouve. Nous n'avons donc aucune connoiſ-

ſance

ſance poſitive du Souphre principe par le moien de nos Analyſes, ou par la décompoſition des mixtes; ce qui m'a fait penſer que l'on pourroit peut-être en découvrir quelque choſe dans les compoſitions de mixtes artificiels. En effet, pluſieurs operations de cette nature m'ont donné des indices que c'eſt la matiere de la lumiere qui eſt nôtre Souphre principe, & le ſeul principe actif de tous les mixtes.

Pour rendre cette opinion intelligible & vraiſemblable, il faut que je faſſe concevoir premierement que la matiere de la lumiere eſt toûjours agiſſante, ce qui me paroît un attribut inſéparable du principe actif. En ſecond lieu que cette matiere ſe peut introduire dans les autres principes, les changer de figure, les augmenter de poids & de volume, & les joindre differemment enſemble pour en produire tous les mixtes qui nous tombent ſous les ſens, ce qui eſt le caractere que nous donnons à nôtre Souphre principe.

Pour établir le premier, ſavoir que la matiere de la lumiere eſt toûjours agiſſante, il faut que je ſuppoſe d'abord que cette matiere eſt la plus petite de toutes les matieres ſenſibles; de ſorte qu'elle paſſe librement au travers & par les pores de tous les corps que nous connoiſſons, c'eſt-à-dire que l'aſſemblage des parties de tous les autres corps laiſſe d'aſſez grands vuides entr'elles, pour donner un paſſage très-libre à la matiere de la lumiere; d'où il s'enſuit que tous les autres corps ne ſont pas capables de pouſſer & de mouvoir la matiere de la lumiere, à peu près comme une raquette pour jouer à la paume n'eſt pas capable d'enlever des grains de ſable, parceque les mailles

de

de la raquette ſont incomparablement plus larges que les grains de ſable ne ſont gros; & par conſéquent pour mouvoir & pour pouſſer une certaine maſſe de la matiere de la lumiere, il faudra un corps très-ſolide dont les pores ſoient remplis & bouchez par la matiere de la lumiere même, qui s'y ſoit arrêtée, au moins pour un temps, pour empêcher le paſſage à toute autre matiere de la lumiere, que ce corps pourra rencontrer lorſqu'il remuera ou qu'il changera de place.

Mais comme tout corps qui a des pores a auſſi des parties ſolides, qui ne ſont pas aiſément pénétrées par la matiere de la lumiere, ces parties ſolides pouſſeront & déplaceront toûjours la matiere de la lumiere qu'elles rencontreront en leur chemin; mais ce n'en ſera qu'une petite partie, qui ne ſera pas conſiderable pour la production de la plûpart des effets de la matiere de la lumiere, comme par exemple les grains de ſable qui toucheront les cordes & le bois de la raquette ne laiſſeront pas d'en être pouſſez, mais ils ſeront en très-petit nombre en les comparant à ceux qui paſſeront au travers des mailles de la raquette.

Je ſuppoſe en ſecond lieu que la flame eſt un mêlange de la matiere de la lumiere avec l'huile du bois ou de quelqu'autre corps que ce ſoit qui brûle, & que cette huile étant la partie ſulphureuſe du mixte, c'eſt-à-dire celle dans laquelle s'eſt arrêtée la matiere de la lumiere qui agit dans ce mixte, elle eſt plus propre qu'aucune autre partie de ce mixte pour en recevoir & pour en retenir une plus grande quantité lorſqu'elle ſe preſentera pour la pénétrer. La matiere de la lumiere étant entrée en

en assez grande quantité dans cette huile, elle en étend la masse & en augmente le volume autant que l'huile est capable de s'étendre, & en remplit en même temps tous les interstices de sa propre substance. Ce mélange pour lors devient ce que nous appellons flame, c'est-à-dire un corps huileux sans pores, ou dont les pores sont exactement remplis de la matiere de la lumiere qui s'y est arrêtée: la flame est par conséquent plus solide, dans ce sens, que tous les aûtres corps que nous connoissons, elle est continuellement agitée & enlevée par l'air, & ne donne aucun passage à la matiere de la lumiere qu'elle rencontre dans l'air qu'elle traverse ; & comme la flame se fait place pour passer au travers de l'air, & qu'elle change continuellement de figure, elle pousse & elle range la matiere de la lumiere qu'elle touche immédiatement, & qui est répandue dans les interstices de l'air qui l'environne.

Tous les interstices de l'air étant pleins de la matiere de la lumiere, celle qui est immédiatement déplacée par la flame, déplace & pousse sa voisine tout à l'entour d'elle, & ainsi de suite une grande quantité de cette matiere est poussée & remuée selon le mouvement & selon la grosseur de la flame, c'est-à-dire selon le plus où le moins de volume que cette flame prendra successivement dans l'espace qu'elle occupe. Tous les corps qui se trouveront dans la sphere sensible de ce mouvement, en seront pressez plus ou moins fortement qu'ils seront proches de la flame qui est le centre de cette sphere.

Je suppose encore que tout l'Univers est

rempli de la matiere de la lumiere, & que le Soleil & toutes les étoiles fixes qui sont répanduës dans l'espace infini de l'Univers sont autant de flames, dont le principal office est de remuer & de pousser continuellement cette matiere de la lumiere, qui par-là heurte & pénétre tout ce qu'elle rencontre de corps poreux dans tout cet espace immense qui en est rempli. Et comme tous les corps opaques font un ombre à l'opposite du Soleil, c'est-à-dire un espace où la matiere de la lumiere est moins poussée que dans les endroits qui sont immédiatement exposez au Soleil, les flames particulieres que nous faisons par le moyen des matieres combustibles, suppléent à l'absence du Soleil, tant pour les actions en général de la matiere de la lumiere, que pour celle en particulier qui produit en nous la sensation de la vûe.

Il est donc constant, selon ces suppositions, qui sont vraies, que la matiere de la lumiere est continuellement en mouvement & agissante sur tous les corps poreux qui sont dans l'Univers; ce qui suffit pour l'éclaircissement du premier point.

Quant au second, où nous nous sommes engagé de faire voir que la matiere de la lumiere se peut introduire dans les autres principes, les changer de figure, les augmenter de poids & de volume, & les joindre differemment ensemble, ce que nous avons mis pour le caractere de nôtre Souphre principe, il suffira de rapporter ici quelques-uns des faits qui ont été l'occasion de l'idée que je propose présentement.

Le mercure commun ayant été purifié suffisamment par le fer & par l'antimoine, devient plus vif & plus liquide qu'il n'étoit avant cettte purification:

cation: cependant en le mettant en digeſtion à une chaleur qui lui convient, il arrive que ce mercure, ſans y ajoûter aucune autre matiere ſenſible, s'arrête peu à peu & ne coule plus, contre le naturel de ce mineral, ſe changeant en une poudre noire, blanche ou rouge, ſelon qu'il plaît à l'Artiſte; cette poudre plus peſante que n'étoit le mercure quand on l'a mis en digeſtion, & enfin de très-volatile qu'étoit ce mercure, juſqu'à ſe ſublimer par un petit feu de lampe, il devient par une longue cuiſſon ſi pareſſeux au feu, qu'il en ſouffre la rougeur pendant plus de vingt-quatre heures, & en le pouſſant vivement au feu nud, la plus grande partie s'en va à la verité en fumée, mais il reſte un petit grain de métail dur, qui s'eſt formé dans ce mercure.

En examinant cette operation, l'on voit premierement qu'il s'eſt introduit quelque choſe dans ce mercure, puiſqu'il eſt devenu plus peſant: ſecondement que ce qui s'y eſt introduit l'a changé de nature, puiſqu'il ne coule plus, & qu'il devient en partie malleable: troiſiémement ce qui s'y eſt introduit s'unit parfaitement au mercure, de ſorte que le grand feu ne l'en ſauroit ſeparer, puiſqu'il reſte un grain de métail, qui eſt à l'abri de la violence du feu.

Il ne ſervira de rien de dire ici qu'il n'y a qu'une très-petite quantité, peut-être, un deux-centiéme du mercure qui devient metail malleable, il ſuffit qu'il y en ait un peu; il y en auroit peut-être eu davantage ſi on l'avoit laiſſé pendant pluſieurs années en digeſtion, ou ſi on l'avoit traité d'une autre maniere qui pourroit être meilleure que celle dont on s'eſt ſervi.

Cependant en toute cette operation il n'y a eu que le feu ſeul qui ait touché le mercure, non-pas immédiatement, mais au travers d'un vaiſſeau de verre. Nous avons dit ci-deſſus que le feu ou la flame n'eſt autre choſe qu'un mêlange de la matiere de la lumiere & de l'huile du charbon, ou de quelqu'autre corps qui brûle; on ne pourra pas dire ici que c'eſt l'huile de ce charbon qui a échauffé le fourneau, qui ſe ſoit introduit & reſté dans le mercure pour le rendre plus peſant, puiſque l'huile ne ſauroit paſſer par les pores du verre: c'eſt donc la partie du feu qui s'eſt ſeparée de l'huile du charbon, c'eſt-à-dire la matiere de la lumiere qui compoſoit avec l'huile du charbon la flame qui a échauffé le fourneau, & cela doit neceſſairement être ainſi; parce qu'aucune autre matiere que celle de la lumiere n'a pû paſſer au travers des pores du verre pour ſe joindre au mercure. Nous pouvons donc être aſſuré qu'il n'y a que la matiere de la lumiere ſeule qui s'eſt introduite dans nôtre mercure, que c'eſt cette matiere qui l'a rendu plus peſant & qui l'a changé de nature.

Nous avons un fait inconteſtable qui confirme ce que je viens de dire, & qui prouve que la matiere de la lumiere ſeule, & ſans l'approche ou le mêlange de quelque matiere combuſtible, ſe peut introduire dans un corps, y reſter, le rendre plus fixe & l'augmenter conſiderablement de poids: C'eſt la calcination du regule d'antimoine aux rayons du Soleil par le miroir ardent.

M. *Duclos* a fait cette operation autrefois avec un des miroirs ardens de l'Obſervatoire. Il marque d'avoir trouvé près de deux gros d'aug-

d'augmentation ſur quatre onces de regule, ce qui fait environ un ſeiziéme du total : mais comme les miroirs ardens ſont fort incommodes pour cette operation, à cauſe de la reflexion des rayons du Soleil qui s'y fait de bas en haut, je l'ai fait plus aiſément avec le grand verre ardent de Monſeigneur le Duc d'*Orleans* : J'y ai expoſé quatre onces de regule de Mars en poudre environ un pied & demi éloigné du vrai foyer du verre ardent; je l'ai remué de temps en temps avec une cuilliere de fer, juſqu'à ce qu'il n'en ſortit plus de fumée, qui avoit été très-épaiſſe & en grande quantité pendant le temps de la calcination; de ſorte que l'on y auroit pû ſoupçonner plûtôt beaucoup de diminution, qu'une augmentation de poids. Cependant après une bonne heure d'expoſition à ce degré de chaleur, le regule n'y fumant plus, il a peſé quatre onces trois gros & quelques grains, ce qui fait une augmentation environ d'un dixiéme.

J'ai voulu voir ſi cette augmentation reſteroit après la fonte de ce regule calciné, je l'ai donc expoſé au vrai foyer du verre ardent, il s'y eſt fondu promptement en un verre orangé, qui n'a peſé que trois onces & demie, c'eſt-à-dire qu'il a perdu dans la fonte un huitiéme du total & les trois gros d'augmentation.

Il y a toute apparence que cette augmentation n'eſt provenue que des rayons du Soleil, ou de la matiere de la lumiere qui s'eſt engagée dans le regule pendant le peu de temps qu'il a été expoſé au verre ardent, puiſqu'aucune autre matiere ne l'a pû toucher pendant tout le temps de la calcination : ce regule ayant été expoſé enſuite à une plus forte chaleur, c'eſt-

à-dire au vrai foyer de ce verre ardent, l'impetuosité de ce foyer, en fondant ce régule calciné, a enlevé tout ce que la chaleur moderée y avoit introduit.

Mais comme dans la fonte il s'est trouvé une demie-once de perte sur les quatre onces de regule, nous pouvons croire que la grosse fumée qui s'est évaporée pendant le temps de la calcination, a été cette demie-once de regule qui s'est trouvée perdue après la fonte, & qu'ainsi nous devons compter sept gros d'augmentation par les rayons du Soleil, puisqu'après la calcination le regule a pesé quatre onces trois gros, qui font sept gros de plus que ce qui est resté après la fonte; ce qui est un effet très-sensible, & l'on ne sauroit douter qu'il ne soit produit par la matiere de la lumiere.

La fabrique du minium, celle de la chaux vive, & plusieurs autres operations prouvent la même chose, avec d'autres circonstances que je rapporterai une autre fois. Il suffit que par cette derniere operation j'aye prouvé que la matiere de la lumiere s'introduit dans les corps poreux, s'y arrête & en augmente le poids & le volume, & que par la précedente operation j'aye prouvé que la matiere de la lumiere qui s'est engagée dans le mercure y est restée inséparablement, même au grand feu, & qu'elle a changé la forme du mercure en celle du métail malleable & ductile.

J'ai mieux aimé donner à nôtre Souphre principe le nom de matiere de la lumiere, que celle de la matiere du feu, quoique ce soit proprement la même chose, & cela pour éviter l'équivoque que le mot de feu pourroit laisser dans l'esprit de quelques-uns; parceque le mot

mot feu signifie communément trois choses qui ne laissent pas d'être essentiellement distinctes, dont la premiere signification & la plus grossiere est celle de l'attribuer à un corps actuellement embrasé, comme par exemple à un fer rouge, aux charbons ardens, au bois qui brûle, &c. La seconde & la plus commune est celle de l'attribuer à la flame qui rougit le fer, qui rend les charbons ardens, & qui enflame le bois: mais la troisiéme signification & la plus propre est celle qui produit la flame, laquelle fait tous ces autres effets que nous remarquons dans le fer rouge, dans les charbons ardens, &c. ce qui n'est autre chose que la matiere de la lumiere lorsqu'elle pénétre en assez grande quantité un corps combustible, comme nous l'avons expliqué dans le commencement de cet article.

Etant donc persuadé que la matiere de la lumiere est la seule qui peut pénétrer très-librement tous les corps poreux, & qui est la seule qui agit toûjours, comme nous l'avons montré dans la premiere partie de cet article; & que cette matiere est capable de s'introduire dans tous les autres corps, de s'y arrêter & de les changer par-là de figure, de poids & de volume, nous avons crû que nulle autre matiere ne pouvoit être nôtre Souphre principe & nôtre seul principe actif, que la matiere de la lumiere.

Nous nous contenterons pour le présent de l'avoir établi, il reste maintenant à montrer de quelle maniere cette matiere agit sur les autres principes pour produire les matieres sulphureuses connues, de combien d'especes sont ces matieres sulphureuses, & en reconnoître

 les

les proprietez & les effets, ce que nous tâcherons de faire dans un autre Memoire.

NOUVELLES REMARQUES SUR L'AIMAN, ET SUR LES AIGUILLES AIMANTE'ES.

Par M. DE LA HIRE le fils.

* JE n'entreprends pas dans ce Memoire de donner un nouveau Syſtême de l'Aiman, ni de rapporter ce qui eſt déja connu des vertus de cette pierre, & de tous les effets qu'on a remarquez tant à la pierre qu'aux aiguilles d'acier qui en ſont touchées. Je tâcherai ſeulement d'éclaircir quelques difficultez qui ſe rencontrent dans les obſervations des aiguilles aimantées, avec quelques remarques particulieres ſur la nature de l'Aiman, & ſur la comparaiſon qu'on peut faire d'une pierre d'Aiman avec le globe de la Terre, que l'on peut conſiderer comme un veritable Aiman, par toutes les experiences qu'on en fait.

On ſait aſſez que les obſervations de la variation de l'aiguille aimantée qu'on peut faire ſur mer dans les Vaiſſeaux, eſt ſujette à beaucoup d'erreurs, à cauſe du fer qui y eſt en grande

* 22. Avril 1705.

de quantité, & qui par ses differentes positions doit détourner l'aiguille de sa veritable direction, sans parler de la construction de cette aiguille ou compas, comme on l'appelle sur mer, qui est trop grossiere pour donner une declinaison fort exacte. Mais les observations que nous faisons à présent sur terre avec de très-grandes aiguilles & très-délicatement soûtenues, comme celle de 8 pouces de longueur dont nous nous sommes servis les premiers depuis l'année 1682, après avoir déterminé un plan meridional avec toute la justesse possible, & fort loin de toute matiere ferrugineuse pour y appliquer le côté de la boete, nous ont assuré de la juste declinaison de l'aiguille & de sa progression, ce que nous appellons variation, comme on le peut voir dans les Memoires que nous en avons donné au public en differentes occasions.

Mais comme quelques Philosophes ont pensé, non sans quelque apparence de raison, si les aiguilles touchées avec differentes pierres ne donnoient pas differentes declinaisons, à cause des varietez qu'on y trouvoit en un même lieu par differentes aiguilles, on a tâché de découvrir si ces inégalitez ne viendroient point de la fabrique des aiguilles, & non-pas des differens Aimans qui les ont touchées.

Car les aiguilles qui ont été touchées par une pierre, ont seulement reçû de la pierre une disposition dans leurs pores, pour y laisser passer la matiere magnetique qui circule autour de la terre suivant une certaine direction; de la même maniere que les pierres d'Aiman l'ont reçûe de cette même matiere dans le temps de leur formation. Ainsi ce ne seront pas les dif-

ferens Aimans qui pourront donner une difference vertu aux aiguilles, lesquelles ne se dirigent que suivant le cours de la matiere magnetique, qui étant le même dans un même endroit de la terre, doit leur donner la même direction qu'elle a. Mais quoique la matiere magnetique agisse également & suivant une même direction dans un même endroit, elle peut neanmoins en être détournée diversement suivant la differente figure & la disposition des corps qui sont capables de la recevoir; comme on sait qu'il arrive à deux pierres d'Aiman suspendues librement l'une assez proche de l'autre, ou à deux aiguilles aimantées posées sur leur pivot, & qui ne seront pas placées dans la ligne de la direction de l'Aiman, à cause du cours de la matiere magnetique qui rencontre ces corps diversement placez & disposez pour la recevoir.

C'est ce qui a donné lieu de penser que les aiguilles, qui portent à leurs extrémitez deux pieces d'acier lesquelles sont jointes par un fil délié, pourroient être à peu près comme deux pierres d'Aiman differentes en force & en figure, éloignées l'une de l'autre & jointes ensemble par quelque corps moyen; & si ces deux pieces d'acier sont de telle nature ou figure que la matiere magnetique se dirige diversement dans l'une & dans l'autre, & qu'il y en ait une qui reçoive une plus forte impression que l'autre lorsqu'on les aimante, il s'ensuivra necessairement que l'aiguille prendra une direction composée des deux & differente de celle du tourbillon magnetique de la terre. Ainsi ces sortes d'aiguilles pourront donner des declinaisons fort differentes les unes des autres,

&

& de celles qui seront construites d'une autre façon.

Les aiguilles qui sont larges dans leur milieu & qui se terminent en pointe des deux côtez, ne sont pas si sujettes à ces irrégularitez que les autres qui portent deux pieces d'acier aux deux bouts; mais on ne peut pas dire qu'elles en soient entierement exemtes, à cause des inégalitez de la matiere dont elles sont composées, & de leur figure qui ne sauroit être parfaite.

C'est pour en découvrir quelque chose que nous avons fait quatre aiguilles de boussole plus fortes dans leur milieu que vers les extrémitez, & lesquelles se terminoient en pointe déliée. Elles avoient chacune 8 pouces de longueur, & deux de ces aiguilles étoient les plus droites & les plus égales qu'il étoit possible; une autre étoit courbée en *S*, & la derniere en arc. On aimanta l'une des droites & les deux courbes avec une très-bonne pierre d'aiman que nous avons entre les mains, laquelle pese 7 livres, & qui a assez de force pour détourner une aiguille de boussole à plus de six piez de distance, ensorte qu'elle a autour d'elle un tourbillon sensible de plus de 12 piez de diamêtre: l'autre aiguille droite fut aimantée avec une pierre très-forte qui appartient à M. *Butterfield*.

Nous examinâmes la boete de la boussole, laquelle est longue, pour nous assurer si les côtez étoient paralleles entr'eux, & à la ligne passant par le pivot & par les premiers points de la division des deux arcs de cercle qui servent à mesurer la quantité de la declinaison par rapport à la pointe du pivot; & le tout étant

 bien

bien rectifié, nous avons reconnu par plusieurs observations que les deux aiguilles droites & celle qui étoit courbée en *S* avoient leurs pointes & le fond de la chapelle où s'applique le pivot parfaitement dans une ligne droite. Pour celle qui étoit courbée en arc, nous avons trouvé qu'elle s'éloignoit de la ligne droite par l'une de ses extrémitez de 2° 20′.

Ensuite le 28 de Mars de cette année 1705, nous avons mis dans la boete l'aiguille droite qui avoit été aimantée avec nôtre pierre, & qui est l'aiguille dont nous nous servons ordinairement pour prendre la declinaison de l'Aiman, & le côté de la boete étant placé contre nôtre plan meridional ordinaire, cette aiguille nous a marqué 9° 25′ de declinaison vers l'Ouest, ce qui convient aux observations que nous en avions faites il y a quelques mois. Après cela nous y avons mis l'autre aiguille droite qui avoit été aimantée avec la pierre de M. *Butterfield*, & nous avons trouvé qu'elle donnoit exactement la même declinaison de 9° 25′. Cependant une autre aiguille plus grande que celle-ci, qui avoit deux pieces d'acier à ses extrémitez, & qui avoit été aimantée avec cette même pierre, nous avoit donné quelque temps auparavant dans le même endroit la declinaison de 9° 52′, quoique l'on eut fait l'observation avec une très-grande exactitude. Enfin l'aiguille courbée en *S* ne nous a marqué que 8° 45′, & pour la derniere qui étoit en arc, elle n'a donné que 8° 22′.

On pourroit donc conclurre de ces observations que les aiguilles aimantées avec differentes pierres, ne donnent pas differente declinaison, comme nous l'avions pensé d'abord;

&

& que s'il y avoit quelque difference, elle ne pourroit venir que de la matiere inégale & heterogene, ou de la figure de l'aiguille, ce qui nous a été confirmé par les deux aiguilles droites.

Pour celle qui étoit courbée en *S*, on voit que ses deux moitiez étant posées de biais par rapport à la ligne droite qui passe par ses extrémitez, la pointe qui regardoit le Nord ne nous a marqué que 8° 45′ au lieu de 9° 25′ comme les autres, ce qui pourroit venir du composé des directions de la matiere magnetique dans les deux parties de l'aiguille qui n'étoient pas en ligne droite, & peut-être aussi de la matiere de l'aiguille.

Celle qui étoit en arc nous a fait voir, que la ligne droite qui auroit passé par ses deux pointes auroit eu 9° 32′ de declinaison, ce qui s'écarte peu des observations des aiguilles droites. Ainsi toutes ces observations serviront à confirmer que les differens Aimans dont les aiguilles sont touchées ne leur doivent pas causer de differentes declinaisons, mais seulement leur figure ou leur matiere inégale.

Sur les inégalitez de la variation de l'Aiman.

Nous ne rapporterons point ici ce que l'on trouve sur les differentes declinaisons de l'Aiman dans plusieurs Auteurs dont la certitude des observations pourroit être suspecte; mais nous donnerons seulement celles que nous avons faites nous-mêmes en les comparant avec quelques-unes dont nous pouvons être très-assurez.

M. *Picard* rapporte à la fin de la page 17 de

la mesure de la terre qu'il avoit observé à *Paris* dans l'été de l'année 1670, qu'une aiguille de boussole de 5 pouces declinoit du Nord au Couchant de 1° 30′, & que cette même aiguille dans l'année 1666 n'avoit aucune declinaison sensible; mais qu'en 1664 elle declinoit de 40′ vers l'Orient, le changement ayant été de 20′ chaque année.

Nous trouvons aussi dans les observations manuscrites de M. *Picard*, qu'en 1680 le premier Juillet la declinaison de cette même aiguille étoit de 2° 40′, & par conséquent depuis 1670 jusqu'en 1680 la declinaison n'auroit augmenté que de 1° 10′ ou 70′, ce qui donneroit par an seulement 7′, ce qui est fort éloigné de 20, comme ses premieres observations le marquoient.

Nous avons fait depuis ce temps-là à l'Observatoire un grand nombre d'observations de la declinaison de l'Aiman avec l'aiguille de 8 pouces dont nous avons déja parlé, & dont nous rapporterons seulement les principales.

En 1683 le 10 Mars nous trouvâmes que l'aiguille declinoit de 3° 50′ vers le couchant.

En 1684 à la fin de l'année elle declinoit de 4° 10′.

A la fin de l'année 1685 elle parut encore decliner de 4° 10′.

A la fin de 1686 elle declinoit de 4° 30′.

A la fin de 1692 elle declinoit de 5° 50′.

Vers la fin de 1693 de 6° 20′.

A la fin de 1696 de 7° 8′.

A la fin de 1698 de 7° 40′.

En 1700 de 8° 12′.

En 1701 de 8° 25′, comme je l'ai marqué dans les Ephemerides que j'ai faites de ces années-là.

Et

Et enfin dans les derniers mois de l'année 1704 elle étoit de 9° 20'.

Si l'on considere toutes ces observations séparément, on voit que la declinaison n'augmente pas également, & que quelquefois elle paroît être la même dans deux années differentes; mais ensuite on voit qu'elle avance plus qu'elle n'auroit dû faire. C'est-pourquoi sans entrer dans les raisons qui peuvent causer ces petites variations, on a crû qu'il valoit mieux comparer les observations éloignées pour en conclurre la variation de declinaison, puisqu'aussi bien il ne semble pas que depuis qu'elle a commencé à se détourner vers le couchant, elle se soit augmentée ou ralentie jusqu'à présent. Et sans avoir égard à l'observation de M. *Picard* de 1680, nous trouverons que pour 38 années, c'est-à-dire depuis 1666 jusqu'à la fin de l'année derniere, la déclinaison aura augmenté de 9° 20', ce qui donnera pour chaque année environ 14' $\frac{1}{3}$, qui est à peu près ce que donnent les observations rapportées ci-dessus.

On voit aussi dans quelques observations anciennes de l'aiguille aimantée, que dans l'année 1580 en ces pays-ci la declinaison étoit de 11° 30' à l'Est, laquelle étant comparée avec celle de 1666 où il n'y en avoit point, donne un peu moins de 8' par an, ce qui pourroit faire croire que la variation n'auroit pas été si grande dans ces temps-là qu'elle est à présent.

Il est très-difficile de pouvoir mesurer & estimer exactement les minutes sur un petit cercle de 4 pouces de rayon, outre que la matiere magnetique du tourbillon de la terre n'est pas assez forte pour ramener exactement une gran-

de

de aiguille ſur le même point. C'eſt-pourquoi on ne doit pas s'étonner ſi d'une année à l'autre on trouve quelquefois des differences aſſez grandes. Mais nous rapportons ce que nous trouvons par l'obſervation, & non-pas ce que nous pourrions conclurre par les obſervations précedentes.

Nous avons un Livre Eſpagnol intitulé *Theatre Naval Hydrographique fait par Dom Franciſco de Seylas & Louera*, où cet Auteur prétend que les variations de la declinaiſon de l'aiguille aimantée viennent de deux cauſes : l'une des differentes mines d'Aiman qui ſe rencontrent dans la terre en differens endroits, & l'autre par la nature des pierres d'Aiman dont les aiguilles ſont touchées.

Pour la premiere, on ne peut pas douter que de gros rochers d'Aiman ne détournent les aiguilles des bouſſoles lorſqu'elles en ſont proches ; mais qu'à une très-grande diſtance ils puiſſent faire quelque effet, cela paroît ſouffrir quelque difficulté.

Pour la ſeconde, l'Auteur ſe fonde ſur des experiences qu'il a faites dans une mine d'Aiman qu'il découvrit dans la Province de *Honduras* en *Amerique*. Il dit que cette mine étoit compoſée de deux veines principales, l'une s'étendoit du Nord au Sud, & l'autre de l'Eſt à l'Oueſt.

Il trouva dans la veine qui s'étendoit du Nord au Sud une ligne de deux doigts de large qui étoit d'un excellent Aiman, & lorſqu'il poſa au long de cette ligne une aiguille de bouſſole, elle n'avoit aucune declinaiſon ; mais quand il la poſa ſur l'autre veine qui alloit de l'Eſt à l'Oueſt, elle avoit une declinaiſon ſenſible

sible d'un côté & d'autre de celle du milieu. Il ajoûte qu'il reconnut par-là que la veine Nord & Sud dominoit sur l'autre.

Tout ce qu'il dit paroît vrai-semblable ; mais ce n'est pas à dire pour cela que quand ces pierres sont tirées hors de la mine & qu'une aiguille en a été touchée, elle doive suivre la direction de la pierre dans la mine par rapport au Nord & au Sud, puisque l'aiguille ne se dirige pas suivant cette direction de la pierre, mais seulement suivant celle du tourbillon magnetique de la terre. Car autrement si l'on touchoit la pointe d'une aiguille avec le côté d'une pierre lequel regarde l'Est ou l'Ouest dans sa situation libre, il s'ensuivroit que la pointe de cette aiguille se dirigeroit vers l'Est ou vers l'Ouest, ce qui est contraire à toutes les experiences.

Il ajoûte encore qu'il fit fondre de cette mine d'Aiman, & qu'il en tira du fer qui avoit la même vertu que la mine. Cependant nous savons que l'Aiman rougi au feu perd toute sa vertu, & à plus forte raison quand il a été fondu il n'en doit plus rien retenir.

Il mit deux petits morceaux de ce fer aux extrémitez d'une aiguille, & il dit qu'elle ne varia jamais ni sur terre ni sur mer. Cette circonstance fera douter de tout ce que rapporte cet Auteur sur l'Aiman, parceque cela ne paroît pas possible, d'autant que l'on sait que deux Aimans inégaux en force étant suspendus, le plus fort fait varier le plus foible, & par conséquent, selon ce qu'il a avancé d'abord, son aiguille, plus foible sans doute que les rochers d'Aiman qui se trouvent dans le trajet d'*Amerique* en *Europe*, & qui causent les grandes varia-

riations qu'on y obſerve, auroit dû avoir quelque variation, ce qu'il dit n'être point arrivé.

De la converſion du Fer en Aiman.

Si toute la difference qui eſt entre l'Aiman & le Fer aimanté ne conſiſte qu'en ce que l'Aiman eſt une pierre qui peut ſe rompre & ſe réduire en pouſſiere très-fine, au contraire du fer qui ne peut ſe caſſer & ſe réduire en pouſſiere ſi l'on veut le broyer, à cauſe que ſes parties ſont liantes & molles; il eſt certain que le fer rouillé qui a une vertu magnetique, de quelque maniere qu'elle lui ait été imprimée, *doit* être conſideré comme une veritable pierre d'Aiman; car le fer dans cet état ne ſemble plus rien retenir de la nature du fer, & ne paroît que comme une pierre aſſez facile à rompre & à réduire en poudre.

M. *Gaſſendi* rapporte dans la *Vie de M. Peiresk*, que le tonnerre ayant renverſé la Croix qui étoit ſur le clocher de *S. Jean* d'*Aix* en *Provence*, on remarqua qu'une croûte de rouille qui s'étoit formée ſur le fer de cette Croix qui étoit engagé dans la pierre, avoit une très-forte vertu d'Aiman, quoiqu'elle n'eût plus aucune qualité de fer. Ce fut ce qui donna occaſion il y a quelques années à des curieux de *Chartres*, d'examiner ſi la rouille qui étoit ſur les barres de fer qui lioient les pierres de l'un des clochers de Nôtre-Dame, lorſqu'on fut obligé de le rétablir, ne ſe feroit point auſſi changée en Aiman; & après en avoir examiné pluſieurs morceaux, ils en trouverent en effet qui étoient un Aiman très-pur & qui n'avoient rien du fer, les autres n'ayant aucune vertu ſenſible, & d'au-

tres

tres très-peu. J'ai plusieurs de ces Aimans entre les mains.

Mon Pere fit alors une recherche de quantité de morceaux de rouille de fer, dont il y en avoit de très épais, qu'on avoit tirez de quelques anciens édifices; mais il n'en trouva aucun qui eût rien de magnetique, ce qu'on connoît fort aisément en approchant doucement ces morceaux de rouille d'une aiguille de boussole aimantée; car en les tournant vers une même pointe, s'ils ont acquis quelque vertu magnetique, on verra que d'un côté ils attireront cette pointe, & que de l'autre ils la repousseront.

Il pensa alors au moyen de faire de cette espece d'Aiman avec du fer, ne pouvant attribuer ce changement de fer en Aiman qu'à deux causes; savoir, l'une à la seule disposition du fer dans l'air par rapport au tourbillon magnetique de la terre qui lui auroit pû imprimer une vertu magnetique, telle qu'étant changé en rouille ou en pierre, il en auroit retenu la vertu: l'autre à une nature de fer qui auroit eu la proprieté de se changer en Aiman.

Il prit pour cet effet un quartier de pierre de *S. Leu* qui étoit équarri, & l'ayant scié sous un angle de 60° à peu près avec l'horizon, il le posa à l'air selon la ligne meridienne, & il fit plusieurs rainures dans le plan coupé pour y inserer des fils de fer selon la direction de la matiere magnetique autour de la terre par rapport à nôtre horizon.

Il y plaça ces fils de fer en 1695, & recouvrit cette partie de la pierre avec l'autre qui en avoit été coupée. Il aimanta quelques-uns de ces fils de fer, & les autres il les mit sans les ai-

aimanter ; ils étoient éloignez les uns des autres d'environ deux pouces. Il prit de la pierre de *S. Leu* pour faire cette experience, parcequ'il avoit appris que le clocher de Nôtre-Dame de *Chartres* avoit été bâti avec cette pierre.

Il est facile de voir que toutes les précautions qu'il prit dans cette experience, n'étoient que pour connoître si dans la suite des temps lorsque ce fer seroit consumé, la rouille qui en viendroit seroit une matiere magnetique, & s'il y auroit quelque difference entre le fer qui avoit été aimanté & celui qui ne l'avoit pas été.

Enfin nous avons trouvé que depuis 10 années, il n'y avoit que quelques uns de ces fils de fer qui fussent tout à fait changez en rouille, quoiqu'ils n'eussent qu'une demie ligne de diamêtre : mais tous ces fils rouillez en partie ou tout à fait avoient une forte vertu d'Aiman, comme on le reconnoissoit en les présentant à l'aiguille aimantée. Ainsi ceux qui n'avoient point été aimantez avoient contracté une aussi forte vertu d'Aiman que ceux qui l'avoient été, ce qu'on ne peut attribuer qu'à la longueur du temps qu'ils avoient demeuré dans la position propre à recevoir l'impression du tourbillon magnetique de la terre, & à ce qu'ils étoient ou tout à fait ou en partie changez en pierre. Ces fils avoient 4 à 5 pouces de longueur, & on les tenoit dans une situation horizontale en les présentant à l'aiguille aimantée, afin de ne les pas aimanter par le tourbillon de la terre, & ainsi ceux qui étoient tout à fait changez en rouille étoient de vrais Aimans, comme les petites écailles qui se détachoient facilement des autres. Cependant ces petites écailles ne

s'attachoient pas à l'extrémité d'un fil de fer qui n'étoit pas aimanté, mais elles s'attachoient fortement à la pointe d'un coûteau aimanté ; ce qui pourroit faire croire que ces petits morceaux de rouille n'étoient pas changez en Aiman, & qu'ils avoient encore quelque chose du fer : mais il se peut faire que ces petites particules d'Aiman n'étoient pas assez fortes par rapport à leur pesanteur pour se soûtenir contre du fer qui n'étoit pas aimanté, & y demeurer attachées.

On ne peut pas dire absolument que la rouille ne retient plus aucune proprieté du fer, puisque nous avons éprouvé que de gros morceaux de rouille, qui ne faisoient aucune impression sur une aiguille de boussole soûtenue sur son pivot, étant réduits en poudre ne laissoient pas de s'attacher à la pointe d'un coûteau aimanté.

Mais ces morceaux de rouille qui n'ont point de vertu magnetique, ne peuvent non-plus en recevoir aucune lorsqu'on les touche avec une bonne pierre d'Aiman, puisqu'ils ne peuvent pas soûtenir les moindres petits fragmens de limaille de fer ou d'acier. Il se pourroit donc faire que dans cette rouille, qui est épaisse de $\frac{3}{4}$ de pouce, & semblable en tout à de bon Aiman, les particules de fer qui y sont restées seroient trop engagées & trop liées avec les autres matieres qui s'y sont mêlées, pour être disposées à recevoir la vertu magnetique du tourbillon de la terre. On ne peut pas douter que dans les pierres d'Aiman qui sont de veritables pierres, il n'y ait beaucoup de fer, puisqu'on en peut tirer par le feu ; mais je ne crois pas que l'on puisse retirer du fer de celui qui aura été consumé par la rouille.

Cet-

Cette experience nous a porté à en faire une autre. Nous avons pris de ces petits morceaux de fer brûlé & fondu qui tombe en boules & en écaille au pied de l'enclume des Forgerons, & nous les avons réduits comme une pierre en une poudre assez fine : cette poudre s'attachoit fortement à la pointe d'un coûteau aimanté. Mais de plus quelques-uns de ces morceaux qui avoient été fondus & qui pouvoient se réduire en poudre, recevoient très-bien la vertu magnetique, étant touchez avec une bonne pierre d'Aiman, & soûtenoient beaucoup de limaille.

Nous voyons par-là que le feu qui fond le fer ne lui ôte pas sa nature de fer, quoiqu'il ne soit plus en apparence qu'une pierre après avoir été fondu & entierement consumé. Il n'y a point ou très-peu de mine de fer en masse ou pierre ferrugineuse qui ne soit un Aiman, ce qu'on connoîtra facilement en présentant de plusieurs côtez la pierre de mine à une aiguille de boussole, comme nous avons déja dit ; & quoique ces sortes de pierres donnent la marque d'un veritable Aiman, elles n'auront pas quelquefois la force de soûtenir de très-petits grains de limaille.

Nous avons entre les mains depuis quelques années une grosse pierre d'Aiman qui pese près de 100 livres, & dont la matiere ne paroît pas fort excellente, quoique passablement bonne dans ses effets, puisqu'elle détourne une aiguille de boussole à six piez ½ de distance, ce qui fait voir qu'elle a autour d'elle une sphere de 13 piez de diamêtre. Nous l'avons arondie en partie, & les plus grandes inégalitez ont été remplies avec du ciment de plâtre de la couleur de la pierre, qui paroît d'un marbre gris

assez

aſſez dur & mêlé de parties métalliques. Cette boule a près d'un pié de diamêtre.

Nous en avons cherché les Poles, qui ſe ſont trouvez dans deux points diametralement oppoſez ; & nous avons tracé un Equateur, qui a été diviſé de 30° en 30° pour y faire paſſer des Meridiens, afin d'y obſerver avec plus d'exactitude les differentes declinaiſons de l'aiguille. Nous avons auſſi marqué ſa declinaiſon dans tous les points où les Meridiens coupent l'Equateur, & l'on voit que dans un certain eſpace elle eſt Oueſt, dans un autre Eſt, & dans pluſieurs points o. On a trouvé la plus grande de ces declinaiſons de 26°. Enſuite nous avons remarqué que l'aiguille n'avoit point de declinaiſon en trois endroits ſur le cercle Polaire Septentrional ; & en ſuivant tous les points où l'aiguille étoit ſans declinaiſon, on a eu deux lignes differentes, dont l'une commençoit à ce Polaire, & y revenoit enſuite par un cercle Meridien, après être deſcendue juſqu'à 10° environ au-delà de l'Equateur, & avoir parcouru parallelement à ce cercle un eſpace à peu près de 110°. L'autre qui commence aſſez proche de la premiere dans le troiſiéme point ſur le même Polaire, fait d'abord pluſieurs détours proche de ce cercle, & enſuite prend ſon cours aſſez Nord & Sud, & en faiſant encore quelques détours coupe l'Equateur & va ſe terminer au Polaire Meridional.

Toutes ces declinaiſons differentes & ces lignes où il n'y en a point, ont beaucoup de rapport avec ce qu'on a obſervé ſur le Globe terreſtre.

On pourra connoître par toutes les experiences que nous venons de rapporter, que les diffe-

differentes declinaiſons de l'Aiman qu'on remarque ſur le Globe terreſtre, ne viennent que des matieres magnetiques diſpoſées en differentes manieres dans la terre, comme on peut juger qu'elles ſont dans nôtre Globe d'Aiman. Car nous ne pouvons pas douter que le tourbillon de la matiere magnetique n'ait été la cauſe premiere de tous les Aimans, puiſqu'il en produit encore tous les jours de nouveaux; & ſi cette matiere a pû prendre tant de differens détours en formant nôtre pierre dans ſa mine, elle n'en prend pas moins dans tout le Globe; & s'il pouvoit arriver à nôtre Aiman des changemens ſemblables à ceux qui peuvent ſe faire dans la terre par la deſtruction des matieres aimantées & par la formation de nouvelles où il n'y en avoit point auparavant, on remarqueroit ſur cet Aiman dans la ſuite des temps des variations ſemblables à celles qui arrivent au cours de la matiere magnetique ſur la terre.

SUR LA CONDENSATION ET DILATATION DE L'AIR.

Par M. DE LA HIRE le fils.

* M. *Mariotte* a fondé la Regle générale qu'il a donnée pour trouver les differentes condenſations de l'air par des poids donnez

* 6. Mai 1705.

nez sur une experience qu'il rapporte d'abord, laquelle est confirmée par trois autres qui sont ensuite, & qu'il a faites dans un tuyau de verre recourbé, dont une des branches qui avoit un pied étoit scelée hermetiquement, & l'autre étoit aussi grande qu'on vouloit. Il mettoit ensuite du mercure dans ce tuyau, & continuoit l'experience comme on la peut voir aux pages 140 & suivantes de son *Traité du Mouvement des Eaux*, & ses experiences lui ont donné lieu d'établir une Regle générale, & d'avancer que la condensation de l'air suivoit la proportion des poids.

Mon Pere a donné aussi à l'Academie, il y a plusieurs années, une Regle générale pour la condensation & dilatation de l'air, qu'il avoit tirée de la seule supposition commune, *que l'air est pesant & capable de ressort.*

Il fit plusieurs experiences pour connoître dans quelle proportion un ressort, pris dans un état moyen d'extension, s'étendoit étant chargé de differens poids, & il trouva que ses extensions étoient en raison directe des poids: mais ayant voulu voir aussi comment un ressort se resserroit, il trouva que ses condensations n'étoient plus en raison directe, mais en raison réciproque de ces mêmes poids; ce qui paroît assez aisé à comprendre, si l'on considere que dans l'extension à proportion que les poids augmentent, les ressorts augmentent aussi de volume, & au contraire dans la condensation ils en diminuent. Ce fut donc sur ces experiences qu'il établit sa Regle generale, qui se trouve entierement conforme à celle de M. *Mariotte*, & aux experiences qu'en a fait dernierement M. *Amontons* en présence de l'Academie,

comme on le peut voir dans la petite Table ſuivante où ſont ſes experiences, & vis-à-vis ce que donne le calcul par la Regle.

TABLE

Elevation du mercure dans le tuyau.	Condenſation de l'air par l'experience.	Condenſation de l'air par le calcul.
6 pouces	9 parties & $\frac{5}{9}$	9 parties & $\frac{7}{9}+\frac{108}{135}$
12	8 $\frac{2}{9}$	8 $\frac{3}{9}+\frac{63}{159}$
14	7 $\frac{7}{9}$	7 $\frac{8}{9}+\frac{131}{167}$
18	7 $\frac{1}{9}$	7 $\frac{2}{9}+\frac{93}{183}$
24	6 $\frac{2}{9}\ \frac{1}{2}$	6 $\frac{3}{9}+\frac{189}{207}$
30	5 $\frac{6}{9}$	5 $\frac{6}{9}+\frac{207}{231}$
36	5 $\frac{1}{9}\ \frac{1}{2}$	5 $\frac{2}{9}+\frac{3}{255}$
42	4 $\frac{6}{9}$	4 $\frac{6}{9}+\frac{270}{279}$
48	4 $\frac{3}{9}$	4 $\frac{3}{9}+\frac{171}{303}$

OBSERVATION

Sur les reins d'un Fœtus humain de neuf mois.

Par M. LITTRE.

* CE fœtus étoit gros & gras; toutes ſes parties étoient ſaines & avoient leur conformation ordinaire, excepté les reins. Il étoit mort dans le ventre de ſa mere pendant le travail de l'accouchement, qui fut fort long & fort laborieux.

Les

27. Mai 1705.

Les deux reins étoient plus grands qu'à l'ordinaire, & leur membrane commune étant levée ils ressembloient à une grape de raisin*, c'est-à-dire, qu'ils étoient tout composez de vesicules membraneuses de differente grosseur, de figure ronde ou ovale, serrées les unes contre les autres par la membrane propre de ces viscetes, & pleines d'une liqueur semblable à de l'eau un peu épaisse & d'une odeur urineuse.

Les veines & les arteres émulgentes au dedans & au dehors des reins, étoient plus grosses que de coûtume. Les ureteres, depuis la vessie jusqu'à un pouce près des reins, étoient creux à l'ordinaire, & avoient une ligne & demie de diamêtre †. Le pouce restant étoit tout à fait solide, & n'avoit qu'un quart de ligne de grosseur. Les parois du bassinet dans les deux reins, à l'endroit du centre, étoient fortement colées ensemble de la largeur de quatre lignes: le reste des deux bassinets étoit creux, & rempli de la même liqueur que les vesicules.

Je séparai ensuite la membrane propre de chaque rein, pour en découvrir la veritable structure.

‡ Les vesicules, qui composoient ces visceres, étoient attachées les unes aux autres par plusieurs sortes de vaisseaux. Il se portoit à chacune au moins un rameau de veine, d'artere & de nerf, qui s'y divisoit en d'autres plus petits, & ceux-ci en quantité de capillaires, qui embrassoient la vesicule de toutes parts, & quelques-uns communiquoient entr'eux en plusieurs endroits.

⸸ Le diamêtre de ces vesicules étoit depuis une

* 4. Fig. † *D.E.N.O.* ‡ 5. Fig. ⸸ *C.*

une demi-ligne jusqu'à six. Les petites étoient opaques & rougeatres, & plus à proportion qu'elles étoient plus petites. Les grosses étoient diaphanes & blanches, & plus à proportion qu'elles étoient plus grosses. Les unes & les autres avoient leurs parois plus minces selon qu'elles étoient plus grosses.

Les petites vesicules étoient rougeatres, & les grosses, blanches; parceque les rameaux des vaisseaux sanguins étoient plus gros & plus près les uns des autres dans les premieres que dans les secondes.

Les petites étoient opaques, & les grosses transparentes; parceque les parois des petites étant épaisses & les parois des grosses étant minces, la direction des pores étoit droite dans celles-ci, & ne l'étoit pas dans celles-là.

Enfin les petites vesicules avoient leurs parois plus épaisses que les grosses; parce qu'ayant été peu dilatées, elles avoient peu perdu de leur premiere épaisseur: au lieu que les grosses contenant beaucoup de liqueur dans leur cavité, leurs parois étoient devenues fort minces à force de s'étendre.

Il partoit de chaque vesicule de ces reins du côté du bassinet, un vaisseau plus gros que les autres, qui avoit une demi-ligne de diamétre dans les plus grosses, & à proportion dans les plus petites. Ce vaisseau se portoit vers le bassinet, il se joignoit, après une à deux lignes de chemin, à quelques-uns de ceux qui venoient des vesicules voisines, & formoit avec eux un tuyau commun, qui se terminoit immédiatement dans la cavité du bassinet. C'est sans doute à cause de la communication de ces conduits urinaires, qu'en soufflant dans la cavité d'une

vesi-

veſicule, j'en faiſois enfler pluſieurs autres des voiſines: car les parois du baſſinet dans ce fœtus étant colées enſemble à l'endroit de ſon centre, comme j'ai dit, une partie de l'air pouſſé par le ſouffle ne pouvant paſſer dans l'uretere, étoit obligé de refluer dans les autres veſicules voiſines, dont le conduit particulier concouroit à la formation d'un conduit urinaire commun.

La ſuperficie exterieure de ces veſicules étoit un peu inégale, & l'interieure très-unie & percée d'un grand nombre de petits trous, dont pluſieurs étoient ſenſibles ſans le ſecours des loupes. Il ſuintoit par ces trous une liqueur aqueuſe, lorſque je preſſois les parois des veſicules.

Chaque veſicule étoit compoſée de deux membranes. L'exterieure étoit plus mince, & d'un tiſſu moins ſerré que l'interieure. * Je remarquai entre ces deux membranes des fibres charnues, diſpoſées en maniere de rezeau: les intervalles des mailles étoient remplis de petits ſacs rouges, pleins de ſang, de figure ovale, où ſe terminoient pluſieurs ſortes de vaiſſeaux capillaires. On obſervoit par le moyen d'une loupe, qu'il ſortoit un conduit fort petit de chacun de ces ſacs; que quatre ou cinq de ces conduits ſe joignant enſemble vers leur fin, en formoient un commun qui aboutiſſoit à un des trous, dont la membrane interieure des veſicules étoit percée, & qui par conſéquent n'étoient autre choſe que ſon embouchure. La jonction des conduits particuliers de pluſieurs ſacs étoit cauſe qu'on appercevoit ſans loupe les trous de la membrane interieure des veſicules.

* FIG. VII.

Voilà la description des reins du fœtus dont il s'agit. Voici quelques conséquences qu'on peut tirer, ce me semble, de cette description.

La premiere conséquence est, que les reins ne sont naturellement autre chose qu'un amas de vesicules garnies de petits sacs glanduleux, qui séparent la matiere de l'urine, du sang qui leur est sans cesse porté par les arteres émulgentes; parceque les vesicules, qui composoient les reins de ce fœtus, avoient séparé de son sang l'urine qu'elles contenoient, qui est l'unique usage des reins; & que d'ailleurs elles n'avoient rien d'extraordinaire que leur grosseur, qui étoit devenue excessive par la grande quantité d'urine, qui faute d'une issue libre, s'étoit amassée dans leur cavité, & en avoit extrémement dilaté les parois.

La seconde conséquence est, que les reins des fœtus humains séparent du sang une assez grande quantité d'urine, pour soupçonner avec raison que ces fœtus pissent dans la cavité de l'amnios, ou que leur urine passe de la vessie par l'ouraque dans une espece d'allantoïde, où elle est en réserve jusqu'au temps de l'accouchement.

La troisiéme conséquence est, que les vesicules des reins de ce fœtus avoient trois sortes de conduits urinaires. Les premiers, qui étoient très-petits & en fort grand nombre, appartenoient aux petits sacs contenus entre les membranes des vesicules, & s'ouvroient dans leur cavité. Les seconds, incomparablement plus gros que les premiers, sembloient n'être autre chose, qu'une production des vesicules *; plusieurs de ceux-ci s'unissant entr'eux, après une

à

* FIG. VI.

à deux lignes de chemin, compoſoient les troiſiémes conduits urinaires, qui ſe terminoient immédiatement dans la cavité du baſſinet, & formoient les mammelons des reins en ſe joignant pluſieurs enſemble.

La quatriéme conſéquence eſt, que les petits ſacs contenus entre les deux membranes des veſicules ſont glanduleux, & les uniques filtres de l'urine ; que le conduit qui va de ces ſacs dans la cavité des veſicules, en eſt le canal excretoire, dont l'uſage eſt de porter dans cette cavité l'urine qu'ils reçoivent des petits ſacs glanduleux à meſure qu'elle y eſt filtrée. Cette filtration eſt occaſionnée par l'impulſion du ſang, par le reſſort des ſacs glanduleux, & par la conſtruction des fibres charnues des veſicules, dont ces ſacs ſont environnez.

La cinquiéme conſéquence eſt, que l'urine tombée dans la cavité des veſicules, s'écoule par leur conduit particulier dans celle du baſſinet. Cet écoulement ſe fait par l'impulſion du ſang, par la liquidité & la peſanteur de l'urine, par l'action des fibres charnues placées entre les deux membranes des veſicules, par la contraction alternative des muſcles du ventre & du diaphragme, & par l'agitation du corps.

La ſixiéme conſéquence eſt, que l'urine a trois receptacles, ſavoir les veſicules des reins, leur baſſinet & la veſſie urinaire. Les veſicules des reins ſont le premier receptacle de l'urine, les baſſinets le ſecond, & la veſſie le troiſiéme. Les deux premiers receptacles ſont toûjours ouverts, afin que l'urine ayant toûjours ſon cours libre, ne porte jamais aucun obſtacle à ſa filtration. Ainſi le ſang peut ſe débarraſſer de cette liqueur, toutes les fois qu'elle

ne lui eſt d'aucun uſage. Le troiſiéme receptacle au contraire eſt très-exactement fermé par un muſcle ſphincter ſitué à ſon cou, & retient l'urine juſqu'à ce que par ſa quantité où par ſa qualité étant devenue à charge à la nature, elle détermine les fibres charnues du corps de ce receptacle à ſe mettre en contraction pour forcer le ſphincter à lui donner paſſage. Par cette méchanique l'homme & les animaux ſe trouvent à couvert de la fatigue, de l'incommodité & de la mal-propreté où ils ſeroient continuellement expoſez, ſi l'urine s'écouloit de leur veſſie à meſure qu'elle y ſeroit verſée par les ureteres.

La ſeptiéme conſéquence eſt, que la ſtructure des glandes, que je propoſe à l'occaſion des reins dont je viens de parler, eſt plus favorable pour la filtration des humeurs, & répond mieux à la grandeur & à la ſageſſe de l'Auteur de la nature, que toutes celles qu'on nous a données juſqu'ici.

1°. Par cette ſtructure les petits ſacs glanduleux ſe trouvent beaucoup plus à couvert de l'action des cauſes qui peuvent les détruire, & plus fortement maintenus dans leur ſituation naturelle: car outre les membranes communes qui les envelopent, ils ſont encore exactement renfermez entre deux membranes, dont le tiſſu eſt fort denſe & fort ſerré.

2°. Le nombre de ces petits ſacs eſt incomparablement plus grand, par conſéquent les glandes qui en ſont compoſées doivent filtrer une quantité de liqueur incomparablement plus grande; d'autant plus que les fibres charnues, dont ces ſacs ſont environnez, facilitent & hâtent par leurs contractions réïterées

la séparation des humeurs separables.

3°. Les humeurs séparées sont beaucoup plus sûrement conduites jusqu'à leurs receptacles, puisque les conduits excretoires des sacs glanduleux sont fort courts & contenus dans l'épaisseur d'une membrane très-compacte, & qu'ils se terminent dans la cavité des vesicules qui est assez ample pour recevoir la liqueur qu'ils y déposent, & qui d'ailleurs est toûjours ouverte pour la laisser couler, afin qu'il n'y arrive jamais d'engorgement. Tous ces avantages que la structure particuliere des reins, que je propose, a pardessus l'ordinaire, nous doit porter à croire qu'elle est la même dans les autres glandes du corps; parce-qu'elle est commode, sûre & favorable, & que d'ailleurs la nature est uniforme dans ses operations.

La huitiéme conséquence est, que cette structure de glandes supposée, on comprend aisément.

1°. Que les especes des petites bouteilles pleines d'autre liqueur que de sang, qu'on observe aux endroits des glandes, & dont on n'a encore qu'une idée confuse, ne sont autre chose que des vesicules dont ces glandes sont composées, & qui ont été extrêmement dilatées.

2°. Comment ces bouteilles se forment; car dès qu'il se trouvera dans le conduit particulier d'une vesicule une obstruction, un resserrement, un affaissement, &c. insurmontable au mouvement de la liqueur qui y coulera, ou que cette liqueur sera trop épaisse ou trop visqueuse; alors ils faudra necessairement qu'elle s'arrête & qu'elle s'amasse peu à peu dans la

cavité de la veſicule ; qu'elle dilate à pro[...] tion ſes parois ; que la dilatation continue p[...] dant la vie de l'animal, puiſque ce qui la ca[...] agit toûjours durant ce temps-là ; que ce[...] dilatation ſe faſſe ſans que la veſicule ſe ro[...] pe ; parcequ'elle contient dans ſa cavité, h[...] mecte & amolit ſes membranes, & les diſpo[...] à prêter & à ſe laiſſer étendre ſans rompre.

Or dans les reins de ce fœtus, les parois de[...] baſſinets & des ureteres, qui ſont la ſeule voie par où s'écoule l'urine filtrée par les ſacs glanduleux des reins, étoient ſi étroitement unies enſemble, que ni les liqueurs les plus ſpiritueuſes, ni même l'air pouſſé par le ſouffle, n'y trouvoient aucun paſſage, par conſéquent l'urine, qui eſt une liqueur épaiſſe, n'y en pouvoit nullement trouver.

EXPLICATION DES FIGURES.

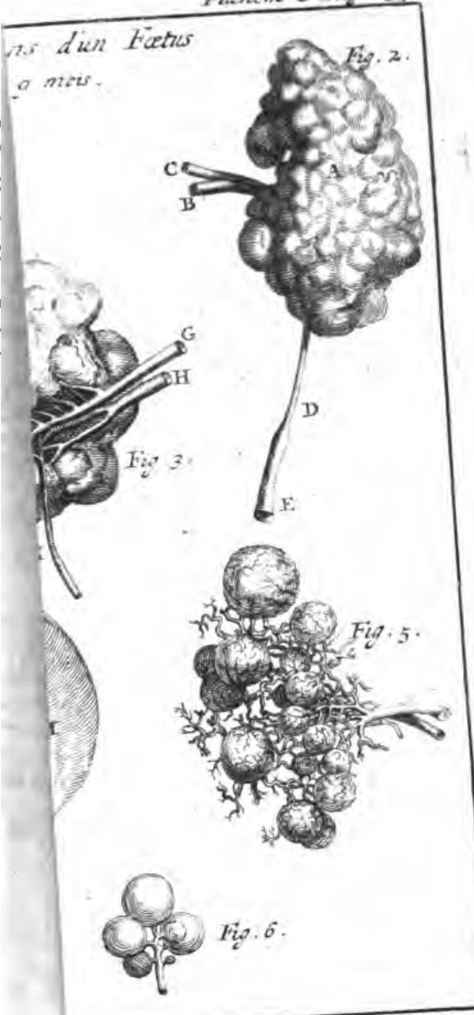
Premiere & ſeconde Figures.

AA. LEs Reins droit & gauche, revêtus de leurs Membranes propres, & vûs par devant.
BB. Les Veines Emulgentes.
CC. Les Arteres Emulgentes.
DD. Les Ureteres en leurs parties, rétrecies & ſolides.
EE. Suite des Ureteres gros & creux à l'ordinaire.

Troiſiéme Figure.

F. Le Rein revêtu de ſa Membrane propre, & vû par derriere.

G. L'Ar-


...ns d'un Fœtus
...o mois.
Fig. 2.
A
B
C
D
E
G
H
Fig 3.
Fig. 5.
Fig. 6.

G. L'Artere Emulgente.
H. La Veine Emulgente.
I. L'Uretere dans sa partie étroite & solide.

Quatriéme Figure.

L. Le Rein dépouillé de sa membrane propre.
M. Interieur de la Membrane.
N. La partie solide de l'Uretere.
O. L'autre partie ouverte.

EXPERIENCES SUR LA RAREFACTION DE L'AIR.

Par M. AMONTONS.

* J'Ai empli de mercure le tube de 46 pouces, dont je me suis servi ci-devant : il y en est entré 7 onces 7 gros 8 grains.

J'ai aussi empli pareillement de mercure un autre tube, dont un bout se terminoit en une grosse olive de la figure d'un cervelas : il y en est entré 87 onces 6 gros.

L'olive en particulier, jusqu'à son insertion au tube, en contenoit autant qu'un tube de pareille grosseur que celui de 46 pouces, & de 475 pouces 5 lignes ¼ de longueur. Le reste du tube, qui avoit 29 pouces de long, en contenoit

* 10. Juin 1705.

noit autant que 36 pouces 6 lignes ½ du même tube de 46 pouces.

Ainsi tout le tube avec son olive en representoit un égal de 511 pouces 8 lignes $\frac{2}{71}$ de long, & pareil en grosseur à celui de 46 pouces.

Le tube à olive étant plein de mercure, j'ai fait le renversement à l'ordinaire, excepté que de peur d'échauffer l'olive & ce qu'elle contenoit, je l'ai toûjours maniée avec un linge: ce que j'ai observé dans toutes les experiences qui suivent.

Le bout d'embas trempoit d'un pouce dans le mercure, qui regorgeoit par dessus les bords de la porcelaine à mesure que l'olive se vuidoit; & le mercure s'est enfin arrêté dans le tube 28 pouces au-dessus du mercure de la porcelaine: ce qui marquoit que l'atmosphere étoit alors égale à ces 28 pouces.

Pendant l'évacuation de l'olive, j'ai remarqué le long du tube beaucoup de bulles d'air d'une grosseur considerable, qui faisoient effort pour monter, & qui n'en étoient empêchées que par la descente continuelle du mercure: car enfin elles monterent & gagnerent l'olive lorsqu'il cessa de descendre. Il m'a paru que cet air étoit celui dont le mercure se purgeoit.

Pour voir si cet air n'alteroit point la hauteur du mercure, je repetai l'experience avec le tube de 46 pouces; & le mercure s'y arrêta pareillement 28 pouces au-dessus du mercure de la porcelaine.

* Aprés m'être assuré du poids de l'atmosphere, je remplis derechef le tube à olive: aprés quoi j'en fis ressortir un peu de mercure,

que

* 1re. Experience.

que je versai dans le tube de 46 pouces pour voir quelle hauteur il y occuperoit. C'est ainsi que je connus que l'air que je laissois dans le tube, égaloit 2 pouces 6 lignes du tube de 46 pouces, & ainsi des autres ; soit qu'après avoir empli entierement le tube je mesurasse le mercure que j'en faisois sortir, ou que sans l'emplir je mesurasse celui que j'y mettois en le soustrayant de la totale capacité du tube.

Le volume naturel étant donc de 2 pouces 6 lignes ; le renversement fait, le mercure s'arrêta 2 lignes plus bas que les 28 pouces, c'est-à-dire 27 pouces 10 lignes au-dessus du mercure de la porcelaine : ainsi ces 2 pouces 6 lignes étoient répandus dans un espace plus de 190 fois aussi grand que celui qu'ils occupoient d'abord, & ils conservoient encore un ressort de 2 lignes.

(a) Ayant laissé 18 pouces 7 lignes d'air ; le renversement fait, le mercure est resté 1 pouce 1 ligne plus bas que les 28 pouces, qui seront dorénavant le terme d'où je compterai toûjours l'abaissement du mercure.

(b) Ayant laissé 36 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$ d'air ; le mercure est resté 2 pouces 1 ligne $\frac{1}{3}$ plus bas.

(c) Ayant laissé 465 pouces 8 lignes $\frac{2}{71}$ d'air, c'est-à-dire, n'ayant mis du mercure que plein le tube de 46 pouces ; il s'est arrêté 25 pouces 9 lignes $\frac{1}{4}$ plus bas.

(d) Ayant mis du mercure deux fois plein le tube de 46 pouces ; le mercure est resté 23 pouces 9 lignes plus bas.

(e) Ayant mis du mercure 3 fois plein le tube de

(a) 2. Exper. (b) 3. Exper. (c) 4. Exper. (d) 5. Exp. (e) 6. Exper.

dilaté est plus petite que la veritable grandeur de ce volume ; l'experience paroîtra déja s'éloigner de l'hypothese par l'erreur particuliere de cette mesure, en donnant ce volume dilaté plus petit que le calcul. J'avoue que s'il n'y avoit point d'autre erreur à craindre, cela ne meriteroit pas qu'on y fît attention, d'autant plus que c'est l'usage ordinaire.

Mais si, outre que le volume dilaté a été mesuré plus petit qu'il n'est, la mesure du volume naturel est prise plus grande qu'elle n'est veritablement; cette seconde erreur, après le renversement fait, ajoûtera encore au volume dilaté du calcul une grandeur qui rendra la difference du calcul & de l'experience encore plus considerable.

Que si encore la mesure de l'atmosphere est prise moindre que le poids de l'atmosphere, un même poids causant plus de changement sur un volume d'air fort dilaté, que sur la même quantité d'air moins dilatée; le calcul par cette raison donnera encore le volume dilaté plus grand que l'experience.

Enfin, si en mesurant le tube, sa mesure est prise plus grande que sa grandeur veritable; cela augmentera encore dans le calcul la grandeur du volume dilaté.

A cause de ces quatre erreurs de mesure, qui ne sont point erreurs d'hypothese, il me paroissoit que le volume dilaté, trouvé par le calcul, pouvoit differer assez sensiblement de celui de l'experience, sans qu'on en pût rien conclure contre la verité de l'hypothese.

Au contraire, il me paroissoit que cela jettoit dans l'impossibilité de distinguer d'où la difference entre le calcul & l'experience pouvoit

voit provenir, à moins que l'experience ne s'éloignât considerablement de l'hypothese : car alors il faudroit conclure contre l'hypothese, les mesures ne s'éloignant de la verité que de parties peu considerables, & ne pouvant par cette raison produire une difference fort grande.

Je croyois donc que tant que la difference du calcul & de l'experience seroit peu considerable, il étoit comme impossible de dire si elle procedoit de l'erreur des mesures, qui par la nature de la chose se rejettent toutes à la fois les unes sur les autres, ou de la fausseté de l'hypothese.

Mais nonobstant tout cela, quelques personnes très-habiles de la Compagnie, au jugement desquels je dois déferer, ayant estimé que l'on peut supposer pour absolument vraies les mesures de l'atmosphere, celles du volume naturel, & la longueur du tube, je ne soûtiendrai pas davantage le contraire, & je veux bien supposer avec eux que ces grandeurs sont vraies.

Sur ce pied, la difference qu'il y aura entre le produit du volume dilaté par sa charge, sera la difference qu'on devra croire être entre l'hypothese & l'experience : quoique si mon sentiment eût eu lieu, tout ce qu'on en auroit dû conclure, c'est que ces produits étant à peu près égaux, ce seroit une grande induction pour croire que l'hypothese & l'experience ne s'écartent pas l'un de l'autre.

DES

DES ECUMES PRINTANIERES.

Par M. POUPART. *

ON voit naître au Printemps certaines Ecumes blanches qui s'attachent indifferemment à toutes sortes de plantes. On peut les appeller *Printanieres*, parce qu'elles paroissent au Printemps, plutôt ou plus tard selon que la saison est plus ou moins avancée.

Plusieurs Naturalistes ont parlé de ces Ecumes sans en avoir connu la cause. Ceux qui ont recours à la Physique générale croient que ce sont des vapeurs qui s'élevent de quelques terres par la chaleur du Printemps, & vont s'attacher aux plantes qu'elles rencontrent. Ils apportent pour raison qu'on voit quelquefois un petit espace de terre dont les plantes sont parsemées de ces Ecumes, & qu'ensuite on feroit dix lieues sans en pouvoir trouver d'autres; ce qui fait voir qu'il n'y a que certaines terres propres à former ces Ecumes.

Isidore de *Seville* croit que ces Ecumes sont des crachats de Coucou. Cette pensée peut lui être venue de ce qu'elles ressemblent à de petits crachats, ou de ce qu'elles naissent lorsque le

* 10. Juin 1705.

le Coucou commence à paroître, & de ce qu'elles disparoissent environ le temps qu'il se retire, ou enfin de ce qu'en volant d'un lieu dans un autre, il fait quelquefois un ralement avec la gorge comme s'il vouloit cracher.

Quelques-uns pensent que c'est le suc des plantes qui s'extravase, & *Moufet* dit que c'est une rosée écumeuse.

Swamerdam est de tous les Naturalistes celui qui a le mieux connu ces Ecumes. Il prétend que ce sont des Sauterelles qui les font avec la bouche. Il a eu raison de dire que ce sont ces petits animaux qui les font ; mais ce n'est pas avec la bouche : ainsi il n'en a parlé que par conjecture.

Je pourrois rapporter plusieurs autres pensées que l'on a eues sur ces Ecumes : mais comme elles sont toutes fausses, je ne m'y arrêterai pas davantage. Voici comme la chose se passe.

On voit pendant l'Eté certaines Sauterelles que les Naturalistes ont appellées Sauterelles-puces, à cause qu'elles sont fort petites, & qu'elles sautent comme des puces. Leurs pieds de derriere n'excedent pas la hauteur de leur dos, comme font ceux des autres Saturelles : Ils sont toûjours pliez sous le ventre comme ceux des puces, ce qui fait qu'elles sautent fort vîte & sans perdre de temps, parcequ'il n'y en a point entre leurs sauts.

J'ai déja fait remarquer dans le *Journal des Savans* du Lundi 10 Août de l'année 1693, que ces petites Sauterelles ont un aiguillon roide & fort pointu, avec lequel elles tirent le suc des plantes.

Cette petite remarque est curieuse, parcequ'il n'y a que ces especes de Sauterelles qui aient un ai-

aiguillon. Toutes les autres qui nous ſont connues ont une bouche, des levres & des dents, avec leſquelles elles mangent les herbes, & même la vigne.

Vos locuſtæ . . . .
Ne meas lædatis vites : ſunt enim teneræ.

Nos Sauterelles puces font des œufs, d'où il ſort au Printemps d'autres petites Sauterelles, qui ſont envelopées pendant quelque temps d'une fine membrane. Cette membrane eſt un fourreau qui a des yeux, des pieds, des aîles & d'autres organes, qui ſont les étuis de ſemblables parties du petit animal qu'elles renferment. Quand il ſort de ſon œuf, il paroît comme un petit ver blanchâtre, qui n'eſt pas plus gros que la pointe d'une aiguille. Quelques jours après il devient couleur de verd de pré, que le ſuc des plantes dont il ſe nourrit, pourroit bien lui communiquer. Alors il reſſemble preſque à un petit crapaut ou à une grenouille verte qui monte ſur les arbres, & qu'on appelle pour cette raiſon *Rana arborea*, c'eſt-à-dire, grenouille d'arbre. Quoique cet inſecte ſoit envelopé d'une membrane, il ne laiſſe pas de marcher fort vîte & hardiment, mais il ne ſaute & ne vole point qu'il n'ait quitté ſa pellicule.

Auſſi-tôt qu'il eſt ſorti de ſon œuf, il monte ſur une plante qu'il touche avec ſon anus pour y attacher une goutelette de liqueur blanche & toute pleine d'air. Il en met une ſeconde auprès de la premiere, puis une troiſiéme, & il continue de la ſorte juſqu'à ce qu'il ſoit tout envelopé d'une groſſe écume, dont il ne ſort point qu'il ne ſoit devenu un animal parfait, c'eſt-à-dire, qu'il ne ſoit délivré de la membrane qui l'environne.

Pour

Pour jetter cette écume, il fait une espece d'arc de la moitié de son corps, dont le ventre devient la convexité; il recommence à l'instant un autre arc opposé au premier, c'est-à-dire que son ventre devient concave de convexe qu'il étoit. A chaque fois qu'il fait cette double compression, il sort une petite écume de son anus, à laquelle il donne de l'étendue en la poussant de côté & d'autre avec ses pieds.

J'ai mis sur une jeune Mente plusieurs de ces petites Sauterelles: les feuilles sur lesquelles elles firent leurs écumes ne grandirent point, & celles qui leur étoient opposées devinrent de leur grandeur naturelle. Cela fait voir que ces insectes vivent du suc des plantes tandis qu'ils sont dans leurs écumes.

Quand la jeune Sauterelle est parvenue à une certaine grandeur, elle quitte son envelope qu'elle laisse dans l'écume, & elle saute dans la campagne.

Cette écume la garantit des ardeurs du Soleil qui la pourroient dessecher. Elle la préserve encore des araignées qui la suceroient, comme je l'ai vû arriver quelquefois.

On dit à la campagne que ces écumes sont un présage de beau temps: mais c'est qu'elles n'y paroissent que quand le temps est beau, le mauvais temps les détruit.

NOU-

NOUVELLES CONSTRUCTIONS ET CONSIDERATIONS

Sur les Quarrez Magiques avec les Demonstrations.

Par M. DE LA HIRE.

* J'AI communiqué autrefois à l'Academie quelques Constructions que j'avois trouvées pour les Quarrez Magiques, & principalement pour les pairs; & je m'étois contenté alors de donner des regles simples & faciles à pratiquer, pour ranger les nombres d'un Quarré naturel & en progression arithmetique, dans un ordre qu'on appelle Magique, ensorte que toutes les bandes tant horizontales que verticales & diagonales fissent une même somme. J'avois aussi trouvé dans ce temps-là d'autres nombres, qui étant rangez dans un certain ordre, avoient quelque rapport aux Quarrez Magiques. Mais à l'occasion de ce qui a été publié depuis peu sur ces sortes de Quarrez, j'ai repris ce travail; & j'ai trouvé enfin une methode générale qui comprend toutes les Cons-

* 13. Juin 1705.

Constructions differentes qu'on a données jusqu'ici, lesquelles n'en sont que des cas particuliers, & j'en rapporte la démonstration qui est très-simple. Je ne parlerai présentement que des Quarrez dont la Racine est impaire, réservant les autres pour un autre temps.

PROPOSITION I.

Soit un Quarré de cellules dont la racine est impaire, comme sept. Et soit proposé sept nombres tels qu'on voudra & dans quel ordre on voudra, lesquels il faut placer dans les cellules de ce Quarré, ensorte qu'ils fassent une même somme dans toutes les bandes horizontales, verticales & diagonales, & qu'ils ne soient point repetez dans aucune de ces bandes.

Soient les nombres pris à volonté, & dans quelque ordre que soit 10, 5, 3, 9, 13, 8, 11.

Je place d'abord ces nombres dans la bande des cellules horizontale & superieure, en commençant à gauche & en allant vers la droite, comme on les voit dans la figure du quarré.

Je mets ensuite dans la seconde bande horizontale en descendant les mêmes nombres & dans le même ordre; mais il faut que le premier de cette bande soit le second de l'ordre proposé après le premier de la bande superieure, & ce sera 3 qui est le troisiéme de l'ordre, & continuant ensuite à remplir cette bande avec les nombres dans l'ordre proposé, en recommençant au premier quand on est venu au dernier.

On fera la même chose pour la troisiéme bande horizontale en descendant, en commençant au second nombre de l'ordre après celui qui

10	5	3	9	13	8	11
3	9	13	8	11	10	5
13	8	11	10	5	3	9
11	10	5	3	9	13	8
5	3	9	13	8	11	10
9	13	8	11	10	5	3
8	11	10	5	3	9	13

qui a commencé la bande immédiatement ſuperieure, & continuant enſuite à placer tous les nombres de l'ordre.

Par ce moyen on remplira toutes les cellules du Quarré avec les nombres propoſez enſorte que les mêmes nombres ne ſe trouveront point repetez deux fois dans aucune des bandes horizontales, verticales, ni diagonales, & par conſéquent la ſomme de tous ces nombres dans toutes ces bandes ſera égale, laquelle eſt ici 59.

DEMONSTRATION.

1°. Il eſt évident que toutes les bandes horizontales auront chacune tous les nombres de l'ordre propoſé ; mais les verticales les auront auſſi, & ils n'y ſeront point repetez. Car par la conſtruction dans chaque bande verticale, les nombres y ſeront toûjours les deuxiémes de ſuite dans ceux de l'ordre ; & puiſque le nombre de l'ordre eſt impair, il s'enſuit que le nombre 2 ne pouvant pas diviſer exactement celui de l'ordre, les ſept nombres de l'ordre doivent s'y trouver.

2°. Maintenant pour ce qui eſt des bandes diagonales, ſi l'on conſidere d'abord celle qui va en deſcendant de gauche à droite, & qui eſt ici 10, 13, où les nombres de ſuite ſont 10, 9, 11, &c. on voit que puiſque le nombre qui eſt immédiatement au-deſſous d'un autre dans la même bande verticale, eſt le ſecond après celui

celui qui est au-dessus, comme 3 au-dessous de 10, & que 9 qui est dans la même horizontale que 3, suit immédiatement 3 dans l'ordre proposé, le nombre 9 qui sera au dessous de 10 suivant la diagonale sera le troisiéme après 10 dans l'ordre proposé.

Ce sera la même démonstration pour le nombre 11 qui suit 9; car le nombre 8 qui est au-dessous de 9, est le second après 9 dans l'ordre proposé, & le nombre 11 suit le nombre 8; donc le nombre 11 sera le troisiéme après 9. Mais comme ce sera la même chose pour tous les autres, & que la racine du Quarré proposé est un nombre non divisible par trois, il s'ensuit que tous les nombres de la bande diagonale seront ceux de l'ordre proposé.

COROLLAIRE

Pour cet Article de la Démonstration.

Il s'ensuit de-là que si la racine proposée impaire étoit un multiple de 3, comme 9, 15, 21, &c. les nombres de cette bande reviendroient les mêmes après 3, 5, 7, &c. qui sont les quotiens de la division de la racine par 3; & par conséquent cette bande seroit fausse, à moins que ces nombres 3, 5, 7, &c. répetez trois fois dans la bande ne fussent égaux au tiers de la somme des nombres de l'ordre.

3°. Il reste encore à faire la démonstration pour l'autre bande diagonale 11, 8 qui descend de droite à gauche. Nous avons déja dit que le nombre 10 qui est au-dessous de 8, est le second après 8 dans l'ordre proposé; mais le nombre 11 est le premier après 8 dans le mê-

me ordre ; donc le nombre 10 eſt le premier après 11 dans l'ordre, lequel nombre 10 ſuit le nombre 11 dans la diagonale. Ce ſera la même choſe pour le nombre 5 qui ſuit le nombre 10 en deſcendant, & pour tous les autres; & par conſéquent tous les nombres de cette bande en deſcendant depuis 11 juſqu'à 8, ſeront de ſuite ceux de l'ordre propoſé.

COROLLAIRE GENERAL.

Il s'enſuit par cette conſtruction que toutes les bandes paralleles aux deux diagonales 10, 13 & 11, 8, auront tous leurs nombres dans le même ordre que celles auſquelles elles ſont paralleles ; & de plus que ſi l'on joint enſemble les paralleles correſpondantes d'un côté & d'autre de la diagonale, comme les bandes paralleles 9, 11 & 10, 3, elles auront tous leurs nombres qui ſont égaux à la racine, dans le même ordre que ceux des diagonales à qui elles ſont paralleles, & ces paralleles correſpondantes ſont éloignées l'une de l'autre du nombre de cellules égal à la racine propoſée, & ici elles ſont les ſeptiémes ; & leur ſomme ſera auſſi égale à celle des nombres de l'ordre, ce qui eſt une proprieté particuliere de ces Quarrez.

PROPOSITION II.

On pourra auſſi diſpoſer ces nombres d'une autre maniere dans les cellules du Quarré, le même ordre étant donné dans la premiere bande horizontale.

On mettra à la premiere cellule de la ſeconde

10	5	3	9	13	8	11
9	13	8	11	10	5	3
11	10	5	3	9	13	8
3	9	13	8	11	10	5
8	11	10	5	3	9	13
5	3	9	13	8	11	10
13	8	11	10	5	3	9

de bande horizontale, le troiſiéme nombre 9 de l'ordre propoſé après le premier 10 de la bande ſuperieure, & l'on remplira les autres cellules de cette bande dans le même ordre que le propoſé, comme on voit dans cette Figure. Pour la troiſiéme bande ce ſera le nombre 11 qui eſt le troiſiéme de l'ordre après le ſuperieur 9, & ainſi de ſuite; & les cellules du Quarré ſeront remplies comme il faut.

DEMONSTRATION.

1°. La démonſtration de cette operation eſt la même que celle de la Propoſition précedente; car il eſt évident que tous les nombres de l'ordre ſe trouveront dans chacune des bandes horizontales, & par conſéquent ils n'y ſeront pas repetez deux fois. Ce ſera auſſi la même choſe pour les bandes verticales, pourvû neanmoins que la racine du Quarré propoſé ne ſoit pas diviſible par 3; car ſi elle eſt diviſible par 3, les mêmes nombres reviendront dans les bandes verticales après une ſuite de nombres égaux au quotient de la diviſion de la racine par 3, & ces nombres s'y trouveront trois fois, comme ſi la racine étoit 15, ils y reviendroient de 5 en 5, & trois fois dans chaque bande. Si elle étoit 21, ils y reviendroient de ſept en ſept, & ils y ſeroient repetez trois fois, ce qui eſt évident, puiſqu'on prendroit toûjours dans la

premiere bande verticale le troisiéme nombre de l'ordre proposé après celui qui est immédiatement au dessus.

Il s'ensuivra aussi la même chose dans toutes les autres bandes verticales où les nombres seront repetez de la même maniere, & par conséquent les sommes des nombres de toutes les bandes verticales ne pourront jamais être égales entr'elles, si ce n'est dans quelques cas particuliers, à cause que dans ces bandes il y aura differens nombres repetez.

2°. Pour la bande diagonale qui descend de gauche à droite, comme 10, 9, les nombres y seront les quatriémes de suite après le premier, qui est un de plus que celui qu'on a pris pour recommencer les horizontales. C'est pourquoi la racine proposée étant impaire, & ne pouvant être divisée par 4, tous les nombres de cette diagonale seront ceux de l'ordre pris de quatre en quatre dans l'ordre proposé, & cela seroit même ainsi quand les nombres seroient repetez dans les bandes verticales.

3°. Pour l'autre diagonale 11, 13, il s'ensuit, comme on a dit dans l'autre Proposition, que les nombres y seront les seconds de suite dans l'ordre après le premier de la bande; & comme la racine est impaire qui ne peut être divisée par 2, tous les nombres de cette bande seront ceux de l'ordre.

COROLLAIRE.

Ce que nous avons dit des bandes paralleles aux diagonales dans la premiere Proposition, se doit entendre de même dans celle-ci.

PRO-

PROPOSITION III.

On peut de même prendre quel nombre on voudra dans l'ordre après le premier pour recommencer la bande horizontale suivante : mais on remarquera en général que les complémens jusqu'à la racine des nombres que l'on prend, comme si l'on avoit pris le quatriéme après le premier dans la racine 7, dont le complément seroit 3, les bandes ayant été disposées comme on a fait jusqu'ici par le quatriéme, seront ceux de la même disposition, comme si l'on avoit commencé par la droite, & qu'on eût été vers la gauche, en prenant aussi les troisiémes nombres de l'ordre, mais en allant dans le sens contraire où l'on a été.

Tout ceci est évident par la construction ; & par ce qu'on a déja démontré dans les deux précedentes Propositions. Mais on remarquera aussi que si la racine impaire est divisible par quelque nombre, & qu'on prenne dans l'ordre celui qui répond au diviseur, comme dans la racine 15 si l'on prend les cinquiémes après le premier pour commencer la bande horizontale suivante, certains nombres seront repetez de 3 en 3 dans toutes les bandes verticales, & ils s'y trouveront chacun cinq fois, comme on peut voir dans le Quarré suivant de 15 de racine, à cause que le quotient de 15 divisé par 5 est 3; & dans la diagonale, en descendant de gauche à droite, les nombres y seront les sixiémes de l'ordre après le premier, qui est un de plus que le cinquiéme qu'on a pris, & au contraire dans l'autre bande diagonale ils sont les qua-

10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11
10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11
10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11
10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11
10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11

triémes, qui est un de moins. Et si le nombre impair est aussi divisible par une des parties de 6 comme 3, la diagonale où les nombres sont les sixiémes de l'ordre, aura des nombres repetez de cinq en cinq, qui est le quotient du nombre 15 divisé par 3. Ce sera la même chose pour d'autres nombres.

On pourra donc aussi prendre pour le premier nombre de la seconde bande horizontale, le premier aprés le premier de l'ordre, & par conséquent tous les nombres en descendant dans toutes les bandes verticales seront de suite comme ceux de l'ordre; & comme ceux de la bande diagonale qui descend de gauche à droi-

droite doivent être d'une unité plus avancez dans l'ordre, ils feront les feconds de l'ordre propofé. Mais ceux de la bande diagonale qui defcend de droite à gauche, doivent être d'une unité moins avancez; ils feront donc tous les mêmes, comme auffi ceux de fes paralleles.

Il s'enfuit donc de-là que tous les nombres de cette bande diagonale étant les mêmes, elle ne fera pas jufte fi ce nombre étant multiplié par la racine n'eft égal à la fomme de tous les nombres de l'ordre, & il fera le moyen dans une progreffion arithmetique.

Dans cette difpofition toutes les bandes paralleles & correfpondantes à cette diagonale, auront auffi chacune partout un même nombre; c'eftpourquoi elles ne réuffiront pas.

Ce fera auffi la même chofe fi l'on prend pour le premier de la feconde bande horizontale le dernier de l'ordre; car alors la bande diagonale qui defcend de gauche à droite aura tous les mêmes nombres, comme auffi fes paralleles.

COROLLAIRE I.

Pour les Propofitions précédentes.

On pourra connoître d'abord fi un ordre de nombres pourra réuffir dans une difpofition donnée & dans un Quarré donné, puifqu'on voit fuivant la nature du Quarré fi le défaut fera dans les verticales ou dans les diagonales.

Mais on voit généralement que lorfque les racines des Quarrez font des nombres premiers, toutes les conftructions peuvent être bonnes, en obfervant ce qui vient d'être dit pour les

diagonales, qui ont partout le même nombre, soit qu'on prenne le premier après le premier de l'ordre, ou bien le dernier pour commencer la seconde bande horizontale.

COROLLAIRE II.

On peut encore former ces Quarrez par les bandes verticales au lieu des horizontales, comme on a fait ci-devant, en y observant les mêmes regles des horizontales. Mais on remarquera que si un Quarré a été fait par les verticales & en descendant, il se trouvera disposé comme s'il avoit été fait par les horizontales; mais alors la repetition de l'ordre se trouve en sens contraire: par exemple, si dans la seconde verticale on avoit pris le second nombre de l'ordre de la premiere en descendant pour recommencer celle-ci dans un Quarré de 7 de racine, & le Quarré étant tout disposé suivant cette methode, il se trouvera aussi disposé comme s'il avoit été fait par les horizontales, en recommençant les bandes inferieures par les cinquiémes de l'ordre, à cause que 5 est le complément jusqu'à la racine de celui qui a servi pour recommencer les verticales.

Enfin un Quarré fait par les verticales étant couché sur le côté, sera de même que s'il avoit été fait par les horizontales; mais par une repetition qui sera le complément jusqu'à la racine, de celle qui a servi à le former.

Puisque la formation des Quarrez par les verticales est la même que celle des horizontales, nous nous servirons des horizontales dans la suite.

CO-

COROLLAIRE III.

On peut faire en montant ce qu'on a fait en descendant pour recommencer les bandes horizontales, ensorte qu'une des bandes étant donnée avec la disposition des suivantes en descendant, on a aussi la disposition des précedentes en remontant : car il n'y aura qu'à prendre pour le premier nombre des horizontales précedentes ou superieures, le quantiéme après le premier de la bande inferieure, qui est le complément jusqu'à la racine du quantiéme qu'on prenoit pour recommencer les inferieures. Comme dans l'exemple de la premiere Proposition, si l'on avoit donné la cinquiéme bande horizontale en descendant 5, 3, 9, 13, 8, 11, 10, & que pour la bande inferieure suivante on eût pris le second 9 après le premier, ce qui donneroit pour cette bande 9, 13, 8, 11, 10, 5, 3, il faudroit prendre pour le premier de la bande superieure, le cinquiéme 11 après le premier, à cause que 5 est complément de 2 à 7, & cette bande sera comme dans l'exemple 11, 10, 5, 3, 9, 13, 8, en conservant toûjours le même ordre proposé ; & ainsi des autres de suite soit en montant ou en descendant.

Ces trois Propositions précedentes ne font qu'une même Proposition, & comprennent la methode générale de construction que je propose ici. Je ne les ai separées que pour faire voir les applications differentes de cette methode, & pour la rendre plus facile.

PROPOSITION IV.

On peut faire les mêmes constructions que dans les Propositions précedentes avec des or-

dres *mutilez*, c'eſt-à-dire avec des ordres où il y ait moins de nombres qu'il n'y en a dans la racine, en ſubſtituant des zeros à la place des nombres qui manquent pour remplir l'ordre, ou les cellules de la racine; comme auſſi avec des ordres où il y aura des nombres repetez.

7	0	6	6	2
6	6	2	7	0
2	7	0	6	6
0	6	6	2	7
6	2	7	0	6

On en peut voir un exemple dans ce Quarré de 5 de racine, lequel eſt rempli par la premiere Propoſition.

Les démonſtrations ſeront les mêmes que celles des Propoſitions précedentes.

PROPOSITION V.

On peut encore combiner deux Quarrez de même racine, leſquels ſeront remplis ſéparément avec quel ordre on voudra, de quels nombres on voudra, en joignant les nombres enſemble de chaque cellule ſemblable & ſemblablement poſée; & j'appelle ces deux Quarrez *les Primitifs*, par rapport à celui qui en eſt formé, que j'appelle *le Quarré Parfait*.

1. *Primitif.*

7	8	4	5	3
4	5	3	7	8
3	7	8	4	5
8	4	5	3	7
5	3	7	8	4

2. *Primitif.*

5	0	9	4	2
4	2	5	0	9
0	9	4	2	5
2	5	0	9	4
9	4	2	5	0

Soient les deux Quarrez Primitifs de 5 de racine chacun, & les nombres & l'ordre du premier. Soient 7, 8, 4, 5, 3, lequel ſoit rempli ſui-

suivant la disposition de la premiere Proposition: Et les nombres avec l'ordre du second soit 5,0,9,4,2, lequel soit rempli par la seconde Proposition.

Maintenant si l'on joint ensemble les nombres de chaque cellule correspondante semblable & semblablement posée dans ces deux Quarrez, on fera le troisiéme Quarré qui sera juste & parfait. Car puisque la somme des nombres de toutes les bandes des deux premiers Quarrez est partout la même, il se fera aussi une même somme par l'addition de ces mêmes bandes tant horizontales que verticales & diagonales avec leurs paralleles. Mais il arrive assez souvent dans ces sortes de nombres qu'il y en a plusieurs de repetez dans le même Quarré.

Parfait.

12	8	13	9	5
8	7	8	7	17
3	16	12	6	10
10	9	5	12	11
14	7	9	13	4

Il faut remarquer que la disposition des deux Quarrez Primitifs doit être differente, comme ici celle du premier a été faite par la premiere Proposition, & celle du second par la seconde: Car si les deux Quarrez Primitifs avoient une même disposition de leurs nombres dans la répetition de leurs bandes, les nombres qui seroient dans chaque bande y seroient répetez suivant leur disposition, & le Quarré ne laisseroit pas pour cela d'être juste. Et si on les disposoit tous deux en prenant le premier & le dernier de l'ordre, il pourroit y avoir une des diagonales qui seroit fausse, à moins qu'on n'y observât ce qui a été marqué dans la Proposition à l'égard des nombres répetez.

Il s'ensuit aussi qu'on peut assembler ou combiner

biner plusieurs Quarrez comme on en a fait deux dans cette Proposition, & que le Quarré qui en résultera sera parfait, puisque dans toutes les bandes ce ne sera qu'une addition de sommes égales.

PROPOSITION VI.

Les nombres qui sont en progression Arithmetique dans l'ordre des nombres, comme 3, 6, 9, 21, 15, 18, 12, ne sont que des cas des Propositions précedentes; mais on y peut faire quelques remarques particulieres.

Si l'on propose l'ordre à volonté du Quarré de 7 de racine 3, 5, 2, 1, 4, 7, 6, & qu'on en forme le Quarré par la premiere Proposition, & qu'on prenne aussi l'ordre à volonté des racines de ce Quarré en même progression avec le zero qui soit 28, 7, 0, 42, 35, 21, 14, & qu'on en forme aussi un Quarré par la seconde Proposition, comme on les voit ici; il s'ensuivra que le Quarré composé de ces deux Quarrez sera juste & parfait, & qu'il n'y aura aucun nombre repeté, & par conséquent on y trouvera tous les nombres du Quarré jusqu'à 49, & les paralleles aux diagonales seront aussi justes.

1°. A cause des constructions differentes des deux Quarrez les mêmes nombres ne peuvent pas se rencontrer dans les mêmes cellules correspondantes dans chacun des deux Quarrez Primitifs, comme dans le premier Quarré le nombre 3 est dans la premiere cellule de la premiere bande horizontale, & dans la seconde bande il est dans la sixiéme, dans la troisiéme il est dans la quatriéme, &c. Et dans le second Quarré le nombre 28 est dans

la

3	5	2	1	4	7	6
2	1	4	7	6	3	5
4	7	6	3	5	2	1
6	3	5	2	1	4	7
5	2	1	4	7	6	3
1	4	7	6	3	5	2
7	6	3	5	2	1	4

28	7	0	42	35	21	14
42	35	21	14	28	7	0
14	28	7	0	42	35	21
0	42	35	21	14	28	7
21	14	28	7	0	42	35
7	0	42	35	21	14	28
35	21	14	28	7	0	42

31	12	2	43	39	28	20
44	36	25	21	34	10	5
18	35	13	3	47	37	22
6	45	40	23	15	32	14
26	16	29	11	7	48	38
8	4	49	41	24	19	30
42	27	17	33	9	1	46

la premiere cellule de la premiere bande horizontale, mais il eſt le cinquiéme dans la ſeconde bande, & le ſecond dans la troiſiéme, &c. ce qui eſt évident par la conſtruction.

2°. Dans le Quarré Parfait il ne ſauroit y avoir de nombre repeté; car comme chaque multiple de la racine qui ſurpaſſe les nombres de la racine, doit ſe joindre à differens nombres de la racine & avec zero, comme nous venons de voir, chacun de ces multiples joint à la racine doit remplir tout le nombre du Quarré, qui eſt 49 dans cet exemple.

Ce ſera la même démonſtration pour les bandes paralleles aux diagonales.

On pourra auſſi faire ces conſtructions par la 3e Propoſition & en differentes manieres, pourvû qu'on obſerve toûjours de faire l'un des Quarrez Primitifs par une conſtruction, & l'autre par l'autre. On voit par-là que le ſeul Quarré de 7 de racine pourra ſe faire en bien

des manieres differentes, suivant la combinaison des differentes constructions & dispositions des nombres de l'ordre. Mais il faut observer que si dans l'un des deux Quarrez Primitifs on se sert d'une construction où il y ait des nombres répetez dans une diagonale, il faudra que ce nombre répeté dans toutes les cellules de la bande diagonale, soit le moyen de ceux de l'ordre de ce Quarré, comme si c'étoit pour les nombres de la racine de 7, il faudroit que ce fût le nombre moyen 4, qui étant multiplié par 7 sera égal à la somme de tous les nombres de la racine. Et si c'étoit l'ordre des racines où le zero est employé, il faudroit que ce fût le nombre 21 qui est moyen entre le zero & 42.

Ce sera la même chose pour tels nombres qu'on voudra en progression Arithmetique, comme 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, dont on remplira la racine, & les nombres qui tiendront lieu des multiples des racines avec le zero seront 21, & ses multiples 42, 63, 84, 105, 126, les uns & les autres placez dans quel ordre on voudra, hormis ceux qui dans la disposition donnent des nombres répetez dans la diagonale, ausquels il faut avoir égard suivant les trois premieres Propositions.

On peut pour faciliter l'operation du Quarré Primitif qui contient les racines, exprimer seulement le nombre des racines & non-pas leur valeur, comme 0, 1, 2, 3, 4, &c. au lieu de 0, 7, 14, 21, 28, &c. mais en formant le Quarré Parfait on restituera ces valeurs.

PROPOSITION VII.

On peut aussi construire des Quarrez Parfaits avec

Proposé.

1	4	7	10	13
3	6	9	12	15
5	8	11	14	17
7	10	13	16	19
9	12	15	18	21

avec des nombres en progreſſion Arithmetique, mais interrompue, comme ſi l'on donnoit les 25 nombres ſuivans dans un Quarré dont les nombres des bandes horizontales ſe ſurpaſſaſſent chacun de 3, & ceux des verticales chacun de 2, on pourra faire de ces nombres un Quarré Parfait par la methode générale.

Primitif des Simples.

1	4	7	10	13
7	10	13	1	4
13	1	4	7	10
4	7	10	13	1
10	13	1	4	7

Il faut d'abord faire un Quarré Primitif par les regles dont tous les nombres ſeront ceux de l'ordre propoſé de la premiere bande horizontale, qui ſeront ceux des nombres ſimples, en reçommençant, par exemple, les bandes horizontales ſuivantes par les ſeconds après le premier de la bande horizontale qui eſt au-deſſus.

Primitif des Racines.

0	8	4	2	6
2	6	0	8	4
8	4	2	6	0
6	0	8	4	2
4	2	6	0	8

L'autre Quarré Primitif ſera celui des Racines, qui ne ſont ici que les nombres ajoûtez aux ſimples nombres repetez dans la progreſſion propoſée. Par exemple, la ſeconde bande horizontale propoſée, n'eſt que la premiere répetée à laquelle on a ajoûté partout 2, la troiſiéme eſt encore la premiere à laquelle on a ajoûté 4, & ainſi des autres; enſorte que les nombres 0, 2, 4, 6, 8, tiennent ici lieu de racines.

On pourra mettre ces racines dans quel ordre on voudra, & diſpoſer le Quarré par une re-

repetition differente de celle du premier Quarré, comme il est prescrit dans la Proposition précedente, & comme on le voit dans l'exemple qui est ici proposé.

Quarré Parfait.

1	12	11	1[illegible]	19
9	16	13	9	8
21	5	6	13	10
10	7	18	17	3
14	15	7	4	15

Enfin de ces deux Quarrez Primitifs on en formera le Quarré Parfait, qui aura toutes les conditions requises.

On remarquera que dans ces sortes de Quarrez il pourroit y avoir quelques nombres repetez, mais ce ne seront que ceux qui sont proposez, & qui se trouvent par la progression.

On remarquera aussi que le Quarré de 9 cellules qui a trois de racine, ne peut avoir qu'une seule disposition parfaite, soit que les nombres soient en progression Arithmetique continue ou interrompue, comme il est expliqué dans les Propositions 6 & 7; mais que le Quarré Parfait peut être disposé par le renversement & retournement en 8 manieres differentes.

PROPOSITION VIII.

PROBLEME.

Faire un Quarré d'une racine donnée, & dont la somme de toutes les bandes soit égale à un nombre donné tel qu'on voudra, sans que les nombres soient repetez dans le Quarré.

Il seroit fort aisé de disposer des nombres repetez dans chaque bande horizontale, ensorte que toutes les bandes fissent une même somme, puisqu'il n'y auroit qu'à remplir l'ordre par tels nombres qu'on voudroit qui fissent

la

la somme donnée ; ce qui seroit évident par les premieres Propositions. Mais il faut les disposer de telle maniere, & prendre des nombres tels qu'il ne s'en rencontre pas deux de semblables dans tout le Quarré Parfait ; ce qui pourra toûjours être, pourvû que le nombre donné soit égal ou plus grand que celui qui seroit fait des nombres de suite depuis l'unité pour la racine proposée ; sinon il se trouvera quelques nombres repetez.

REGLE.

On prendra pour l'ordre du Quarré Primitif des nombres simples, les nombres de suite de la racine, comme pour la racine 5 ; 1, 2, 3, 4, 5, lesquels on rangera comme on voudra dans l'ordre pour la premiere bande horizontale de ce Quarré. Ayant ôté leur somme du nombre proposé que doivent faire toutes les bandes, on remplira le reste avec autant de nombres qu'en à la racine moins l'unité, à la place de laquelle on mettra 0, & il faudra que ces nombres se surpassent tous les uns les autres, & le 0 au moins de 5 qui est le nombre de la racine, lesquels on rangera comme on voudra dans l'ordre pour le second Quarré Primitif, & ces deux Quarrez étant remplis suivant les premieres Propositions, si on les combine il en résultera un Quarré Parfait avec les conditions requises.

EXEMPLE.

Soit la racine 5 du Quarré proposé, & on demande que la somme des nombres de toutes les

les bandes soit 81, nombre donné, qui est plus grand que 65, qui seroit celui du Quarré de 5 rempli avec tous les nombres de suite depuis l'unité.

Premier Quarré.

4	5	3	1	2
3	1	2	4	5
2	4	5	3	1
5	3	1	2	4
[illegible]	2	4	5	3

Second Quarré.

18	0	5	12	31
12	31	18	0	5
0	5	12	31	18
31	18	0	5	12
5	12	31	18	0

Quarré Parfait.

22	5	8	13	33
15	32	20	4	10
2	9	17	34	19
36	21	1	7	16
6	14	35	23	3

Ayant pris par la regle pour l'ordre du premier Quarré les nombres de la racine rangez à volonté, comme on voit dans le premier Quarré 4, 5, 3, 1, 2, dont la somme est 15, laquelle étant ôtée de 81, somme donnée des bandes, il restera 66, qu'on pourra remplir des nombres 18, 5, 12, 31, lesquels depuis le o se surpassent de 5 & plus, qui est le plus grand nombre de l'ordre du premier Quarré.

Ces deux Quarrez étant disposez comme on voudra par les premieres Propositions, on en fera le Quarré Parfait en combinant les cellules correspondantes, & ce Quarré aura toutes les conditions requises.

DEMONSTRATION.

La démonstration de cette operation est facile après ce qu'on a démontré des précedentes. Car puisque le zero du second Quarré se doit joindre dans le Quarré Parfait avec les differens nombres du premier Quarré, il est évident qu'on aura dans ce Quarré Parfait & dans

dans chacune de ses bandes l'un des nombres du premier Quarré sans y être repeté, & le plus haut sera 5, qui est le plus haut du premier Quarré.

Semblablement le second nombre 5 du second Quarré se doit aussi joindre pour le Quarré Parfait, & dans chacune de ses bandes, avec tous les nombres du premier Quarré, & ces nombres seront tous plus grands que ceux qui y sont déja, puisque ce nombre 5 étant joint avec 1 fera 6, qui est plus grand que 5 qui étoit le plus haut de ceux qu'on y avoit déja placez, & le plus haut de ceux-ci sera 5 joint à 5 qui fera 10.

De même le nombre 12 qui est plus grand que 10 se joignant aussi à tous les nombres du premier Quarré, fera des nombres plus grands que les précedens ; & ainsi des autres jusqu'à la fin. C'est-pourquoi il ne se trouvera dans le Quarré Parfait aucun nombre répeté deux fois, & il sera parfait par la Proposition sixiéme, & toutes ses bandes feront 81, comme il étoit proposé.

Il est évident que si le nombre proposé étoit moindre que 65 dans cet exemple, il y auroit des nombres répetez deux fois dans le Quarré Parfait; puisque necessairement quelques nombres du second Quarré se joignant avec ceux du premier feroient une même somme, comme si au lieu de 12 on y avoit 7, dont la difference à 5 seroit moindre que 5, comme il arriveroit à quelques nombres du second Quarré, ce nombre 7 se joignant avec 2 feroit 9, de même que 5 auroit fait auparavant en se joignant avec 4, & ainsi des autres.

On pourroit aussi au lieu des nombres du premier Quarré au prendre d'autres tels qu'on vou-

voudroit, comme 1, 2, 4, 5, 7; mais il faudroit que leur somme étant ôtée du nombre donné, le reste pût remplir l'ordre du second Quarré avec le zero, 0, & le nombre 7 & ses multiples au moins; car ce nombre 7 est le plus grand de ceux de l'ordre du premier Quarré : ce qui est évident par la précedente demonstration; car autrement il y auroit, ou il pourroit y avoir des nombres repetez dans le Quarré Parfait.

On pourra varier ces Quarrez en plusieurs manieres.

PROPOSITION IX.

On peut faire par ces methodes que quelque nombre que ce soit du nombre quarré proposé, se trouve dans quelle cellule on voudra du Quarré, & même l'unité au milieu, & en plusieurs manieres, mais seulement dans les Quarrez plus hauts que 9.

Par exemple, si l'on veut que l'unité soit dans la cellule du milieu du Quarré, on mettra d'abord cette unité dans la cellule du milieu du premier Quarré Primitif, & l'on disposera ensuite les autres nombres de la racine qui sont les nombres simples dans quel ordre on voudra pour la bande horizontale où est placé le premier nombre. Ensuite on formera les autres bandes tant en descendant qu'en montant par quelqu'une des dispositions des premieres Propositions.

On fera ensuite le second Quarré Primitif, qui est celui des racines, en plaçant le 0 dans sa cellule du milieu, qui est correspondante à celle où l'on a placé l'unité dans l'autre, & l'on donnera à la bande horizontale où il est quel ordre

ordre on voudra à ces racines, & l'on achevera ce Quarré par une disposition differente de celle du premier pour recommencer les bandes horizontales ; par ce moyen on fera un Quarré Parfait par les regles de la sixiéme Proposition qui aura la condition requise.

Si c'étoit un autre nombre, comme 22, dans quelque cellule marquée pour le Quarré de 5 de racine, on ôteroit de ce nombre autant de fois la racine qu'on pourroit, qui seroit ici 4, & le reste 2 se mettroit dans la cellule marquée, & l'on acheveroit le premier Quarré Primitif comme on vient de dire. Dans le second Quarré Primitif on mettroit les quatre racines dans la cellule correspondante à celle qui est marquée, & achevant aussi ce Quarré des racines suivant la regle, on trouveroit par la combinaison de ces deux Quarrez, un Quarré Parfait suivant le requis ; ce qui est évident par la sixiéme Proposition, & comme on le peut voir ici dans l'exemple où le nombre 22 doit être à la seconde cellule de la seconde bande horizontale.

Premier.

1	4	3	2	5
3	2	5	1	4
5	1	4	3	2
4	3	2	5	1
2	5	1	4	3

Second.

3	2	1	0	4
0	4	3	2	1
2	1	0	4	3
4	3	2	1	0
1	0	4	3	2

Parfait.

16	14	8	2	35
3	22	20	11	9
15	6	4	23	17
24	18	12	10	1
7	5	21	19	13

PROPOSITION X.

*On peut aussi faire des Quarrez comme dans la sixiéme Proposition, ensorte que toutes les cel-

* 17. Juin 1705.

cellules du Quarré étant prises deux à deux, & étant centralement opposées & également éloignées du centre, auront partout leurs nombres ensemble égaux au double du nombre de la cellule du milieu du Quarré ; ce qui est aussi la somme des deux extrêmes.

Cette Proposition n'est qu'un cas des premieres, & la construction n'en est pas differente : elle demande seulement une certaine disposition des nombres de l'ordre ; mais on ne la peut faire qu'avec des nombres qui soient en progression Arithmetique, comme 1, 2, 3, 4, 5, &c.

CONSTRUCTION.

Dans la bande horizontale du milieu du premier Quarré, il faut placer dans la cellule du milieu le nombre moyen de la progression, comme on voit le nombre 4 dans le premier Quarré suivant qui a sa racine 7 ; & l'on placera aussi dans cette même bande les autres nombres de la racine comme on voudra, pourvû seulement que ceux qui seront dans les cellules également éloignées de celle du milieu, fassent ensemble un nombre double de celui de la cellule du milieu ; ce qui se peut faire à cause de la progression Arithmetique proposée, comme on le peut voir dans la Figure suivante.

Pour le second Quarré dont l'ordre sera fait de o & des multiples de la racine, on y observera la même regle pour placer ces nombres dans la bande horizontale du milieu, ensorte que le nombre 21 sera au milieu, & ceux qui seront également éloignez de la cellule

du

du milieu feront enſemble une ſomme double de 21.

Premier Quarré.

1	5	3	7	2	4	6
7	2	4	6	1	5	3
6	1	5	3	7	2	4
3	7	2	4	6	1	5
4	6	1	5	3	7	2
5	3	7	2	4	6	1
2	4	6	1	5	3	7

Second Quarré.

0	21	42	35	14	28	7
14	28	7	0	21	42	35
21	42	35	14	28	7	0
28	7	0	21	42	35	14
42	35	14	28	7	0	21
7	0	21	42	35	14	28
35	14	28	7	0	21	42

Quarré Parfait.

1	26	45	42	16	32	13
21	30	11	6	22	47	38
27	43	40	17	35	9	4
31	14	2	25	48	36	19
46	41	15	33	10	7	23
12	3	28	44	39	20	29
37	18	34	8	5	24	49

Maintenant ſi l'on acheve ces deux Quarrez chacun par une conſtruction differente, comme il eſt marqué dans la ſixiéme Propoſition, ſur les ordres de la bande horizontale du milieu, tant en deſcendant qu'en montant, par exemple, pour le premier Quarré en prenant le troiſiéme nombre de l'ordre pour le premier de la bande ſuivante, & pour le ſecond Quarré en prenant le quatriéme de ſon ordre: ces deux Quarrez auront chacun les conditions de la Propoſition, & étant combinez par la ſixiéme Propoſition, ils formeront le Quarré Parfait, qui contiendra

dra tous les nombres du Quarré qui sont ici 49, & il aura toutes les conditions de la Proposition : car toutes les cellules du Quarré centralement opposées sont ensemble 50, qui est un nombre double de 25 de la cellule du milieu.

On remarquera que dans cette disposition de nombres, on peut prendre pour recommencer les bandes horizontales suivantes, le premier de l'ordre après le premier ou bien le dernier; car dans ces deux cas l'une des diagonales a toûjours les mêmes nombres, & ce nombre sera le moyen de l'ordre par la construction, puisqu'il est égal à celui de la cellule du milieu du Quarré : c'est-pourquoi par les remarques de la troisiéme Proposition cette construction sera bonne.

DEMONSTRATION.

Chacun des deux Quarrez Primitifs a toutes les conditions de la Proposition, & par conséquent le Quarré Parfait les aura aussi. Car dans le premier Quarré le nombre 4 est au milieu, celui qui est au-dessus est 3, & celui qui est au-dessous est 5 : mais il y a même distance de 3 à 4 ou de 4 à 3, que de 4 à 5 dans l'ordre par la construction; car toutes les cellules verticales de suite ont des nombres également éloignez les uns des autres par la seconde Proposition; & puisque par la construction ceux qui sont également éloignez du milieu sont ensemble une somme égale au double de celle du milieu, 3 & 5 feront cette somme 8 égale à deux fois 4, & ils sont centralement opposez.

Mais par la construction ceux des côtez 2 & 6 sont aussi également éloignez de 4 & centra-

tralement opposez, ils seront donc aussi ensemble 8.

Maintenant le nombre 5, qui est au-dessus de 2, en est éloigné de trois cellules dans l'ordre par la construction, & 3 qui est au-dessous de 6, est aussi éloigné de 6 de trois cellules de l'autre côté, & 2 & 6 sont également éloignez de 4 l'un d'un côté & l'autre de l'autre; donc 5 & 3 seront également éloignez de 4 dans l'ordre l'un d'un côté & l'autre de l'autre & centralement opposez, & par conséquent ils seront ensemble une somme double de 4.

Ce sera la même démonstration pour les autres nombres de ce Quarré en passant successivement des uns aux autres. Ce sera encore la même methode de démonstration pour le second Quarré; & par conséquent le Quarré Parfait qui est une combinaison des deux premiers, aura toutes les mêmes proprietez qu'ils ont, qui sont celles de la Proposition; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XI.

Les Quarrez Parfaits étant construits comme dans la Proposition précedente: Je dis qu'on peut les varier en plusieurs autres qui ne suivront plus les regles précedentes.

Ces variations se feront en transposant les bandes les unes à la place des autres, c'est-à-dire les verticales à la place des verticales, & les horizontales à la place des horizontales; mais avec cette regle, que celles qui étoient également éloignées de celle du milieu, le soient encore après leur transposition.

Par exemple, si dans le Quarré de 7 de racine

cine de la Propoſition précedente, je tranſpoſe la premiere bande horizontale & que je la mette à la place de la troiſiéme, & la troiſiéme à la place de la premiere; il faut auſſi mettre la derniere à la place de la cinquiéme, & la cinquiéme à la place de la derniere, ce Quarré changé ſera encore parfait: car alors toutes les cellules oppoſées centralement & également éloignées du centre, ſe trouvent encore également éloignées du centre & centralement oppoſées. Ce ſera la même choſe pour le changement des autres bandes tant horizontales que verticales.

PROPOSITION XII.

Il y a encore d'autres variations qui ſervent à rendre des Quarrez parfaits, leſquels ne le ſeroient pas par la conſtruction ſuivant les premieres Propoſitions. Il ſuffira d'en donner quelques exemples pour les faire connoître.

1. *Quarré.*

2	5	3	1	4
4	2	5	3	1
1	4	2	5	3
3	1	4	2	5
5	3	1	4	2

2. *Quarré.*

3	0	2	4	1
0	2	4	1	3
2	4	1	3	0
4	1	3	0	2
1	3	0	2	4

Soient les deux Quarrez Primitifs formez par la Propoſition quatriéme, où l'on prend pour le premier, qui eſt celui des nombres ſimples, le dernier nombre de l'ordre de la premiere bande horizontale pour recommencer la ſeconde; & pour le ſecond, qui eſt celui des racines,

nes, on prend le premier de l'ordre après le premier dans la premiere bande horizontale pour recommencer la seconde.

Il est évident par ce qui a été dit ci-devant, que dans le premier Quarré la bande diagonale qui descend de gauche à droite est fausse; car le nombre 2 est répeté dans toutes ses cellules, & ce nombre 2 n'est pas le moyen de ceux de la racine, lequel est 3. De même dans le second Quarré, par la construction, la bande diagonale qui descend de droite à gauche, a l'unité dans toutes ses cellules, au lieu qu'elle devroit avoir le nombre 2 qui est le moyen des multiples de la racine : c'est-pourquoi on cherche si en changeant de la même maniere dans ces deux Quarrez Primitifs, quelques bandes de place, on pourra les rendre parfaits ; & l'on trouve que si la cinquiéme bande horizontale de chacun est transportée à la place de la quatriéme, & la quatriéme à la place de la cinquiéme, les diagonales défectueuses se trouveront parfaites. Car dans le premier il manque à la bande horizontale où sont les nombres 2, cinq unitez, & par la transposition au lieu de 2 & 2, on aura 4 & 5, ce qui corrige le défaut : mais il faut aussi prendre garde, si dans l'autre bande diagonale qui est juste, ce changement n'y cause point d'erreur, comme on le voit, puisqu'au lieu de 5 & 1 on y substitue 3 & 3 qui fait la même somme.

Il faut voir encore si dans le second Quarré, qui est celui des racines, ce même changement ne cause point d'erreur, & corrige celui qui est à la bande diagonale où sont les nombres simples ; car il faut faire le même changement dans l'un que dans l'autre, afin que les racines com-

binées avec les nombres simples fassent les mêmes sommes que d'abord & sans répetition. On voit donc dans ce Quarré que la bande diagonale où sont les unitez en a cinq de moins qu'il ne faut; mais par ce changement au lieu de 1 & 1, on aura 4 & 3 qui corrige le défaut, & pour l'autre diagonale qui est juste, on aura 2. & 2 au lieu de 0 & 4 qui font la même somme. C'est-pourquoi ces deux Quarrez ainsi corrigez, comme on les voit ici, donneront par leur combinaison le Quarré Parfait.

1. Quarré.

2	5	3	1	4
4	2	5	3	1
1	4	2	5	3
5	3	1	4	2
3	1	4	2	5

2. Quarré.

3	0	2	4	1
0	2	4	1	3
2	4	1	3	0
1	3	0	2	4
4	1	3	0	2

Quarré Parfait.

17	5	13	21	9
4	12	25	8	16
11	24	7	20	3
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

On pourra faire aussi d'autres changemens semblables dans les bandes horizontales ou verticales, mais dans les conditions marquées cidessus.

Autres variations des Quarrez Parfaits.

Il y a encore de semblables variations aux Quarrez Parfaits, en transportant des bandes horizontales à la place d'autres horizontales, ou des verticales à la place des verticales; pourvû que les nombres changez dans les diagonales fassent la même somme que ceux qui y étoient auparavant.

Par exemple, dans le Quarré Parfait qu'on vient de former, on peut changer la premiere ban-

bande horizontale à la place de la derniere, & réciproquement, & le Quarré sera encore parfait.

De même, on peut changer dans le même Quarré la premiere bande horizontale à la place de la quatriéme, & reciproquement, & le Quarré sera encore parfait.

De même, en changeant la troisiéme bande horizontale à la place de la cinquiéme, & reciproquement.

Et ainsi des autres. Mais il faut remarquer que ces Quarrez changez peuvent encore recevoir d'autres changemens, comme dans le dernier que je viens de marquer, on peut mettre la premiere bande verticale à la place de la troisiéme, & réciproquement.

On peut faire aussi de semblables changemens aux Quarrez formez par les regles des premieres Propositions, ce qui augmente de beaucoup le nombre de leurs variations; & ces Quarrez ainsi changez ne se rapportent plus aux regles de ces Propositions, comme on peut voir en les résolvant en leurs Quarrez Primitifs.

PROPOSITION XIII.

Dans la multitude des Quarrez Parfaits qu'on peut former sur une même racine plus grande que trois, il y en a qui ont une proprieté particuliere, & dont M. *Frenicle* a parlé le premier, à ce que je sache: Savoir, que si l'on ôte une enceinte de cellules au Quarré Parfait, le Quarré restant soit encore un Quarré Parfait, & ainsi de suite jusqu'au Quarré 9 dont on ne peut pas ôter d'enceinte. Ces sortes de Quarrez ne se rapportent point aux regles de mes premieres

Propositions ; & il y a grande apparence que M. *Frenicle* avoit proposé ce Problême à M. de *Fermat*.

Pour faire ces sortes de Quarrez, & pour trouver tous ceux qu'on peut faire sur la même racine, je donne ici une methode qui en abrege de beaucoup le travail, en réduisant les nombres qui les composent à des nombres beaucoup plus simples, & qui fait voir en même temps la démonstration de la construction.

Je propose seulement ici le Quarré de 5 de racine, lequel servira pour tous les autres Quarrez de même nature.

Je fais d'abord une Table de tous les nombres du Quarré que je range de suite en deux colonnes, dans la premiere desquelles sont les nombres jusqu'à celui du milieu qui est ici 13, & dans l'autre sont leurs complémens vis à vis jusqu'à la somme 26 des deux extrêmes, ou du double de celui du milieu 13, qui est ici complément à lui-même, & je mets entre deux leur difference jusqu'à 13, avec les signes plus + & moins — les uns d'un côté & les autres de l'autre, pour montrer qu'il faudroit ajoûter cette difference aux nombres moindres que 13 pour aller jusqu'à 13, & aux autres qui sont leurs complémens, qu'il la faudroit ôter pour les réduire à 13 ; ensorte que ces differences deviennent communes, & les signes + & — ont seulement rapport aux differences. Enfin je me sers seulement de ces differences dans

Nomb.		*Diff.*		*Nomb.*
1	+	12	—	25
2	+	11	—	24
3	+	10	—	23
4	+	9	—	22
5	+	8	—	21
6	+	7	—	20
7	+	6	—	19
8	+	5	—	18
9	+	4	—	17
10	+	3	—	16
11	+	2	—	15
12	+	1	—	14

dans la recherche des nombres qui doivent composer le Quarré, suivant ce qui est requis par le Problême.

Maintenant pour former le Quarré de 9 du milieu, qui est le plus petit qu'on puisse faire, car un n'est pas consideré comme un Quarré; je place d'abord 13 au milieu, qui est le nombre moyen de tous les nombres du Quarré proposé; & je prens dans les differences quelque nombre à volonté pour la cellule de l'angle *A*, comme 9, & quelqu'autre nombre, comme 1, pour la cellule *B* de l'autre angle de la premiere bande horizontale, & je cherche à remplir les deux bandes *AB*, *AD*; car leurs complémens doivent remplir les deux autres bandes *CD*, *CB*, & la cellule *D* sera le complément de la cellule *B*; c'est-pourquoi les deux cellules *B* & *D* auront le même nombre pour leur difference, mais avec un signe different. Il ne faut donc plus qu'un nombre à chacune de ces bandes pour remplir leurs cellules du milieu.

A B

4	23	12
21	13	5
14	3	22

D C

Or les differences pour les cellules de chaque bande doivent être égales à zero, en mettant à leurs nombres le signe + & moins, comme on le trouve à propos.

$$\begin{array}{ll} A & B \\ +9 & +1 - 10 = 0 \text{ pour } AB \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} A & D \\ +9 & -1 - 8 = 0 \text{ pour } AD \end{array}$$

Je pose donc par la supposition pour la bande *AB*, +9 pour la cellule *A*, +1 pour la cellule *B*, ce qui fait +10, & je trouve 10 en-

tre les differences; c'est-pourquoi je mets — 10, & le tout = 0.

Je fais la même chose pour la bande verticale *AD* dans laquelle j'ai déja + 9 pour *A*, & je dois mettre — 1 pour *D*, puisque + 1 est pour *B*, & pour remplir l'équation de cette bande il faut encore — 8, que je trouve aussi dans les differences, & — 8 sera la difference de la cellule du milieu *AD*.

Si l'on ne pouvoit pas trouver entre les differences des nombres propres à remplir ces équations, il faudroit faire une autre supposition ou en tout ou en partie seulement.

Les autres bandes *CD*, *CB* auront les mêmes differences dans les cellules opposées centralement, & avec des signes contraires.

Maintenant avec ces differences je remplis les cellules du Quarré. Pour la cellule *A* j'ai + 9, & je trouve dans la Table le nombre 4 qui répond à + 9, lequel je mets dans la cellule *A*. Pour la cellule *B* j'ai + 1, & dans la Table le nombre correspondant est 12, & pour la cellule *D* on a — 1, qui donne 14 pour cette cellule, comme — 9 donne 22 pour la cellule *C*. Pour la difference — 10 de la cellule du milieu de la bande *AB*, on a 23 dans la Table qu'on écrit dans cette cellule, & son complément 3 pour son opposée. Enfin pour la cellule du milieu de la bande *AD*, on a — 8, à qui appartient le nombre 21 qu'on met dans cette cellule, & son complément 5 à l'opposite. Par ce moyen le Quarré de 9 est rempli comme il faut, & la somme des nombres de toutes ses bandes sera 39. Il reste maintenant à faire l'enceinte.

J'efface d'abord dans la Table les differences qui

qui m'ont servi pour le Quarré de 9, & je fais à peu près la même operation pour cette enceinte composée de quatre bandes, que j'ai fait pour les bandes du Quarré du milieu.

$\overset{A}{+7}\overset{B}{+5}+2-11-3=0$ pour la bande *AB*

$\overset{A}{+7}\overset{D}{-5}-12+6+4=0$ pour la bande *AD*.

A B

6	11	24	16	8
25	4	23	12	1
7	21	13	5	19
9	14	3	22	17
18	15	2	10	20

D C

Je prens à volonté quelque nombre comme 7 dans les differences restantes pour la cellule *A* de la bande *AB* de l'enceinte, & quelqu'autre aussi à volonté comme 5 pour la cellule *B* de la même bande auquel je mets le signe +; & par conséquent on aura aussi les cellules *A* & *D* de la bande *AD*. Il reste donc à remplir trois cellules dans chacune de ces bandes, ensorte que la somme des nombres soit égale à zero, & je les trouve comme on voit ici, lesquelles contiennent toutes les differences de la Table.

J'écris donc dans ces cellules les nombres correspondans aux differences avec leurs signes, & à l'opposite dans les autres bandes j'écris leurs complémens qui répondent aussi aux mêmes differences, mais avec des signes contraires, & le Quarré sera parfait comme on le voit ici.

Si l'on ne pouvoit pas faire l'enceinte avec les differences restantes du Quarré du milieu, en supposant les angles tels qu'on les a pris, il en faudroit prendre d'autres pour *B*, & enfin d'au-

d'autres pour *A* & pour *B* ; & si enfin on ne pouvoit pas remplir ces bandes, ce seroit une marque que le Quarré précedent, tel qu'on l'a trouvé, ne pourroit pas servir à faire cette espece de Quarré.

On trouve aussi quelquefois pour un seul Quarré du milieu plusieurs enceintes parfaites avec les mêmes angles, & d'autres encore en changeant les angles, comme on peut voir dans cet autre Quarré de la même racine, où ayant trouvé entre les differences, les deux bandes pour le Quarré du milieu,

$$\overset{A}{+3}-12\overset{B}{+9}=0$$

$$\overset{A}{+3}+6\overset{D}{-9}=0$$

on aura pour l'enceinte,

$$\overset{A}{+7}\overset{B}{+5}+1-11-2=0$$

$$\overset{A}{+7}\overset{D}{-5}-4-8+10=0$$

ou bien

$$\overset{A}{+7}\overset{B}{+5}+2-10-4=0$$

$$\overset{A}{+7}\overset{D}{-5}+1-11+8=0$$

dont on pourra former deux Quarrez Parfaits sur le même Quarré du milieu ; & en changeant les angles on en peut trouver plusieurs autres sur le même Quarré du milieu.

Si le Quarré du milieu a sa racine plus grande que 5 comme 7, 9, &c. on prendra des nombres entre les differences pour remplir chaque enceinte séparément, de la même maniere qu'on a fait pour celle de 5.

Le Quarré du milieu, comme tout Quarré peut

peut ſe renverſer & retourner en 8 manieres differentes : mais auſſi les trois cellules du milieu dans chaque bande avec leurs oppoſées, font 6 variations dans les horizontales & 6 dans les verticales, ce qui fait 36 variations de l'enceinte, leſquelles étant multipliées par 8 variations du Quarré du milieu, donne 288 variations de chacun de ces Quarrez, comme dit M. *Frenicle*, ſans parler de ſes renverſemens & retournement qui ne changent pas le Quarré. Mais M. *Frenicle* donne une Table de 26 de ces Quarrez qui n'ont que deux differens Quarrez du milieu, & il dit qu'ils peuvent ſe varier chacun en 288, comme nous venons de trouver, & il ſemble que c'eſt toutes les variations qu'il avoit pû trouver par ſa methode ; cependant le premier que j'ai donné ici par ma methode a un Quarré du milieu different de ceux de M. *Frenicle*, & c'eſt celui qui s'eſt preſenté d'abord : c'eſt-pourquoi je ne doute pas qu'il n'y en puiſſe avoir bien plus de 26, & par conſéquent il y aura de ces ſortes de Quarrez de la racine de 5, un bien plus grand nombre que 7488, comme le dit M. *Frenicle*; mais il ſeroit trop long & trop ennuyeux d'examiner tous les Quarrez qu'on peut faire de la même maniere, & il me ſuffit d'en avoir expliqué la methode.

Démonſtration de la Methode.

Il eſt évident dans ces ſortes de Quarrez, que chaque bande doit être compoſée du nombre du milieu du Quarré multiplié ou pris autant de fois qu'il y a de cellules dans la bande; & par conſéquent ſi l'excès des uns eſt égal au défaut des autres, ce qui eſt les differences, quoi-

que les uns ſoient en plus grand nombre que les autres, ces nombres enſemble feront autant de fois celui du milieu, qu'il y aura de nombres, comme on a pû voir dans l'exemple propoſé, & c'eſt ſur cette proprieté qu'eſt fondée cette regle, ce qui eſt facile à connoître.

Par ce moyen on peut trouver toutes les conſtructions poſſibles de cette eſpece de Quarrez.

Si l'on vouloit conſtruire un de ces Quarrez par enceintes ſans ſe ſervir de la methode précedente, on le pourra faire comme il ſuit. Mais on remarquera que tout l'artifice de cette conſtruction, conſiſte à faire que dans toutes les enceintes les cellules des angles oppoſez centralement, ſoient complément les uns des autres juſqu'à la ſomme du premier & du dernier nombre du Quarré, de même que tous les nombres oppoſez dans les bandes verticales & horizontales; & enfin que la ſomme des nombres de chaque bande horizontale ou verticale ſoit égale au multiple du nombre du milieu, qui eſt la moitié des extrêmes, par le nombre des cellules de la bande; d'où il ſuit évidemment que ſi toutes les enceintes ont cette proprieté dans le Quarré, lorſqu'on aura ôté du Quarré quel nombre d'enceintes on voudra, le reſte ſera toûjours Quarré Parfait.

On place donc d'abord dans les cellules du Quarré tous les nombres de ſuite du Quarré, comme on les voit dans la Figure, ce qu'on appelle l'ordre du Quarré naturel. On ſepare enſuite de ce Quarré toutes les enceintes juſqu'au milieu, & à cauſe que nous ſuppoſons le Quarré impair, il reſtera au milieu une cellule, laquelle contiendra le nombre moyen de tous les nombres du Quarré, lequel eſt auſſi

égal

égal à la moitié de la ſomme du premier & du dernier.

J'appelle la premiere enceinte, celle qui eſt autour de la cellule du milieu: celle qui ſuit ou qui envelope la premiere, ſera la ſeconde: la ſuivante ſera la troiſiéme, & ainſi juſqu'à l'enceinte exterieure ou derniere.

Dans toutes les enceintes on y conſidere d'abord huit cellules principales, & autant de nombres principaux: ces cellules ſont celles des quatre angles, & celles du milieu des quatre bandes, ſans avoir aucun égard aux autres cellules ni aux nombres qui y ſont.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121

Les premieres, troiſiémes, cinquiémes, ſeptiémes, &c. enceintes ſe font d'une façon, & les autres qui ſont les 2e, 4e, 6e, 8e, &c. ſe

font d'une autre. On n'employe dans chaque enceinte magique que les nombres qui sont dans les mêmes enceintes naturelles.

Pour la construction des premieres, troisiémes, &c. enceintes, on avance les huit nombres principaux qui sont dans l'enceinte naturelle, seulement d'une moitié de bande, sans en changer l'ordre, ensorte que les nombres qui étoient au milieu des bandes de l'enceinte naturelle, se trouvent aux angles de l'enceinte magique, & ceux des angles se trouvent au milieu des bandes. Ensuite on transportera les milieux de chaque bande à leurs opposez, comme on peut voir, par exemple, dans la troisiéme enceinte du Quarré de 11 qu'on propose ici.

Il reste maintenant à disposer les autres nombres qui sont encore dans les bandes, s'il y en a, car la premiere n'en a point. Ces nombres restans dans chaque bande sont toûjours multiples de 4, lesquels sont distribuez également des deux côtez de la cellule du milieu de la bande tant horizontale que verticale, & l'on ne cherche qu'à remplir la bande horizontale superieure & la verticale à gauche. On laissera donc la moitié des nombres qui sont dans ces deux bandes à leur place naturelle, en observant toûjours que ceux qu'on laisse soient dans chaque bande également éloignez de la cellule du milieu, & les autres on les changera avec leurs opposez qui sont dans la bande opposée, comme on voit dans la troisiéme enceinte, on a laissé 27 & 29 à leurs places, & l'on a mis à la place des deux autres 26 & 30, leurs opposez 92, 96, qui étoient dans la bande horizontale inferieure. On a fait la même chose pour la verticale à gauche, en laissant 36 & 80 à leurs

pla-

places, & mettant à la place de 47 & de 69 leurs oppoſez 53 & 75; par ce moyen on aura l'horizontale & la verticale toute diſpoſée, & l'on placera dans les deux autres bandes oppoſées à celles-ci, & dans les cellules oppoſées, les nombres complémens de ceux qui ſont placez, & toute l'enceinte magique ſera faite avec les nombres de l'enceinte naturelle qui y étoient.

56	2	113	114	5	121	7	118	119	10	6
22	13	14	79	104	105	106	87	20	21	100
33	32	58	92	27	97	29	96	28	90	89
34	19	36	37	70	83	74	41	86	103	88
45	46	53	40	60	73	50	82	69	76	77
11	65	31	63	51	61	71	59	91	57	111
67	68	75	84	72	49	62	38	47	54	55
78	107	80	81	52	39	48	85	42	15	44
99	98	94	30	95	25	93	26	64	24	23
110	101	108	43	18	17	16	35	102	109	12
116	120	9	8	117	1	115	4	3	112	66

Pour les autres enceintes qui ſont les ſecondes, quatriémes, ſixiemes, &c. les nombres des quatre angles demeureront dans leur place naturelle, & ceux des milieux ſeront tranſpoſez tant de haut en bas que de droite à gauche, & ainſi ces huit nombres ſeront tous placez dans l'enceinte. Pour les reſtans qui ſeront

toû-

toûjours en nombre impair des deux côtez des milieux, on mettra dans la bande horizontale superieure à la place des nombres qui sont au milieu entre les angles & le milieu, ceux qui sont dans les deux bandes verticales au milieu des deux moitiez d'embas, comme ici dans la quatriéme enceinte à la place de 15 on mettra 79, & à la place de 19 on mettra 87 sans changer ces nombres de côté; & de même dans la premiere bande verticale laquelle est à gauche, à la place des nombres du milieu des deux moitiez, on y met les nombres du milieu des deux dernieres moitiez des deux horizontales naturelles, comme ici à la place de 35 on y met 19, & à la place de 79 on y met 107. Il reste encore dans la bande horizontale superieure & dans la verticale à gauche des nombres en quantité paire de chaque côté du milieu, dont une moitié sera laissée dans sa place, & l'on transposera l'autre moitié avec ses opposez directement, en observant, comme on a fait ci-devant, de transposer dans la même bande ceux qui sont également éloignez du milieu. Ces deux bandes étant disposées, les deux autres qui leur sont opposées le seront aussi, en mettant à l'opposite des nombres qui sont placez, leurs complémens à la somme du premier & du dernier, & tous les nombres qui servent à remplir l'enceinte magique sont ceux de l'enceinte naturelle; car dans l'enceinte naturelle les nombres opposez centralement sont tous complémens les uns des autres.

Il est facile à voir que ces sortes de Quarrez peuvent être variez en plusieurs manieres, ou par les differens nombres qu'on peut laisser ou transposer dans les enceintes, ou en retournant

&

& renversant quelques enceintes, ou en transposant des bandes dans le Quarré Parfait, ou enfin en mettant dans les enceintes premiere, troisiéme, cinquiéme, &c. au lieu des huit nombres principaux qui s'y trouvent naturellement, les huit autres d'une autre enceinte de même nature, ce qui se peut toûjours faire à cause que dans ces enceintes les trois nombres principaux de chaque bande feront toûjours une somme égale au triple de la cellule du milieu.

DEMONSTRATION.

LEMME I.

Dans le Quarré naturel toutes les bandes tant horizontales que verticales & diagonales, ont les nombres de leurs cellules en progression Arithmetique, comme il est évident par la disposition des nombres du Quarré; & par conséquent tous ces nombres auront les proprietez de cette progression.

LEMME II.

Dans le Quarré naturel & dans une enceinte, si l'on prend dans chacune des bandes horizontales ou verticales deux nombres également éloignez de celui du milieu des bandes ou des extrêmes, ces quatre nombres feront une somme égale au quadruple de celle du milieu, ou au double de la somme des extrêmes du nombre quarré proposé.

Car ces deux nombres dans chaque bande opposée, feront une somme double du nombre

bre du milieu de la bande, ou égale aux extrêmes par le Lemme I. & ces deux nombres du milieu ou ces deux extrêmes, qui se trouvent dans une bande prise de l'autre sens, feront encore par les mêmes raisons une somme double de la cellule du milieu, où égale aux deux extrêmes : c'est-pourquoi ces quatre nombres pris ensemble dans deux bandes opposées, feront le quadruple de la cellule du milieu, ou le double des deux extrêmes.

Comme dans l'exemple proposé 26 & 30 font le double de 28 ; & 93 & 95 le double de 94 ; & enfin 28 & 94 le double de 61 : donc 26, 30, 93, 95 font le quadruple de 61, ou le double de 122, qui est la somme des extrêmes du Quarré. Ce sera la même chose pour les Quarrez qui n'ont point de milieu.

LEMME III.

Si dans quelque enceinte d'un Quarré naturel on prend les nombres de deux cellules du milieu, l'une horizontale & l'autre verticale, 50 & 60 dans nôtre exemple, & celui 73 de l'angle opposé à celui qui est entre les deux nombres qu'on a pris, ces trois nombres feront le triple de la cellule du milieu 61.

Car à cause de la progression Arithmetique on aura $\frac{1}{2}49 + \frac{1}{2}51 = 50$, & $\frac{1}{2}49 + \frac{1}{2}71 = 60$: mais aussi $\frac{1}{2}51 + \frac{1}{2}71 = 61$; donc les trois nombres $50 + 60 + 73$ se réduisent à $49 + 73 + 61$: mais encore $49 + 73 = 2 \times 61$; donc $50 + 60 + 73 = 3 \times 61$. Ce qu'il falloit prouver.

LEM-

LEMME IV.

Lorsque dans les bandes d'une enceinte du Quarré naturel il y a entre les angles & le milieu un nombre impair de cellules ; je dis que si dans une bande on laisse les angles à leur place, & qu'on change la cellule du milieu avec son opposée dans l'autre bande ; enfin si au lieu des nombres des cellules du milieu entre le milieu & les angles, que j'appelle les cellules des quarts, on substitue les nombres des cellules des quarts les plus éloignez de cette bande, qui sont dans les bandes à côté, on aura cinq nombres qui seront égaux à cinq fois celui du milieu.

Comme ici 37, 41, 70, 74, 83, & 37, 81, 40, 84, 63.

Car à cause de la progression Arithmetique dans chaque bande, on a $37 + 41 = 2 \times 39$, & $70 + 74 = 2 \times 72$: mais $2 \times 72 = 61 + 83$, donc les cinq nombres se réduisent à $2 \times 39 + 2 \times 83 + 61$: mais $2 \times 39 + 2 \times 83 = 4 \times 61$, donc les cinq nombres proposez = à cinq fois 61.

Il est facile à connoître par ces Lemmes que la construction du Quarré que nous avons donnée est juste, puisqu'elle y est comprise & quelques autres encore que l'on pourroit faire.

PRO-

PROPOSITION XIV.

Comparaison & rapport des methodes qui ont été données jusqu'à présent, avec celles que j'ai proposées ici.

Le plus ancien Auteur, à ce que je crois, dont nous ayons des methodes pour disposer des nombres quarrez dans un Quarré qu'on appelle *Magique*, est *Manuel Moscopule*, dont j'ai trouvé un petit manuscrit dans la Bibliotheque du Roi.

Il donne deux manieres de faire les Quarrez impairs. La premiere est de compter les cellules par deux & par trois pour placer les nombres du Quarré de suite, comme on verra dans l'exemple suivant du Quarré de 5 de racine.

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Il place toûjours l'unité dans la cellule qui est au-dessous de celle du milieu; ensuite il compte deux cellules y comprenant celle-là même & en descendant directement, puis étant venu à la seconde il détourne dans celle qui lui est la plus proche à droite où il place le nombre 2. Ensuite il compte encore deux cellules en dessous, y comprenant celle où est 2 : mais comme il n'y en a point, il remonte directement à celle qui est au haut du Quarré, & détournant à droite, il place 3 dans celle qui est voisine. Il poursuit de même, & lorsque les cellules manquent à droite, il retourne à la pre-

premiere bande qui est à gauche, comme on voit ici, & il poursuit de même jusqu'à la racine qui est 5.

Etant venu au nombre de la racine, il compte trois cellules en descendant directement, & y comprenant celle où est la racine; & dans la troisiéme sans détourner, il met le nombre suivant 6, & il continue comme il a fait d'abord, comme s'il commençoit par le nombre 6, jusqu'au nombre 10 qui est un multiple de la racine: mais pour placer le nombre suivant 11, il compte encore trois cellules en dessous, comme il a fait pour le nombre 6, & c'est la même chose après tous les multiples de la racine, & par ce moyen il acheve le Quarré, comme on le voit ici.

10	18	1	14	22
4	12	25	8	16
23	6	19	2	15
17	5	13	21	9
11	24	7	20	3

Pour sa seconde maniere, où il compte par trois & par cinq, comme il dit, il met toûjours l'unité au milieu de la bande horizontale superieure, & en comptant trois cellules en descendant y compris celle qui est remplie, il place 2 dans celle qui est la plus proche à droite de la troisiéme; & comptant encore trois cellules en descendant, il met à la droite le nombre 3, & il continue de même jusqu'à la racine en remontant en haut quand il est au bas du Quarré, & passant à la premiere bande verticale à gauche quand il n'y a plus de cellules à la droite, de la même maniere qu'il a fait dans l'autre methode.

Mais quand il est venu jusqu'à la racine ou à ses multiples, il compte cinq cellules en descendant directement, & il place dans la cinquiéme

quiéme le nombre, comme 6, qui recommence un autre multiple des racines, comme on voit dans cette Figure du Quarré.

La premiere methode de cet Auteur n'est qu'un cas de celle que j'ai donnée dans ma dixiéme Proposition, comme on pourra voir ici en faisant la résolution du Quarré fait par sa methode en deux Quarrez Primitifs, dont l'un contiendra les nombres simples, & l'autre les racines.

Premier.

1	4	2	5	3
4	2	5	3	1
2	5	3	1	4
5	3	1	4	2
3	1	4	2	5

Second.

10	20	5	15	0
0	10	20	5	15
15	0	10	20	5
5	15	0	10	20
20	5	15	0	10

Dans ces deux Quarrez qui ne sont qu'un cas des regles générales des premieres Propositions, comme je l'ai marqué dans ma dixiéme, tous les nombres opposez centralement & également éloignez du centre, étant pris deux à deux, font une somme égale au double de celui de la cellule du milieu.

Car le premier de ces Quarrez qui contient les nombres simples, a dans sa bande horizontale du milieu ces nombres ordonnez suivant la regle de cette Proposition, & la bande horizontale suivante recommence par le premier nombre de l'ordre après le premier de la bande superieure. C'est-pourquoi le même nombre se trouvera répeté dans la diagonale qui descend de droite à gauche, & ce nombre étant

tant aussi celui de la cellule du milieu du Quarré est le moyen de ces nombres ; & le Quarré sera bon par ce qui a été remarqué dans la même Proposition X.

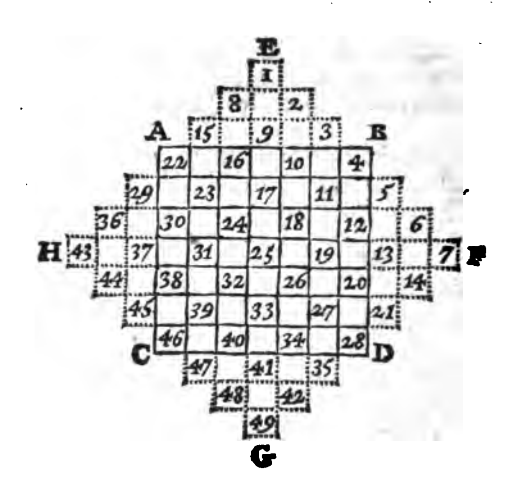
Pour le Quarré des racines il suit aussi les mêmes regles, & comme ces deux Quarrez sont formez par deux répetitions differentes des nombres de l'ordre, le Quarré Parfait sera bon.

Pour ce qui est de la seconde methode, ce n'est aussi qu'un cas de ma sixieme Proposition; car ce Quarré étant réduit dans ses deux primitifs, on trouvera l'ordre des nombres simples de la premiere bande horizontale 5, 3, 1, 4, 2, dans l'exemple ci-dessus, & celui des racines 5, 15, 0, 10, 20, & celui des nombres simples se fait en recommençant les bandes horizontales suivantes par le premier qui suit celui du milieu dans l'ordre de la bande superieure ; & celui des racines par celui du milieu de la bande superieure.

On remarquera que par cette methode les nombres qui recommencent les bandes horizontales des Quarrez Primitifs ne sont pas toûjours le même quantiéme après le premier, mais differens dans chaque Quarré ; ce qui ne change pas les regles de ma sixiéme Proposition.

M. *Bachet* dans ses *Problêmes plaisans* imprimez en 1624., dit qu'il a vû les sept nombres Quarrez depuis 3 de racine jusqu'à 9 tous disposez suivant la question des Quarrez Magiques, & c'est comme ils sont dans *Agrippa*; mais qu'il n'a trouvé en aucun endroit de regle pour les faire : que pour ce qui regarde les Quarrez impairs, il en a inventé une qu'il

qu'il donne comme on la voit ici ; mais que pour les pairs il n'a pû rien trouver qui l'ait satisfait.



Il fait d'abord le Quarré *ABCD* comme dans cet exemple de 7 de racine, puis il ajoûte à chaque côté de ce Quarré des especes de pyramides de cellules qui vont toûjours en diminuant de deux cellules jusqu'à l'unité, ainsi le premier Quarré *ABCD* se trouve changé en un autre Quarré plus grand *EFGH*, dont les cellules quarrées sont posées sur l'angle par rapport aux côtez de ce Quarré, & chacun de ces côtez n'a aussi que sept cellules ; il écrit dans ce nouveau Quarré *EFGH* tous les nombres de suite du Quarré proposé, comme on les voit ici.

En-

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

Ensuite il transporte les nombres des pyramides dans les cellules vacantes du premier Quarré, celle d'enhaut en bas, celle de bas en haut, & celle d'un côté à l'autre, sans les renverser ni les retourner, & par ce moyen tout le premier Quarré est rempli suivant ce qui est requis dans la Proposition, comme on le peut voir ici.

Il dit qu'on peut faire la même chose avec d'autres nombres, pourvû qu'ils soient en progression Arithmetique.

Cette methode donne la même disposition que la premiere de *Moscopule*; c'est-pourquoi tout ce que j'ai dit de celle-là servira pour celle-ci : mais celle de *Moscopule* est plus simple que celle de *Bachet*.

M. *Frenicle* donne d'abord la même regle que celle de *Bachet*, comme on peut voir dans le Traité de ces sortes de Quarrez qu'il avoit composé, lequel j'ai fait imprimer sur ses manuscrits. Il donne ensuite des variations de ces Quarrez, comme je les ai marquées dans ma Proposition 11. Mais enfin il propose de faire ces sortes de Quarrez de telle maniere, que si l'on en ôte des enceintes jusqu'au Quarré du milieu, qui est 1 dans les impairs, & 4 dans les pairs, le Quarré restant sera toûjours un Quarré Magique.

Il s'étend fort au long sur ces sortes de Quarrez; mais la methode qu'il donne pour les faire n'est qu'un simple tatonnement pour

 choisir

choisir les nombres du Quarré. Il est vrai qu'il fait plusieurs remarques, lesquelles peuvent beaucoup servir pour la construction.

J'ai expliqué dans ma treiziéme Proposition une maniere assez facile & simple pour trouver tous les Quarrez possibles d'une même racine lesquels ayent cette proprieté, & j'ai donné ensuite une methode générale pour faire un de ces Quarrez qui peut être varié en plusieurs manieres.

La construction de cette espece de Quarré Magique étoit un Problême qui s'étoit rendu célébre du temps de M. *Frenicle*, & la maniere de le construire paroissoit plus simple que celle dont on se servoit pour ceux qui n'avoient pas cette proprieté, car la démonstration en étoit évidente. C'est-pourquoi l'Auteur des *Nouveaux Elemens de Geometrie* ne donne que cette construction, que le Pere *Prestet* a rendu plus claire dans ses *Nouveaux Elemens de Mathematique*.

M. *de la Loubere* Envoyé extraordinaire auprès du Roi de *Siam*, rapporte dans la Relation de son voyage fait en 1687, qu'il avoit appris que les *Indiens* de *Surate* avoient une methode de ranger les Quarrez Magiques ; mais qu'il ne pût en avoir connoissance que pour les impairs, qu'il rapporte comme il suit.

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

On met l'unité au milieu de la premiere bande horizontale, & en montant diagonalement de gauche à droite. On place tous les nombres de suite du Quarré, & quand les bandes manquent en haut on descend en bas, & quand elles

es manquent à droite on passe à gauche : cela se fait jusqu'à ce que l'on trouve la cellule remplie où il faudroit aller, ce qui arrive lorsque les nombres sont les multiples de la racine; alors on met le nombre suivant dans la cellule immédiatement au-dessous du dernier, & par ce moyen on remplit tout le Quarré.

Il est aisé de voir que cette construction n'est qu'un cas de ma dixiéme Proposition, où toutes les cellules opposées centralement & également éloignées du centre, font une somme égale à celle des deux nombres extrêmes. Il donne ensuite un exemple tiré d'*Agrippa*, qui est fait suivant la premiere regle de *Moscopule*.

Mais comme M. *Bachet* n'avoit point donné de démonstration de sa methode, M. *de la Loubere* dit qu'il l'a cherchée. Il la donne ensuite, & elle me paroît fort ingenieuse, quoique difficile. Il en tire des manieres de varier ces Quarrez.

Il ajoûte enfin une pensée de M. de *Malezieu* Intendant de Monseigneur le Duc du *Maine*, sur les raisons qu'on a eues de disposer les Quarrez Magiques suivant la methode *Indienne*, qui est celle, à ce qu'il dit, qui peut les mieux executer.

M. *Poignard* grand Chanoine de *Bruxelles*, qui a fait imprimer l'année derniere un Traité de ces sortes de Quarrez sous le nom de *Quarrez sublimes*, propose d'abord sa methode générale dans la premiere Proposition, qui est comme on peut voir, toute la même que celle que donne M. *de la Loubere* pour la methode *Indienne*. Sa seconde Proposition contient, à ce qu'il dit, une methode générale pour la variation de ces Quarrez ; *savoir, en partageant les*

termes de la progression par de petits traits de 5 en 5, parceque le côté du Quarré est de cinq cellules, ce qui fera cinq membres chacun de cinq termes, comme il s'ensuit 1, 2, 3, 4, 5, | 6, 7, 8, 9, 10, | 11, 12, &c. *Après avoir ainsi partagé tous les chiffres de la progression, on variera chaque membre l'un comme l'autre par la transposition uniforme des termes de chaque membre: par exemple* 3, 1, 4, 5, 2, | 8, 6, 9, 10, 7, | 13, 11, 14, *& l'on formera avec ces membres ainsi disposez le Quarré proposé, écrivant de suite les chiffres selon la methode générale de la Proposition I.*

Cette maniere de varier les Quarrez est fort belle & fort facile, mais elle n'est pas générale comme il dit; car elle pourra manquer dans des Quarrez dont les racines ne sont pas des nombres premiers, comme on peut voir ici dans le Quarré de 9 de racine: car l'ordre des nombres de la progression étant disposé à volonté, & comme on le voit ici 3, 6, 4, 1, 2, 5, 9, 8, 7, | 12, 15, 13, 10, 11, 14, 18, 17, 16, | 21, 24, &c. & remplissant le Quarré suivant la methode générale, on trouvera que la somme des nombres de toutes les bandes sera 369; hormis la diagonale qui descend de gauche à droite qui a 372.

51	55	68	80	3	13	20	36	43
58	65	81	7	15	19	32	44	48
64	77	8	12	22	29	45	52	60
74	9	16	24	28	41	53	57	67
5	17	21	31	38	54	61	69	73
18	25	33	37	50	62	66	76	2
26	30	40	47	63	70	78	1	14
34	42	46	59	71	75	4	11	27
39	49	56	72	79	6	10	23	35

Il est facile à voir par ce que j'ai expliqué dans mes trois premieres Propositions, que ce défaut

défaut vient de ce que par la construction de M. *Poignard*, il se trouve que le Quarré Primitif des nombres simples de la racine recommence ses bandes horizontales suivantes par le cinquiéme de l'ordre superieur dans ce Quarré, & que la diagonale qui descend de gauche à droite aura tous les sixiémes de l'ordre après le premier, & six étant les deux tiers de la racine, les nombres simples y seront repetez de trois en trois & trois fois, & ce seront les nombres 6, 2, 8 : mais ces nombres faisant 16 qui differe d'une unité du nombre 15 qui est le tiers de la somme de ceux de la racine, il se trouvera dans cette bande 3 unitez de trop. Car pour ce qui est des racines, le Quarré Primitif se trouve disposé comme il faut, en ce que le nombre 36 qui est le moyen des racines, sera dans toutes les cellules de la bande diagonale qui descend de droite à gauche, ce qui doit arriver par cette methode.

On auroit pû prendre d'autres ordres des nombres simples pour faire réussir la methode de M. *Poignard* dans ce Quarré, comme 3, 5, 4, 1, 2, 6, 8, 7, pour les nombres de la premiere racine ; car alors les nombres de la diagonale auroient été 5, 2, 8, répetez trois fois qui auroient fait 45 dans le Quarré Primitif, ce qu'il falloit ; mais la methode ne sera pas générale.

PROPOSITION XV.

Examen du nombre des variations de ces Quarrez par la methode que j'ai proposée.

Il eſt certain par ma methode que le nombre des variations ſera plus grand à proportion que la racine du Quarré ſera plus grande : mais pour faire voir l'étendue de ces variations, je ne les conſidererai que dans le Quarré de 7 de racine.

On ſait par les regles des combinaiſons ordinaires, qu'on peut donner à 7 choſes ou nombres, & ſeulement par rapport aux places les unes à l'égard des autres 5040 diſpoſitions. Ainſi dans le Quarré que je propoſe on peut varier l'ordre des nombres ſimples dans le premier Quarré Primitif & dans la premiere bande horizontale en 5040 manieres, & de cet ordre dépend toute la diſpoſition du Quarré ſuivant les differentes repetitions dans les bandes horizontales. Ce ſera la même choſe pour le Quarré Primitif des racines.

On voit donc de là que ſi l'on diſpoſe le premier Quarré Primitif que je ſuppoſe celui des nombres ſimples par la premiere Propoſition, & celui des racines par la ſeconde, ils auront chacun 5040 variations, dont chacune de l'un pourra être combinée avec tout le nombre des autres, & ce qui produira autant de Quarrez Parfaits ; on aura donc par ce ſeul moyen 25, 401, 600 variations de ce Quarré.

Mais comme on peut prendre par la troiſiéme

me Propofition d'autres repetitions dans l'ordre pour former les bandes horizontales inferieures des Quarrez Primitifs, comme le troifiéme, le quatriéme, &c. de l'ordre de la bande horizontale fuperieure, on pourra combiner les Quarrez Primitifs en 12 manieres differentes, fans parler de la repetition par le premier & le dernier de l'ordre, on aura donc pour ces variations 12 fois le nombre qu'on vient de trouver, ce qui eft 304,819,200 variations.

Il y a encore les répetitions par le premier aprés le premier de l'ordre & le dernier, avec la fujetion que le même nombre qui fe trouve dans toute la diagonale, foit le moyen de l'ordre; & comme on le peut faire dans l'un & dans l'autre Quarré Primitif féparément, on aura 29, 030, 400 variations, lefquelles étant jointes aux premieres feront en tout par cette methode 334, 886, 400 variations de ce Quarré de 7.

Mais il y en a encore une infinité d'autres qui ne fe rapportent point à cette regle, & dont j'ai donné un échantillon dans la douziéme Propofition, & entre lefquels font ceux dont les enceintes étant ôtées, il refte encore des Quarrez Parfaits.

Dans tous ces Quarrez on ne compte point ceux qui fe feroient par le renverfement ou par le retournement de ces Quarrez, puifqu'en effet ils ne feroient pas differens dans l'arrangement de leurs nombres.

DE L'INVERSE DES TANGENTES ET DE SON USAGE.

Par M. ROLLE.

* QUOIQUE les secondes formules des Tangentes & celles d'un ordre plus élevé ne soient pas d'un aussi grand usage que les autres formules de Tangentes, il est peut-être bon de marquer en peu de mots comment on pourroit faire l'Inverse de ces formules du second ordre, & de celles d'un ordre plus élevé, par le moyen des regles que j'ai proposées dans les quatre Memoires que je donnai à l'Academie en 1704 pour l'Inverse des premieres formules, & qui ont été imprimez dans la même année ; C'est la premiere chose que je me suis proposé ici. Ensuite j'y marquerai de nouveaux usages de l'Inverse des premieres formules.

ARTICLE I. Soit pour exemple d'une seconde formule de Tangentes, celle qui est marquée ici en *A*.

$$A \ldots\ 5yydx^2 = 3xxdy^2.$$

Et qu'on veuille remonter à son égalité génératrice : Ayant pris une égalité indéterminée pour représenter cette génératrice, comme je l'ai

* 23. Juin 1705.

'ai dit dans mon second Memoire, on aura auſſi celle qui eſt ici en *B*.

B.... $nsy^4 = bx^5$.

Enſuite on prendra la ſeconde formule de cette génératrice, ſuivant le Journal du 13 Avril 1702, pag. 388. Edit. d'Amſt. & cette formule ſera comme on la voit ici en *C*.

C.... $3nsyydy^2 = 5bx^3dx^2$.

Comparant cette formule *C* à la propoſée *A* pour faire évanouir les inconnues relatives dx & dy, & diviſant la réduite par la ſuppoſée, comme je l'ai dit au ſecond Memoire, il ne reſtera rien du tout. Ainſi l'on n'aura point de Problême auxiliaire, & dans ce cas la ſuppoſée eſt la génératrice de la formule propoſée. De maniere que l'égalité *B*, quoiqu'indéterminée, eſt la génératrice de la ſeconde formule *A*. Dans tout autre cas on pourſuivroit ſelon les regles du ſecond Memoire, en quoi il ne paroît point de difficulté.

Remarques. Dans cet exemple on auroit pû prendre $sy^r = bx^c$ pour la génératrice ſuppoſée, comme je l'ai dit dans mon quatriéme Memoire, & il y a des recherches où cela eſt comme neceſſaire: Ainſi l'égalité *A* étant propoſée comme une premiere formule, & voulant trouver ſa génératrice, alors la ſuppoſée $sy^r = bx^c$ donneroit d'abord pour génératrice $sy^{c\sqrt{3}} = bx^{c\sqrt{5}}$, dans laquelle on voit que les coefficiens ſont entierement indéterminez, & qu'il y a encore de l'indétermination aux expoſans. Mais avec toute cette indétermination il y aura du moins un expoſant irrationel: ce qui fait naître des difficultez dont il ſera parlé dans la ſuite.

Delà on voit auſſi qu'une même égalité *A* ſeroit une premiere formule à l'égard d'une génératrice, & une ſeconde formule à l'égard d'une autre génératrice, &c.

L'égalité marquée *G* eſt la premiere formule de la génératrice *H*, & la ſeconde formule de *K*.

Pareillement l'égalité *L* eſt la premiere formule de *M*, & la ſeconde formule de *N*.

$G.\ a^4 dy^2 = 36ppxxdx^2.$
$H.\ aay = 3pxx.$
$K.\ a^4 yy = 6ppx^4.$
$L.\ fdy^2 = 3xdx^2.$
$M.\ 3fyy = 4x^3.$
$N.\ fyy = x^3.$

Ainſi une même égalité eſt une formule de differens ordres par rapport à differentes génératrices: d'où l'on voit qu'il ſeroit bon de ſavoir de quel ordre eſt la formule propoſée avant que de chercher les génératrices: ſinon il faudroit faire un dénombrement, comme on le dira dans la ſuite.

Les formules du ſecond ordre, & au delà, ſont ſouvent diviſibles; mais en les prenant dans leur entier, les limites que j'ai données pour les génératrices des premieres formules, peuvent ſervir pour les génératrices des ſecondes formules, & de celles qui les ſuivent. Et ſi l'on propoſe un diviſeur d'une formule du ſecond ordre, & au delà, comme la formule entiere, il faut y avoir égard.

Les regles que j'ai données ſur les Tangentes preſcrivent de faire évanouir les ſignes radicaux, & par conſéquent les fractions des expoſans. Ainſi il ne faut point être ſurpris, ſi

ſau-

faute de le faire, on trouvoit de fausses formules. Par exemple, si l'on a la génératrice *R*, & que, sans faire évanouïr les fractions des exposans, on y applique les regles abregeantes que j'ai proposées dans le Journal du 13 Avril 1702 pour trouver la seconde formule de cette génératrice, ces regles donneroient l'égalité qu'on voit en *P*; ce qui feroit peut-être croire que *P* est la seconde formule de *R*. Mais par l'Inverse de mes Memoires, il se trouvera que cette formule est fausse.

$$R.\ a^{\frac{1}{2}}yy = x^{\frac{5}{2}}.$$

$$P.\ 2a^{\frac{1}{2}}dy^{1} = 1\tfrac{5}{4}x^{\frac{1}{2}}dx^{2}.$$

Si l'on vouloit faire quelque usage de l'Inverse des formules du second ordre, & au delà, il faudroit se souvenir que les secondes supposent que les premieres soient détruites; que les troisiémes supposent la destruction des premieres & des secondes, ainsi de suite: ce qui obligeroit de faire que chaque formule qui se doit détruire, soit égale à 0, & de résoudre les égalitez qui en résultent, si déja cela n'étoit fait.

ARTICLE II. Les regles dont je me sers pour l'Inverse générale des premieres formules de Tangentes, ont des usages qui leur sont particuliers. En voici un qui paroît notable. C'étoit une difficulté considerable il y a quinze ans de trouver les lieux les plus simples pour les effections Geometriques; mais une plus grande difficulté de reconnoître de quel genre est un lieu, ou une égalité génératrice. J'ai donné une regle très-courte & très-précise pour la premiere difficulté dans le Traité des *Effections Geometriques* que je publiai en l'année 1691. Car ayant tiré la racine quarrée du premier ex-

posant de l'égalité proposée, on voit tout d'un coup par cette regle les lieux les plus simples qui doivent servir à résoudre cette égalité. Mais comme il est beaucoup plus difficile de former des methodes générales pour la seconde recherche, celles que j'ai proposées sur ce sujet demandent beaucoup d'operations, & même les regles que d'autres Auteurs ont données pour cette recherche, sont encore bien longues, quoique ces regles n'aient été faites que pour des cas particuliers. En voici une qui s'étend à toutes les égalitez, & qui est capable d'un grand abregement. Je l'ai tirée de l'Inverse des Tangentes, comme on le va voir ici.

Pour joindre l'exemple à la regle, je prens l'égalité qui est marquée ici en *D*.

$$D \ldots\ x^{18} - a^5 d^5 x^3 y^5 + d^6 n^6 y^6 = 0.$$

Et je me propose de trouver le veritable genre de cette égalité génératrice.

Pour cela je prens la premiere formule des Tangentes, & si je me sers de t pour exprimer la soûtangente des y, la formule sera comme on la voit en *F*.

$$F \ldots\ 18x^{18} = 3a^5 d^5 y^5 x^3 - 5a^5 d^5 x^3 y^4 t + 6d^6 n^6 y^5 t = 0.$$

Ensuite je regarde cette formule, comme si elle m'étoit proposée, pour en trouver la génératrice sous sa forme la plus simple, par la methode que j'ai donnée pour cette Inverse: de maniere qu'en parcourant les génératrices indéterminées que fournit cette methode, il est bon de commencer par les plus simples; ce qui me donne la génératrice indéterminée marquée ici en *S*, d'où je tire la premiere formule des Tangentes que l'on voit en *T*, comme le prescrit la methode.

S....

$S \ldots\ sppy = hx^3.$
$T \ldots\ sppt = 3bx^3.$

Je compare la formule *T* à la formule *F* pour faire évanoüir l'expression de la soûtangente; je divise la réduite par la supposée *S*, le tout selon la methode, & je trouve que le Problême auxiliaire ne consiste que dans la seule égalité *V*.

$$V \ldots\ d^6 n^6 h^6 - ppa^3 d^3 sb^3 + p^{12} s^6 = 0.$$

Où l'on voit que *s* & *b* sont dans une situation réciproque; & lorsque cela arrive, la proposée est du même genre que la supposée. Ainsi la proposée *D* est du même genre que la supposée *S*. Mais *S* est du second genre. Donc la proposée est aussi du second genre. *Ce qu'il falloit trouver*.

Il y a des cas où il faudroit encore quelques operations, mais la voie est toûjours la même. Ce qui sera amplement expliqué en d'autres Memoires.

Remarques. Au lieu de parcourir les génératrices indéterminées que fournit la seconde regle de la methode, on auroit pû supposer $sy^r = bx^c$; & cela abrége très-considerablement, lorsque la proposée est réductible à un binome. Il y a encore d'autres moyens fort abregeans, que l'on donnera dans la suite avec les éclaircissemens & les démonstrations necessaires.

VERITABLE HYPOTHESE DE LA RESISTANCE DES SOLIDES,

Avec la Démonstration de la Courbure des corps qui font Ressort.

Par M. BERNOULLI Professeur à *Bâle*.

Lettre du 12. *Mars* 1705.

* POUR faire mieux entendre ce que je dirai en son temps du *Centre de Tension*, suivant la promesse que j'en ai faite dans mon Memoire du 13. Mars 1703 †. je croi devoir expliquer auparavant une hypothése qui me paroît le véritable Principe de la Résistance des Solides, & en tirer la démonstration de la courbure que prennent les ressorts pliez, à laquelle on a donné le nom d'*Elastique*.

Galilée est le premier qui ait examiné cette résistance des corps, & qui ait cherché combien il falloit plus de force pour rompre un corps solide en le tirant directement suivant sa longueur, que pour le rompre transversale-ment.

* 4. Juillet 1705. † Inseré dans les *Memoires de l'Academie* 1703. pag. 96.

ment. Pour cet effet il confidera une poutre, une planche ou une perche prifmatique * *ABCD* fichée horizontalement dans un mur *AB* avec un poids *P* fufpendu à fon extrémité ; & s'imaginant un levier mobile fur fon apui *A*, il a trouvé par fon raifonnement, que la force qui arracheroit cette poutre du mur fuivant la direction horizontale *AD* ou *BC*, doit être au poids *P* capable de la rompre tranfverfalement fuivant la direction *CD*, comme la longueur *AD* à la moitié de la hauteur *AB*.

Mrs. *Leibnitz* & *Mariotte* pouffèrent enfuite cette fpéculation ; & retenant la même hypothêfe du levier, ils conçûrent de plus dans tous les corps folides une infinité de fibres, lefquelles avant que ces corps plient & rompent tranfverfalement, doivent être tendues plus ou moins, fuivant qu'elles font plus ou moins éloignées de l'apui du levier, & doivent par conféquent réfifter autant qu'elles font tendues. C'eft ce qui leur a fait trouver que la force neceffaire pour arracher une poutre directement, eft à celle qu'il faut employer pour la rompre tranfverfalement, en raifon de *AD* au tiers de la hauteur *AB*. Ce qui approche beaucoup plus de la verité que ce qu'en a dit *Galilée*. Mais aucun de ces Auteurs ne confiderant les corps comme fujets à compreffion, & fur tout leur hypothêfe des tenfions des fibres proportionnelles aux forces tendantes, ne s'accordant pas précifément avec la nature ; c'eft la raifon pourquoi ils n'ont pas encore rencontré affez jufte, & que leur doctrine a befoin de quelque correction. Ainfi M. *Varignon* a eu raifon de dire dans les Memoi-

* FIG. I.

moires de l'Academie de 1702. pag. 88. *que cette hypothêse, quoique très vrai-semblable, pourroit n'être pas encore au gré de tout le monde.* Voici (je croi) la véritable, à laquelle M. *Varignon* pourra appliquer sa Regle générale, comme il l'a déja appliquée aux deux hypothêses précédentes.

Pour ce qui est de la Courbure des corps à ressort, on n'en a parlé jusqu'ici que d'une maniere fort douteuse. *Galilée* y a aussi pensé: il s'est imaginé que cette Courbure étoit parabolique; mais cette conjecture est très-fausse. Depuis lui je ne sai personne qui ait rien donné de meilleur. Il y a environ onze ans que j'entrepris le premier de déterminer cette Courbure géométriquement: j'en donnai la construction dans les Journaux de *Leipsic*; mais d'une maniere encore assez imparfaite, ne considerant alors que les fibres exterieures des surfaces de la lame pliée, au lieu qu'il faut faire attention à toutes celles qui composent son épaisseur. C'est-pourquoi je vais tâcher de suppléer à ce défaut, & de perfectionner le Principe de la Résistance des Solides, & ma construction de la Courbe Elastique: l'un & l'autre se fera en même temps en se servant des Lemmes qui suivent.

LEMME I.

Des Fibres de même matiére & de même largeur ou épaisseur, tirées ou pressées par la même force, s'étendent ou se compriment proportionnellement à leurs longueurs.

DEMONST. 1°. Soient deux fibres *AB*, *AE* *, dont

* FIG. II.

dont la plus longue AE soit divisée en parties AB, BC, CD, DE, égales chacune à la plus courte AB de ces deux fibres; qu'on affermisse la plus longue au point D, & qu'on attache à son extrémité E le poids P; la partie DE s'étendra autant que la plus courte fibre AB l'est par son poids P égal à l'autre, à cause de (*hyp.*) $DE = AB$. Qu'on affermisse ensuite la fibre AE en C, & qu'on ôte l'arrêt ou l'attache qu'on vient de supposer en D; la partie CD s'étendra aussi autant que fait la plus courte fibre AB, à cause de l'action continuelle de la pesanteur du poids P. Qu'on lâche l'arrêt en C, & qu'on affermisse la fibre AE en B, & enfin en A; on trouvera de même que chacune de ces parties BC, AB, s'étendra encore autant. Donc l'extension EK de toute la fibre AE, sera à l'extension BI de la plus courte fibre AB, comme AE est à AB. *Ce qu'il faloit premierement démontrer.*

2°. Soient encore deux fibres de longueur inégale AD, AB *, dont la plus grande AD soit encore divisée en parties AB, BC, CD, égales chacune à la moindre AB de ces fibres. Qu'on soûtienne l'autre AD en B; sa partie AB se comprimera par le poids P qu'on aura mis dessus, autant que fait la plus courte fibre AB par un poids égal, à cause de (*hyp.*) $AB = AB$. Qu'on soûtienne ensuite la fibre AD en C, & puis en D, ôtant chaque fois le soûtien de l'endroit où il étoit auparavant; chacune de ses parties BC, CD, souffrira encore la même compression, à cause de l'action continuelle du poids P. Donc la compression

AK

* Fig. III.

AK de toute la fibre *AD*, est à la compression *AI* de la fibre *AB*, comme *AD* est à *AB*. *Ce qu'il faloit secondement démontrer.*

LEMME II.

Des Fibres homogênes & même de longueur, mais de differente largeur ou épaisseur, s'étendent ou se compriment également par des forces proportionelles à leurs largeurs.

DEMONST. Soit *AF** la plus grosse de ces fibres, laquelle on imaginera divisée selon sa largeur *BF* en d'autres fibres qui soient chacune de la largeur ou grosseur de la plus menue *AB*. Il est clair que chacune de ces fibres résultantes de la division de la grosse *AF*, pour être étendue ou comprimée autant que la fibre *AB*, demande un poids égal au sien ; & par conséquent que toutes ces fibres ensemble, c'est-à-dire la fibre entiere *AF*, pour arriver au même dégré d'extension ou de compression *AI* que la moindre fibre *AB*, requiert un poids *Q* d'autant plus grand que le poids *P*, que la largeur ou épaisseur de la fibre *AF* est plus grande que celle de la fibre *AB*. *Ce qu'il faloit démontrer.*

LEMME III.

Des Fibres homogênes de même longueur & de même largeur, mais chargées de differens poids, ne s'étendent, ni ne se compriment pas proportionellement à ces poids ; mais l'extension ou la compression causée par le plus grand poids, est à l'ex-

* FIG. III. & IV.

l'extension ou à la compression causée par le plus petit, en moindre raison que ce poids-là n'est à celui-ci.

DEMONST. * Si les compressions étoient proportionelles aux poids qui les causent, il s'ensuivroit qu'ayant chargé la fibre *AB* d'un poids *R* qui fût au poids *P* en plus grande raison que la longueur de la fibre *AB* n'est à *AI* quantité de la compression faite par le poids *P*, la fibre *AB* se comprimeroit plus que de toute sa longueur; ce qui est absurde. Donc la compression d'une même fibre ou de fibres égales en tout, causée par le plus grand poids *R*, doit nécessairement être à la compression faite par le plus petit *P*, en moindre raison que le poids *R* n'est au poids *P*. Il en doit être de même des extensions des fibres, l'extension n'étant autre chose qu'une compression négative, comme la force tendante n'est autre chose qu'une force négativement comprimante. *Ce qu'il faloit démontrer.*

SCHOL. C'est aussi ce que l'expérience confirme. Car ayant pris une corde de boyaux longue de 3 pieds, je l'ai chargée successivement de 2, 4, 6 & 8 livres : j'ai remarqué qu'elle s'étendoit de 9, 17, 23 & 27 lignes; au lieu qu'elle eût dû s'étendre 9, 18, 27, 36 lignes, si les extensions étoient proportionelles aux poids.

COROL. Si l'on conçoit une ligne *TVNυθ* †, dont les abscisses *NR*, *NQ*, marquent les forces tendantes; *Nρ*, *Nκ*, les forces comprimantes: les appliquées *RT*, *QV*, les extensions; &

* FIG. III. † FIG. V.

& $\rho\theta$, $\kappa\upsilon$, les compressions d'une fibre de longueur & grosseur données : Cette ligne *TVN*$\upsilon\theta$, que j'appelle *ligne de tension & de compression*, ne peut être droite, mais courbe, concave vers l'axe *R*ρ, ayant du côté de *N*θ une asymptote parallele à cet axe ; parceque la raison de *RT* à *QV* ($\rho\theta$ à $\kappa\upsilon$) doit être moindre que celle de *NR* à *NQ* (*N*ρ à *N*κ), & que $\rho\theta$ ne sauroit jamais exceder la longueur donnée de la fibre. Au reste il est probable que cette Courbe est differente à l'égard de differens corps, à cause de la differente structure de leurs fibres.

LEMME IV.

La même force qui fait plier une poutre ou perche ABCD* *de* AB *en* GF, *en étendant une partie de ses fibres de la quantité du triangle* BSF, *& comprimant l'autre de la quantité du triangle* ASG, *seroit capable d'étendre l'assemblage de toutes les fibres sur l'apui* A, *de la quantité du triangle* ABF, *ou bien de comprimer cet assemblage sur l'apui* B *ou* F *de la quantité du triangle* BAG *ou* FAG.

DEMONST. Concevons pour un moment la poutre apuiée en *A* pour empêcher sa compression ; le poids *P* la fera un peu plier, comme de *AB* en *AF*. Qu'on ôte ensuite l'apui *A* après que la fibre *BF* est tendue autant qu'elle le peut être ; le point *F* servira d'apui, & le même poids *P* fera encore baisser la poutre, comme de *FA* en *FG*. Or il est clair que

* FIG. I.

ue si l'on eût laissé librement aller la poutre ans l'apuier en *A*, le poids *P* l'auroit d'abord ait plier de *AB* en *GF*. Donc la force qui eut tout à la fois étendre une partie de ses fibres de la quantité du triangle *BSF*, & comprimer l'autre de la quantité du triangle *ASG*, est la même que celle qu'il faudroit pour étendre l'assemblage de toutes les fibres sur l'apui *A* de la quantité du triangle *ABF*, ou pour comprimer sur l'apui *F* de la quantité du triangle *AFG*.

Cela paroît encore en ce que la fibre en *H* étant tendue sur l'apui *A* de la longueur *HK*, & comprimée en même temps sur l'apui *F* de la longueur *KI*, c'est tout comme si elle étoit seulement tendue de la longueur $HI = HK - KI$; & que la fibre en *N* étant tendue sur l'apui *A* de la longueur *MN*, & comprimée sur *F* de la longueur *ML*, c'est tout comme si elle étoit seulement comprimée de la longueur $NL = ML - NM$. Or toutes les *HI* & *NL* font les triangles *BSF* & *ASG*, ainsi que toutes les *HK* font le triangle *ABF*, & toutes les *KI* le triangle *AFG*.

COROL. La force qui peut étendre la poutre sur l'apui *A* de la quantité du triangle *ABF*, est donc la même que celle qui peut la comprimer sur l'apui *B* ou *F* de la quantité du triangle *BAG* ou *FAG*; parceque chacune de ces forces est la même que celle qui peut l'étendre & le comprimer tout à la fois sans apui, de la quantité des deux triangles *BSF* & *ASG*.

PRO-

PROBLEME I.

Trouver combien il faut plus de force pour rompre une poutre directement, c'est à dire, en la tirant suivant sa longueur, que pour la rompre transversalement.

SOLUT. * Soit la poutre *ABCD* que l'on regarde comme composée d'une infinité de fibres homogènes de même longueur, & chargée à son extrémité du poids *P*, qui la fasse plier de *AB* en *GF* en étendant une partie de ses fibres de la quantité du triangle *BSF*, & comprimant l'autre de la quantité du triangle *ASG*; & que la force de ce poids soit précisément celle qu'il faut pour rompre la poutre. Il paroît par le *Lem.* 4. que si l'on soûtenoit la poutre d'un apui en *A*, le même poids *P* étendroit ses fibres de la quantité du triangle *ABF*, c'est à dire, sa fibre extrême de la même longueur *BF*, & une des moyennes de la longueur *HK*, qui sont les appliquées du triangle *ABF*. Qu'on représente ces longueurs *BF* & *HK* par les appliquées de la ligne de tension *RT* & *QV*; ainsi que les forces requises pour étendre ces longueurs, par les abscisses *NR* & *NQ*. Soient nommées *AB*, b; *AD*, c; *BF* (*RT*), t; *HK* (*QV*) p; *NR*, m; *NQ*, n.

L'on aura $BF (t) . HK (p) :: AB (b) . AH = \frac{bp}{t}$; dont la différentielle $\frac{b\,dp}{t}$ marquera la largeur

* FIG. I. FIG. V.

geur de la fibre *EH*. Et parceque la résistance que fait la fibre en *H*, est proportionnée à la force absolue *NQ*, dont elle est tirée, à la largeur de la fibre *EH* par le *Lem.* 2. & à la distance de l'apui *AH* par la nature du levier; cette résistance sera $= n \times \frac{bdp}{t} \times \frac{bp}{t} = \frac{bbnpdp}{tt}$; & par conséquent la résistance que font toutes les fibres ensemble, sera $= \frac{bb}{tt} \times \int npdp$, c'est à dire $= \frac{bb}{tt} \times \int mtdt$ par rapport à tout le triangle *ABF*. Donc cette résistance étant égale à l'action du poids *P*, laquelle a pour valeur (*momentum*) $AD \times P$, l'on aura $\frac{bb}{tt} \times \int mtdt = AD \times P = c \times P$; & par conséquent aussi $P = \frac{bb}{ctt} \times \int mtdt$.

Supposons maintenant qu'il faille rompre la poutre suivant la direction *AD* ou *BC*; il est clair que toutes les fibres comprises dans l'épaisseur *AB* (*b*) de la poutre, doivent être toutes également tendues, chacune de la longueur *BF*; & par conséquent tirées chacune de la même force *NR* ou *m*: ce qui donne *bm* pour la somme de toutes ces petites forces. D'où l'on voit que la force requise pour rompre la poutre en *BF* directement, c'est à dire, en la tirant suivant sa longueur *AD* ou *BC*, est à celle que doit avoir le poids *P* pour la rompre transversalement au même endroit, comme *bm* est à $\frac{bb}{ctt} \times \int mtdt$, c'est à dire, comme la longueur (*c*) de la poutre est à $\frac{b}{mtt} \times$

$\int mtdt$

$\int mtdt$. Or cette quantité $\frac{b}{mtt} \times \int mtdt$ est toûjours plus petite que le tiers de la hauteur AB; car de ce que $\frac{t}{p} < \frac{m}{n}$ par le *Lem.* 3. il s'ensuit que n est toûjours $< \frac{mp}{t}$, $npdp < \frac{mppdp}{t}$, & $\int npdp < \int \frac{mppdp}{t} = \frac{mp^3}{3t}$. Donc tout le triangle ABF donnera $\int mtdt < \frac{mt^3}{3t} = \frac{mtt}{3}$; & enfin $\frac{b}{mtt} \times \int mtdt < \frac{b}{mtt} \times \frac{mtt}{3} = \frac{1}{3}b = \frac{1}{3}AB$. Ce qui s'accorde avec les expériences de M. *Mariotte*, qui a toûjours trouvé cette quantité moindre que le tiers, & plus grande que le quart de la hauteur AB. Voyez son *Traité du Mouvement des Eaux*, Part. 5. Disc. 2.

COROL. Si l'on conçoit la poutre comme soûtenue d'un apui en F, & comprimée de la quantité du triangle AFG, & qu'on représente les racourcissemens de la fibre extrême AG, & d'une ses moyennes KI, par les appliquées de la ligne de compression * $\rho\theta$, $\kappa\upsilon$, ainsi que les forces comprimantes de ces fibres par les abscisses $N\rho$, $N\kappa$: nommant AG $(\rho\theta)$, τ; KI $(\kappa\upsilon)$, π; $N\rho$, μ; $N\kappa$, ν; on trouvera de même que la résistance que toutes les fibres font ensemble à leur compression, par raport au triangle KFI, est $= \frac{bb}{\tau\tau} \times \int \nu\pi d\pi$, & $= \frac{bb}{\tau\tau} \times \int \mu\tau d\tau$ par raport au triangle AFG. Donc puisque (*Lem.* 4.) il faut la même force pour vaincre la résistance que les fibres font à leur compression, que pour vaincre celle qu'elles font à leur

* FIG. V.

leur extension; l'on aura $\frac{bb}{tt} \times \int m\,t\,dt = \frac{bb}{\tau\tau} \times \int \mu\,\tau\,d\tau$; & par conséquent aussi $tt.\ \tau\tau :: \int m\,t\,dt.\ \int \mu\,\tau\,d\tau$. D'où il paroît que les lignes de tension & de compression étant données, c'est à dire, m étant donnée par t, & μ par τ, le raport qu'il y a entre t & τ (entre BF & AG, ou entre BS & AS) sera aussi donné; & qu'ainsi le point S, qui ne souffre ni extension ni compression, sera trouvé.

PROBLEME II.

Trouver la Courbure de la ligne Elastique, c'est à dire, celle des lames à ressort qui sont pliées.

SOLUT. * La lame $IKCN$ est un parallélogramme rectangle en son état naturel, affermie ou clouée à l'un de ses bouts IK, & chargée à l'autre N du poids P, qui lui fait prendre la courbure IBN ou KAC; EA est une de ses parties infiniment petite, étendue en dehors de la quantité du triangle BSF, & comprimée en dedans de la quantité du triangle ASG; EH & FG prolongées concourent au point M centre du cercle osculateur de la Courbe. Soient maintenant AD ou $NX = x$, ND ou $AX = y$, l'épaisseur de la lame IK ou $AB = b$, le poids $P = bb$, la longueur de la fibre EB ou $AH = dz$, la longueur de celle pour laquelle est construite la ligne de tension & de compression $= f$, & enfin la force qui peut

* FIG. V.

peut étendre la fibre EB de la longueur BF, ſoit marquée par $NR = m$, & celle qui peut comprimer la fibre AH de la longueur AG, par $N\rho = \mu$.

Or (*Lem.* 4.) le poids P pourroit étendre la particule EA de la lame ſur l'apui A de la quantité du triangle ABF en vertu du levier DAB, ou bien la comprimer ſur l'apui F de la quantité du triangle FAG en vertu du levier CFG: les bras des leviers AD & FC ſont ici conſiderez comme égaux, à cauſe du peu d'épaiſſeur AF de la lame. C'eſt ce qui nous donne bbx ($P \times AD$ moment du poids P) $= \frac{bb}{tt} \int m\,t\,dt$ quantité de la réſiſtance des fibres (par le *Prob.* 1.) Ainſi en diviſant par bb, l'on aura $x = \frac{\int m\,t\,dt}{tt}$. Le *Corol. du Prob.* 1. donne auſſi $\frac{\int m t dt}{tt} = \frac{\int \mu\,\tau\,d\tau}{\tau\tau}$. On aura de plus (*Lem.* 1.) $f.t$ $(RT)::dz(EB)$. $\frac{t\,dz}{f} = BF$; comme auſſi $f.\tau$ $(\rho\theta)::dz\,(HA)$. $\frac{\tau\,dz}{f} = AG$. Et parceque $BF.AG::BS.AS$; donc $BF + AG\left(\frac{tdz + \tau dz}{f}\right)$. $BF\left(\frac{t\,dz}{f}\right)::AB\,(b)$. $BS = \frac{bt}{t+\tau}$. Enfin à cauſe des triangles ſemblables BSF & HMG, l'on aura $BF\left(\frac{t\,dz}{f}\right)$. $BS\left(\frac{bt}{t+\tau}\right)::HG$ (qui ne differe pas ſenſiblement de AH ou dz). $HM = \frac{bf}{t+\tau}$ rayon du cercle oſculateur, lequel (comme l'on ſait) dans toutes les Courbes s'ex-

s'exprime généralement par $\frac{dxdz}{ddy}$. Donc on aura $\frac{bf}{t+\tau} = \frac{dxdz}{ddy}$, ou $bfddy = \overline{t+\tau} \times dxdz$; & en prenant les sommes, $bfdy = dz \times \int \overline{t+\tau} \times dx$; & en quarrant $bbffdy^2 = dz^2 \times \overline{\int \overline{t+\tau} \times dx}^2 = \overline{dx^2 + dy^2} \times \overline{\int \overline{t+\tau} \times dx}^2$, ou bien $bbff - \overline{\int \overline{t+\tau} \times dx}^2 \times dy^2 = dx^2 \times \overline{\int \overline{t+\tau} \times dx}^2$; & en tirant la racine quarrée $dy\sqrt{bbff - \overline{\int \overline{t+\tau} \times dx}^2} = dx \times \int t + \tau \times dx$; ou enfin $dy = \frac{dx \times \int \overline{t+\tau} \times dx}{\sqrt{bbff - \overline{\int \overline{t+\tau} \times dx}^2}}$, qui est la différentielle de l'ordonnée de la Courbe que l'on cherche.

Nous avons donc trouvé trois équations : savoir $x = \frac{\int mtdt}{tt}$, $\frac{\int mtdt}{tt} = \frac{\int \mu\tau d\tau}{\tau\tau}$, & $dy = \frac{dx \times \int \overline{t+\tau} \times dx}{\sqrt{bbff - \overline{\int \overline{t+\tau} \times dx}^2}}$, dont la premiére exprime le raport qui est entre t & x, l'autre entre t & τ, & la troisiéme celui d'entre x & y; ce qui détermine entiérement les points de la Courbe.

Pour la construire on tracera premiérement la Courbe ONZ telle que faisant $OX = RT = t$, & $YZ = \rho\theta = \tau$, NX soit $= \frac{\int mtdt}{tt}$, & $NY = \frac{\int \mu\tau d\tau}{\tau\tau}$; car ayant coupé indéfiniment

 dans

dans l'axe $NX = NY$, si l'on fait $XA =$
$$= \int \frac{dx \times \overline{\int t + \tau \times dx}}{\sqrt{bbff - \overline{\int t + \tau \times dx}^2}},$$
le point A sera dans la Courbe requise KAC. Supposé donc, par exemple, que les lignes de tension & de compression fussent droites (quoiqu'elles ne soient jamais telles *par le Corol. du Lem.* 3.) ayant alors $\frac{NR}{RT}\left(\frac{m}{t}\right) = \frac{a}{g}$, & $\frac{N\rho}{\rho\theta}\left(\frac{\mu}{\tau}\right) = \frac{a}{b}$; l'équation differentielle de la Courbe sera $dy =$
$$= \frac{xxdx}{\sqrt{\frac{4aabbff}{g \times \overline{g+b}^2} - x^4}},$$
& $BS.AS :: g.b$. Mais supposé que ces lignes-là fussent des paraboles, que g fût le paramétre de la premiére, & b celui de la seconde; alors cette équation deviendra $dy = \frac{xdx\sqrt{x}}{\sqrt{\frac{gbbff}{16 \times \overline{g+b+2\sqrt{gb}}} - x^3}}$, & $BS.$ $AS :: \sqrt{g}.\ \sqrt{b}.$ &c.

OB-

Fig. 4.

Q
A
I
B
FEDC

Fig. 1.

C
D
P
P

Fig. 5.

N x Y
1
D
z θ
L

OBSERVATIONS SUR LA GRATIOLE.

Par M. BOULDUC.

* JE n'ai quasi travaillé jusqu'à présent que sur les medicamens purgatifs étrangers, & entre ceux-là sur les plus violents. Je les laisserai pour quelque temps, afin de donner place à quelques-uns des nôtres, pour tâcher de découvrir par nôtre travail & par nos experiences, si nous ne pourrions pas les mettre en évidence, & nous les rendre aussi familiers que nous avons fait jusqu'à présent les autres, persuadé que je suis, que si l'on n'est point encore parvenu à ce point, c'est pour n'y avoir peut-être pas fait assez d'attention, & pour ne s'être pas donné la peine de les examiner d'assez près, pour les pouvoir mettre en usage avec la même sûreté & avec la même utilité. Si je n'y parviens pas aussi heureusement que je me le suis proposé, du moins en aurai-je fait la tentative, & je pourrai par-là donner occasion à d'autres d'y travailler.

Je dirai donc aujourd'hui ce que j'ai fait de l'un des plus violents d'entre les nôtres, c'est la Gratiole, qui toute violente que nous la connoissons, n'a pas laissé d'être appellée *Gratia Dei*, & peut-être par diminutif *Gratiola*; par-

* 8 Juillet 1705.

parceque cette grace est pour l'ordinaire accompagnée de violents effets, d'autant que souvent en operant elle fait vomir & purger par irritation.

Cependant par le long & frequent usage que j'en ai fait jusqu'ici, je ne me suis point apperçû qu'on dût autant l'apprehender que la Coloquinthe, que la Gomme-gutte & semblables. On ne la redoute que parcequ'on ne l'a pas assez connue ni maniée; je n'en suis pas surpris, ç'a été l'usage de tous les temps, surtout en remedes, de negliger ce que nous possedons, & de nous attacher à ce que nous ne possedons pas. Si cette plante nous étoit envoyée de bien loin, nous la vanterions comme la Scammonée, le Senné, la Rhubarbe & les autres.

La Gratiole, que nous connoissons aujourd'hui sous ce nom, sans en vouloir faire la description, que je laisse aux Botanistes, pour m'attacher uniquement à la connoître dans les differentes parties qui la composent, est connue pour un parfaitement bon hydragogue, qui purge par haut & par bas, prise en substance ou en infusion: je l'ai éprouvée comme un très-bon vermifuge, infusée dans le lait, aussi-bien que pour l'ascite, l'effet de cette maniere en est fort doux, d'autant que ce menstrue par sa viscosité, ne peut dissoudre de ce mixte, que ce qu'il a de plus velouté, pendant que ses parties roides restent dans le marc.

Cette qualité specifique contre les vers, peut être attribuée à son extrême amertume, ou à quelqu'autre principe qui se trouve en cette plante, qu'on n'a pas encore démêlé.

Il est constant même, comme l'ont fort bien remarqué ceux qui en ont écrit, qu'elle est un fort bon vulneraire appliquée sur les playes;
&

& peut-être n'a-t-on point encore observé, comme j'ai fait, que la racine de cette plante donnée en poudre au poids de demie dragme, même une dragme, est un remede specifique contre la dyssenterie, & qu'elle fait assez l'effet de l'Ypecacuanha, quand on n'a pas laissé faire trop de progrès au mal; aussi ai-je remarqué que cette racine a quelque adstriction au goût independemment de son amertume.

Je viens présentement au détail de ce que j'ai observé dans les differentes decompositions de cette plante, d'où par la suite je tirerai mes conséquences, qui peut-être donneront lieu à d'autres de nous en donner leurs réflexions.

J'ai travaillé d'abord sur la Gratiole nouvellement arrachée de terre & pleine de suc; j'en avois quatre livres quinze onces avec les racines; je les ai separées, elles ont pesé quatorze onces, & n'ont plus pesé que trois onces & demie après avoir été bien sechées: ces quatorze onces & demie de racines renfermoient donc dix onces & demie d'humidité.

Les quatre livres une once de tiges & feuilles separées des racines, ont produit deux livres quatre onces de suc, qui après avoir été dépuré par résidence & passé par le filtre, ne s'est plus trouvé peser que deux livres une once & demie: les deux onces & demie de féces ont été réduites à très-peu de chose après avoir été bien sechées, & le peu qu'il y en avoit m'a paru d'abord un peu salé, & sur la fin d'une amertume assez acre.

Ces tiges & feuilles après en avoir tiré par forte expression la quantité de suc ci-dessus

marquée, n'ont plus pesé que vingt-quatre onces, & sechées qu'elles ont été dix onces & demie : ce marc contenoit donc encore treize onces & demie d'humidité qu'on n'avoit pû séparer par l'expression.

Ce suc ainsi dépuré étoit d'un verd pâle, comme ce qu'on appelle Celadon, & ce qui est surprenant peu amer, par comparaison à ce qu'est la plante dans son entier, aussi le marc est-il resté beaucoup amer.

J'ai réduit ces deux livres une once & demie de suc dépuré en syrop fort épais par le bain vaporeux : l'humidité que j'en ai tirée étoit d'une odeur assez agreable, insipide au goût, laissant pourtant quelque temps après un peu d'impression de chaleur sur la langue, accompagnée de secheresse.

J'ai mis cette espece de syrop épais, qui paroissoit très-uni dans ses parties, dans une petite terrine de terre, & la terrine à la cave pendant un mois, après lequel j'ai trouvé au fonds & aux parois du vaisseau de petits globules qui résistoient un peu sous la dent, qui ne laissoient après de s'étendre & se fondre sur la langue assez facilement : ils étoient, aussi-bien que le reste du syrop, d'un salé acide, laissant sur la fin un peu d'amertume avec acreté & adstriction. C'étoit le sel essentiel de la plante.

Ce suc ainsi épaissi, & methodiquement desseché à chaleur très-douce en consistence d'extrait très-solide, s'est trouvé peser sept dragmes.

Cet extrait, quelque desseché & solide qu'il soit, s'humecte très-aisément à l'air, & les parties exterieures de la masse se fondent toutes

en

en syrop par succession de temps. Cela est assez ordinaire à tous ces extraits qui abondent en sels.

J'ai fait quelques essais de cet extrait autant que j'en ai trouvé l'occasion ; j'ai veritablement remarqué qu'il purgeoit, mais non-pas autant que je l'aurois crû : il a beaucoup poussé par les urines, n'a causé que quelques nausées, sans vomissement, encore ces nausées pouvoient-elles venir de la trop grande plenitude de ceux à qui j'ai donné cet extrait. La dose a été de 24 à 30 grains.

Comme presque toute l'amertume de cette plante m'a parû être restée dans le marc des tiges & feuilles dont j'avois tiré le suc, j'ai inferé à bon titre que ce marc n'étoit pas entierement dépouillé ni dénué de toute la qualité de la plante ; & de fait, j'ai encore tiré de la moitié de ce marc (qui pesoit dix onces & demie) par nombre de décoctions & macerations faites avec l'eau, une once douze grains d'extrait, j'en aurois donc tiré deux onces un scrupule ou environ, si j'avois employé la totalité. J'ai été bien-aise de garder de ce marc pour quelques-autres experiences qui auront leur place dans une autre occasion.

Il est donc évident qu'on tire plus d'extrait du marc de cette plante, toutes proportions gardées, par les décoctions, que l'on en tire du suc, puisque le suc de 4 liv. 2 onces de Gratiole n'a produit que sept dragmes d'extrait, & que le marc de cette quantité en a donné deux onces une dragme & demie.

Ce dernier extrait, à la difference du premier, est bien moins salé acide, d'une amertume considerable, avec beaucoup d'apreté, ce

que n'eſt point l'autre, il purge auſſi beaucoup plus à même doſe.

Ce procedé d'extraire ainſi les extraits à l'égard des plantes ſucculentes, pour en avoir toute la qualité, nous prouve bien qu'il eſt plus à propos de les faire par les réiterées decoctions, qu'avec les ſucs ſeulement, à moins toutefois que dans de certaines occaſions l'on ne reconnût dans le ſuc de quelques plantes, quelque qualité qui ſeroit differente de celle qui ſeroit reſtée dans le marc, qui ne conviendroit point aux intentions.

Quelques Auteurs ont prétendu & nous ont décrit les extraits des plantes ſucculentes par les ſucs dépurez; mais probablement qu'ils n'avoient pas remarqué, comme je viens de le faire, ce qu'on pouvoit encore tirer d'extrait du marc, après en avoir tiré le ſuc; j'ai été, comme eux, dans cette erreur, & j'en ai été tiré par mes experiences: ce qui y a contribué, c'eſt pour avoir pluſieurs fois remarqué que les ſyrops de fleurs de peſchez & de roſes faits avec leurs ſucs, étoient moins purgatifs que les mêmes ſyrops préparez de la ſeule décoction du marc deſdites fleurs, dont même on avoit tiré le ſuc.

La raiſon en eſt aſſez ſenſible: les ſucs étant pleins de leur ſel eſſentiel, ne ſont point en état de délayer, d'étendre, de diſſoudre & d'entraîner celui qui reſte dans le marc ou parties ligneuſes des plantes, lequel n'eſt ſouvent pas different de l'autre; & quand même il le feroit, il conviendroit ſouvent de l'y joindre, pour ne point dénaturer la qualité du mixte: d'où je croi pouvoir conclure, qu'il ſeroit plus à propos de faire les extraits des plantes ſucculentes

lentes

lentes & de leurs parties par les infusions, macerations & décoctions bien dépurées, qu'avec leurs sucs.

Je ne prétens par pour cela faire passer pour une regle absolue, cette methode de faire les extraits des plantes succulentes; car il y en auroit de telles, comme j'ai déjà dit, dont l'extrait du suc pourroit être different en qualité de celui du marc, & que ne voulant avoir de la plante que l'une ou l'autre qualité, on seroit à la verité obligé d'en faire d'abord l'extrait avec le suc, & ensuite avec la décoction du marc, pour s'accommoder de l'un ou de l'autre suivant les indications; & alors c'est l'experience qui doit guider celui qui les ordonne & qui les doit employer: car veritablement il y a nombre de mixtes qui ont en eux des vertus opposées.

J'ai continué mes observations sur la plante seche avec des dissolvans differens. Seize onces de feuilles & tiges bien seches, par les réiterées décoctions faites avec de l'eau & bien dépurées, ont produit quatre onces trois dragmes d'extrait très-solide.

Le marc bien desseché n'a plus pesé que dix onces; ainsi l'on peut compter qu'il s'est perdu en seize onces que j'avois employées, une once cinq dragmes de matiere, qui ne peuvent être que les terrestritez & résidences des décoctions.

Je n'ai tiré de cinq onces de ce marc par l'esprit de vin que quarante-cinq grains d'extrait. Mes vûes dans cette operation étoient de connoître si cette plante contenoit quelques principes, sur lesquels l'eau ne pouvoit pas mordre: l'on pourroit donc croire que cette petite

quantité d'extrait feroit la partie resineuse de la plante, ce qui ne vaut pourtant pas la peine d'être comparé à celle que j'ai tirée en premier lieu avec l'eau. Il ne m'a paru après cela dans ce marc ainsi dépouillé aucune qualité, si ce n'est que quelque adstriction, & par la calcination que j'en ai faite, que quelques grains de sel fixe, dont on ne peut tirer d'autres conséquences, si ce n'est, comme je l'ai déja dit, que les mixtes ainsi travaillez ne peuvent plus contenir que très-peu ou point de parties salines.

Je remarquerai ici en passant qu'il a fallu cinq livres & demie de cette plante verte pour en avoir seize onces de seche, & que les proportions de cet extrait de la plante seche comparez avec celui fait avec le suc & avec les décoctions du marc, l'un & l'autre en même saison se rapportent assez en quantité aussi-bien qu'en effets.

Pareille quantité de cette plante seche n'a produit d'extrait fait avec l'esprit de vin, que deux onces un gros d'extrait très-solide; ce qui nous prouve que l'esprit de vin tire plus de moitié moins d'extrait de cette plante que l'eau, ce qu'on ne peut attribuer qu'au peu d'effet que l'esprit de vin fait sur les parties salines; aussi cet extrait fait & préparé avec l'esprit de vin purge plus par les selles & avec plus d'irritation que celui qui est fait avec l'eau, qui non-seulement agit par les selles, mais encore beaucoup par les urines.

Ce marc dont j'ai tiré l'extrait avec l'esprit de vin après avoir été bien seché ne pesoit plus que douze onces, & a produit encore trois onces six dragmes d'extrait par les réiterées décoctions que j'en ai faites avec l'eau seule; partant

tant ces seize onces de matiere m'ont produit par ces deux differentes extractions cinq onces sept dragmes d'extrait, c'est quelques dragmes de plus que celui fait avec l'eau seule.

D'où j'ose conclure, comme j'ai déja fait, qu'en certains mixtes il est fort inutile de se servir d'esprit de vin pour en tirer les extraits, à moins que d'avoir pour cela des raisons particulieres.

J'ai fait le même travail sur la racine seche: une once & demie de racines m'ont donné deux dragmes & demie d'extrait très-solide, préparé avec le dissolvant aqueux.

Cet extrait au poids de 15 à 24 grains purge raisonnablement, mais non-pas tant que celui des feuilles; & de pareille quantité desdites racines seches avec l'esprit de vin, je n'ai tiré que quatre scrupules d'extrait: le marc après avoir été bien seché étoit encore beaucoup amer, aussi en ai-je encore tiré avec l'eau plus d'une dragme d'extrait que l'esprit de vin n'avoit pû dissoudre.

J'ose en cela avancer, comme j'ai déja fait en pareil cas, que si l'esprit de vin étoit tel qu'on le pouvoit souhaiter & sans flegme (ce qui n'est pas aisé) il tireroit peu de cette plante aussi-bien que de beaucoup d'autres de même nature, & que ce qu'il en a tiré & dissout n'est que par proportion à la quantité de flegme que l'esprit de vin contient, dont il est très-difficile de le dégager entierement; d'où je continue de dire que cette plante ne contient que peu ou point de parties resineuses.

J'ai peu de chose à dire de l'analyse que j'ai faite de cette plante par la distillation ordinaire, n'y ayant rien remarqué d'extraordinaire,

ni qui fût bien different des autres que j'ai ci-devant travaillées de même.

Néanmoins pour obſerver le même ordre, j'ai mis dans le bain vaporeux quatre livres de feuilles & racines recentes de Gratiole; j'en ai diſtillé avec ordre pluſieurs portions preſqu'à ſiccité de la plante: toutes ces portions m'ont parû aſſez ſemblables au goût, à l'odorat & aux effets ſur les eſſais; j'ai retiré la matiere ſeche du bain de vapeur peſant vingt-cinq onces & demie, je l'ai miſe dans la cornue au reverbere clos & par un feu gradué, j'en ai tiré d'abord une liqueur un peu teinte, un peu amere & un peu acide, & ſucceſſivement les autres devenant à proportion plus colorées & plus acides, ſentant beaucoup l'Empyzome: la derniere portion étoit un peu volatile, mêlée d'une huile noire.

Toutes ces portions ont produit ſur les eſſais les effets ordinaires: la maſſe noire reſtée dans la cornue ne peſoit plus que ſept onces ſix dragmes, & après la calcination parfaite une once & demie, dont j'ai tiré à la maniere ordinaire quatre gros & demi de ſel fixe.

METHODE

De déterminer les longitudes des lieux de la terre par les Eclipses des Etoiles fixes & des Planetes par la Lune, pratiquée en diverses observations.

Par M. CASSINI le fils.

* LES observations Astronomiques qui peuvent servir à trouver les longitudes de la terre avec une assez grande précision, meritent d'être employées à cet usage si necessaire à la perfection de la Géographie & de la Navigation.

Les anciens se servoient des Eclipses de Lune observées en même temps en differens lieux de la terre. Mais *Ptolemée* dans sa Géographie se plaint que de son temps on n'avoit que très-peu de ces observations, & ne parle que d'une Eclipse observée à *Arbelle* ville célébre par la victoire remportée par *Alexandre* en ce lieu-là, où il dit qu'elle arriva à 5 heures, & à *Carthage* à 2 heures, sans déterminer l'année ni le jour.

Pline rapporte aussi une Eclipse de Lune observée à *Arbelle* au temps de la victoire d'*Alexandre* à 2 heures, & en *Sicile* au lever de la Lune.

La rareté de ces observations obligeoit les Géo-

* 22 Avril 1705.

Géographes à déterminer les longitudes par l'eſtime de la longueur des voyages, dans leſquelles on étoit ſi peu d'accord, que *Marin Tirien*, un des plus célébres Géographes de ſon temps, faiſoit la longitude compriſe entre les Iſles *Fortunées* & l'extrémité Orientale de la *Chine* de 225 degrez, au lieu que *Ptolemée* la trouvoit moins de 180, de ſorte qu'il y avoit entre l'un & l'autre une difference de plus de 45 degrez.

On a depuis obſervé un aſſez grand nombre d'Eclipſes de Lune en differens lieux, & particulierement dans les deux derniers ſiecles. On ne comparoit d'abord que le commencement & la fin de ces Eclipſes obſervées en divers lieux, dans leſquelles il y avoit beaucoup d'ambiguité, à cauſe de la difficulté de diſtinguer l'ombre veritable de la terre qui arrive par la perte de preſque tous les rayons du Soleil, de la penombre que l'on voit avant & après l'Eclipſe veritable. On y a depuis ajoûté l'Obſervation de l'Immerſion & de l'Emerſion des Taches de la Lune dans l'ombre que l'on apperçoit avec plus d'évidence, ce qui donne le moyen de comparer enſemble un plus grand nombre de Phaſes, & de déterminer avec plus de préciſion la difference des Meridiens.

Depuis que l'on a trouvé la théorie du mouvement des Satellites de Jupiter, & que l'on a dreſſé des Tables pour déterminer leurs Eclipſes qui ſont très-frequentes, on a experimenté qu'elles ſont plus faciles à déterminer avec exactitude que celles de la Lune auſquelles on les a préferé pour cet uſage, & l'Academie Royale des Sciences les a pratiquées avec ſes correſpondans en toutes les quatre Parties du

du Monde, ce qui a servi à corriger les grandes erreurs qui se sont trouvées dans les Cartes Géographiques.

On a enfin déterminé par une methode nouvelle & exacte les longitudes d'un grand nombre de Villes considerables par les Eclipses du Soleil, qui ont été exposées dans les Memoires de l'Academie Royale des Sciences.

Après avoir pratiqué toutes ces methodes, je me suis appliqué à déterminer les longitudes de divers lieux par les Eclipses des Etoiles fixes & des Planetes par la Lune, dont l'on n'avoit fait encore aucun usage par la methode que je vais donner, & je les ai comparées avec celles qui avoient été déterminées par diverses autres observations faites dans les mêmes lieux, afin de pouvoir connoître quelle est la précision que l'on peut attendre de ces sortes d'observations.

Cette methode quoique fondée sur le même principe que celle que mon Pere a inventée pour calculer les Eclipses du Soleil, ne laisse pas d'en differer en plusieurs circonstances.

Premierement, parceque le centre du Soleil est toûjours dans l'Ecliptique sans latitude, au lieu que les Etoiles fixes & les Planetes en ont presque toûjours.

En second lieu, parceque dans les Eclipses du Soleil & dans ses autres conjonctions & oppositions avec la Lune, le mouvement apparent de la Lune est plus regulier, son diamêtre apparent & sa parallaxe plus faciles à déterminer qu'à diverses distances du Soleil.

En troisiéme lieu, parceque la révolution journaliere du Soleil qu'il faut employer pour la recherche des longitudes, est celle qui mesure

ſure le temps dans lequel conſiſte la difference des Meridiens recherchée, au lieu que la révolution journaliere des Etoiles fixes ou des Planetes qu'il faut auſſi employer dans la recherche des longitudes, n'eſt pas celle qui meſure le temps, quoique la difference ne ſoit pas ſi grande qu'on ne la puiſſe ſouvent negliger ſans erreur ſenſible.

En pluſieurs autres circonſtances la methode de ſe ſervir des Etoiles fixes eſt plus ſimple que celle qui employe le Soleil, où il faut mettre en uſage ſon mouvement propre, ſon diamêtre & ſa parallaxe ; ce qui n'arrive point dans les Eclipſes des Etoiles fixes, dont le diamêtre apparent, même par les Lunettes que l'on employe à cet uſage, n'eſt que de quelques ſecondes, qui n'ont point de parallaxe ſenſible, & dont le mouvement propre ne ſe peut point appercevoir dans l'eſpace d'un jour.

Dans les Eclipſes des Planetes par la Lune, il faut avoir égard à leur mouvement propre, à leur diamêtre apparent, & quelquefois à leur parallaxe lorſqu'elles ſont près de la terre.

Ces diverſes circonſtances auſquelles il a fallu avoir égard pour employer les obſervations de ces Eclipſes à déterminer les longitudes, m'ont porté à en décrire la methode de la maniere qui m'a paru la plus aiſée à pratiquer, après avoir donné une idée générale de la théorie de ces Eclipſes.

L'on conſidere d'abord que les rayons qui viennent du centre de l'Etoile *E* (*vide* 1. *Fig.*) & qui vont terminer en cone à la circonference de la terre, paſſant par l'orbe de la Lune y occupent un eſpace circulaire *OB*, dont chaque point répond à quelque point de la terre

AC,

A C, & y forment une projection de l'hemisphere de la terre qui est exposé directement à l'Etoile. Lorsque cette Etoile est fixe & qu'elle n'a par conséquent aucune parallaxe sensible, alors les rayons qui forment cette projection peuvent passer pour paralleles, & l'espace qu'ils occupent dans l'orbe de la Lune est censé égal à celui qui est compris par la circonference de la terre; de sorte que le demi-diamêtre de la terre vû de la Lune que l'on fait être égal à la parallaxe horizontale de la Lune, est égal au demi-diamêtre de cette projection.

Si cette Etoile avoit quelque parallaxe sensible, comme il arrive à quelques Planetes, principalement lorsqu'elles sont dans leur Perigée; alors le demi-diamêtre de cette projection seroit plus petit que le demi-diamêtre de la terre de la grandeur de cet angle, qu'il faudroit par conséquent retrancher de la parallaxe horizontale de la Lune.

Lorsque la Lune par son mouvement propre passe par l'endroit de son orbe où les rayons de l'Etoile ont formé cette projection de la terre, il est évident qu'elle interceptera les rayons de l'Etoile aux lieux de la terre qui répondent à chaque endroit de la projection par où elle passera, qui verront l'Eclipse de l'Etoile dans cet instant; & comme son mouvement propre se fait de l'Occident vers l'Orient, ceux qui sont à l'Occident l'appercevront ordinairement les premiers, & elle sera vûe successivement par les pays qui sont à l'Orient.

Pour déterminer quels sont les lieux qui doivent appercevoir cette Eclipse, il est necessaire de représenter dans cette projection les lieux de la terre qui y répondent.

Soit

Soit donc *AB* le demi-diamêtre du disque de la terre projetté dans l'orbe de la Lune, (*vide Fig*. 2.) l'Etoile en *A* dans le centre de cette projection, *CV* le cercle de declinaison qui passe par l'Etoile & par le pole du monde.

Si l'Etoile étoit sur l'Equinoxial sans aucune declinaison, alors le rayon qui part du centre de l'Etoile & passe par le centre de la projection rencontreroit sur la surface de la terre quelque point de l'Equinoxial, & par conséquent l'Equinoxial seroit représenté dans la figure circulaire de la projection par un diamêtre comme *OB*, & les deux poles qui en sont éloignez de 90 degrez seroient sur la circonference, le pole Septentrional dans la partie superieure en *C*, & le pole Meridional dans l'inferieure en *V*. Les paralleles de chaque lieu de la terre seroient aussi représentez par des lignes droites paralleles à ce diamêtre.

Mais si l'Etoile a quelque declinaison de l'Equinoxial, alors le rayon qui va de l'Etoile au centre de la projection, termine à un point sur la terre dont la latitude répond à la declinaison de l'Etoile, & qui par conséquent est éloigné de l'Equateur, lequel dans ce cas doit être représenté de même que les paralleles par des Ellipses, plus ou moins ouvertes, selon que la declinaison est plus ou moins grande, & les poles de la terre qui dans le premier cas étoient sur la circonference du cercle, doivent être placez entre le centre & la circonference.

L'on détermine la situation du pole Septentrional, en prenant de côté & d'autre du point *C* des arcs *CD*, *CE*, égaux à la declinaison de l'Etoile, & tirant la ligne *DE* qui coupe le cercle de declinaison *CV* au point *P*.

Lorſ-

Lorsque cette declinaison est Septentrionale, alors l'Equinoxial doit être placé dans la Figure au-dessous du diamêtre vers le midi; ensorte que le point *A* qui représente le lieu de l'Etoile soit à son égard au Septentrion, & par conséquent le pole Septentrional sera en *P* dans l'hemisphere exposé à l'Etoile que j'appelle l'hemisphere superieur.

Au contraire lorsque la declinaison est Meridionale, alors l'Equinoxial doit être placé au-dessus du point *A*, & par conséquent le pole Septentrional *P* sera de l'autre côté dans l'hemisphere inferieur.

Il faut maintenant considerer que pendant le temps de chaque Eclipse, le même lieu de la terre doit être représenté à diverses heures à divers endroits de son parallele, à cause de la révolution journaliere, soit qu'on l'attribue à l'Etoile & à l'orbe de la Lune dont le mouvement journalier est d'Orient en Occident, suivant l'hypothêse des anciens, ou à la révolution du globe de la terre dans le même espace de temps d'Occident vers l'Orient, suivant l'hypothêse moderne, qui représente le mouvement de chaque lieu de la terre suivant son parallele.

L'on trace les paralleles de chaque lieu en prenant de côté & d'autre des points *D*, *C*, *E*, les arcs *CQ*, *CT*, *DF*, *DI* & *EH*, *EG* égaux au complément de la latitude du lieu dont l'on veut décrire les paralleles, & tirant par les points *H*, *I*, *Q*, *T*, *F*, *G* les lignes *HI*, *QT*, *FG* qui sont paralleles à *AB*, & coupent le cercle de declinaison *CV* aux points *K*, *X*, *L*. Les deux extrêmes *K* & *L* terminent le petit diamêtre de l'Ellipse; ensorte que le point *L* est au-

au-dessus de la figure dans l'hemisphere exposé à l'Etoile & le point *K* au-dessous dans l'hemisphere inferieur, lorsque la declinaison de l'Etoile est Septentrionale. Tout au contraire, lorsque la declinaison est Meridionale, le point *K* est dans l'hemisphere exposé à l'Etoile, & le point *L* dans l'hemisphere inferieur.

Divisant *KL* en deux, l'on a le centre de l'Ellipse en *Z*, par lequel si l'on tire la droite *MN* parallele à *QT*, & terminée en *M* & *N* par les perpendiculaires *QM* & *TN*, ensorte que *MN* soit égale à *QT*, la ligne *MN* est le grand diamêtre de l'Ellipse qui passe par les points *M*, *K*, *N*, *L*, & qui représente le parallele du lieu cherché.

Lorsque l'Etoile passe par le Meridien d'un lieu dont l'on a décrit le parallele, alors le Meridien de ce lieu concourt avec le cercle de declinaison de l'Etoile qui est représenté dans cette figure par le diamêtre *CV*, qui passe par le pole *P* & par l'Etoile en *A*. Et comme la situation de chaque lieu sur la terre se détermine par l'intersection de son Meridien avec son parallele, ce lieu doit être alors placé dans la figure, dans l'intersection de *CV* avec la partie de l'Ellipse exposée à l'Etoile qui est en *L*, lorsque la declinaison de l'Etoile est Septentrionale, & en *K* lorsqu'elle est Meridionale.

Supposant que le cercle de declinaison de l'Etoile soit fixe, quelque temps après le Meridien du lieu dont l'on a décrit le parallele decline vers l'Orient de ce cercle; de sorte qu'ayant marqué dans l'intersection du parallele avec le cercle de declinaison l'heure du passage de l'Etoile par le Meridien, il faudra marquer l'heure suivante & les autres de suite d'Oc-
cident

cident en Orient, qui repréſenteront dans cette projection le lieu apparent de l'Etoile à ces heures differentes.

Pour marquer ces heures ſur les Ellipſes qui repréſentent les paralleles, il faut décrire du centre *Z* à l'intervalle du grand diamêtre *ZM*, un cercle qu'on diviſera en 24 parties, & tirer de ces diviſions des perpendiculaires à ce diamêtre, qui diviſeront l'Ellipſe en autant de parties. L'intervalle entre ces diviſions ſera d'une heure moins 10 ſecondes dans les Eclipſes des Etoiles fixes, à cauſe qu'elles font leur révolution en 23 heures & 56 minutes. L'on peut dans la pratique negliger ces ſecondes, qui ſont peu ſenſibles ſur le parallele.

Le pole du monde & les paralleles diviſez en heure étant repréſentez dans cette projection, il faut décrire enſuite la trace du mouvement propre de la Lune. Cette trace eſt differente en divers mois. Elle eſt toûjours repréſentée par une ligne qui ne differe pas ſenſiblement d'une ligne droite, mais qui paſſe dans les diverſes conjonctions de la Lune avec la même Etoile à diverſes diſtances du centre, & avec des inclinaiſons differentes aux lignes droites qui repréſentent les diamêtres de l'Equinoxial & des paralleles. Le mouvement horaire de la Lune par ces traces differentes, eſt auſſi different d'un mois à l'autre; ce qui arrive à cauſe de ſa diverſe diſtance à l'Apogée & au Perigée de la Lune & du Soleil, de même qu'à ſes conjonctions, oppoſitions & quadratures avec le Soleil, qui ſont autant de termes d'inégalitez du mouvement propre de la Lune.

Pour décrire la trace de la Lune pour le temps propoſé, l'on cherchera la parallaxe horizon-

rizon-

rizontale de la Lune, que l'on trouvera ou par les Tables, ou par l'obſervation du demi-diamêtre de la Lune dans le temps de l'obſervation, & l'on diviſera le demi-diamêtre *AB* en autant de parties qu'il y a de minutes dans la parallaxe.

L'on cherchera auſſi l'aſcenſion droite & la declinaiſon de l'Etoile pour le temps de la conjonction, de même que l'aſcenſion droite & la declinaiſon de la Lune pour ce temps, & pour quelques heures avant ou après. Il eſt avantageux d'avoir l'aſcenſion droite & de la declinaiſon de l'Etoile par le moyen des obſervations immédiates.

L'on prendra la difference entre l'aſcenſion droite de la Lune & de l'Etoile à diverſes heures, & on la réduira en degrez & minutes d'un grand cercle que l'on prendra ſur les diviſions de la ligne *AB*, & on la portera de *A* vers *B*, ſi l'aſcenſion droite de la Lune eſt plus petite, & de *A* vers *O*, ſi elle eſt plus grande. Ayant ainſi marqué divers points comme *b*, *d*, *e*, l'on élevera ſur *AO* les perpendiculaires, *br*, *ds*, *eh*, ſur leſquelles l'on prendra la difference entre la declinaiſon de l'Etoile & celle de la Lune aux heures marquées, que l'on portera de *A* vers *C* lorſque la declinaiſon de l'Etoile eſt Septentrionale, & en même temps plus petite que celle de la Lune; car ſi elle étoit plus grande, il faudroit la marquer de *A* vers *V*. Au contraire ſi la declinaiſon de l'Etoile & de la Lune eſt Meridionale, alors il faut marquer la difference de leur declinaiſon de *A* vers *C* lorſque la declinaiſon de l'Etoile eſt plus grande que celle de la Lune, & de *A* vers *V* lorſqu'elle eſt plus petite.

Il

Il peut arriver aussi que l'Etoile & la Lune étant fort près de l'Equateur, la declinaison de la Lune & celle de l'Etoile soient l'une Meridionale & l'autre Septentrionale ; & alors il faut prendre leur somme, que l'on portera de *A* vers *C* lorsque la declinaison de la Lune est Septentrionale, & de *A* vers *V* lorsqu'elle est Meridionale. La situation de la Lune à l'égard de l'Etoile étant ainsi déterminée à ces diverses heures, l'on tirera la ligne *bsr*, qui représente la trace que le centre de la Lune a décrit en passant par la projection du disque de la terre dans son orbe. L'on divisera chaque intervalle horaire en 60 minutes, & l'on marquera sur cette trace les heures ausquelles l'on a déterminé l'ascension droite & la declinaison de l'Etoile. Ces heures seront disposées suivant la suite des signes, & sont celles que l'on compte pour le Meridien du lieu auquel l'on veut comparer les observations faites en divers autres endroits.

Le centre de la Lune faisant son mouvement sur cette trace d'Occident en Orient, son bord Oriental rencontrera successivement divers points des paralleles qui se trouvent sur sa route, ausquels il interceptera les rayons de l'Etoile, & c'est à quoi l'on a égard pour déterminer les longitudes. Car chaque Observateur comptant dans l'instant que le bord de la Lune lui intercepte les rayons de l'Etoile, c'est-à-dire, dans l'instant qu'il observe l'Eclipse, l'heure qui est marquée sur son parallele, la difference qui est entre cette heure & celle qui est marquée sur la trace de la Lune, laquelle est décrite pour un Meridien déterminé, est la difference entre le Meridien de ce lieu, & le Me-

ridien fixe auquel l'on compare les autres observations. Il en est de même lorsqu'après que l'Etoile a été couverte pendant un certain temps, la Lune vient à la quitter par son bord Occidental.

Pour déterminer le temps de ces Phases, l'on prend sur *AB* avec un compas les minutes du demi-diamêtre de la Lune, & posant une pointe sur le parallele à l'heure que l'on a observé l'Immersion de l'Etoile, l'on porte à cet intervalle vers l'Orient l'autre pointe sur l'orbite de la Lune.

L'on place aussi sur le même parallele une pointe du compas à l'heure que l'on a observé l'Emersion, & l'on porte l'autre vers l'Occident sur la trace de la Lune.

Si l'on a déterminé exactement le lieu de la Lune, ou par des observations immédiates, ou par des Tables, les pointes du compas marqueront sur l'orbite de la Lune les mêmes heures que sur le parallele, puisque lorsque l'Etoile nous a paru entrer dans la Lune ou en sortir, elle étoit éloignée du centre de la Lune de la grandeur de son demi-diamêtre: mais s'il y a quelque difference, comme il arrive souvent lorsque l'on se sert des Tables, à cause que l'on ne peut pas déterminer le lieu de la Lune avec la précision avec laquelle l'on calcule les Eclipses de la Lune & du Soleil, la Lune ayant deux équations hors de ses conjonctions & oppositions avec le Soleil: Alors il faut corriger le lieu de la Lune en cette maniere.

L'on place une pointe du compas sur l'heure à laquelle l'on a observé l'Immersion, & l'on décrit à l'intervalle du demi-

diamêtre de la Lune un arc de cercle vers l'Occident.

L'on place ensuite une pointe du compas sur l'heure du parallele à laquelle l'on a observé l'Emersion, & l'on décrit au même intervalle un arc de cercle vers l'Orient. L'on prend ensuite sur les divisions horaires de la trace de la Lune, l'intervalle qui s'est écoulé entre les deux observations, qui est le temps de la durée de l'Eclipse, & on le place en *α* & *β*, ensorte que la ligne *αβ* terminée par les deux arcs de cercle soit parallele à l'orbite de la Lune. L'on marque en *α* l'heure de l'Immersion, & en *β* celle de l'Emersion, & l'on divise cet intervalle en minutes, qui sont de la même grandeur que celles qui étoient marquées sur l'orbite *b*, *s*, *r*.

Supposant l'observation exacte, cette ligne *αβ* représente la trace veritable de la Lune. Car la direction de l'orbite de la Lune, & son mouvement horaire tiré des Tables dont l'on se sert dans cette correction, ne peuvent pas differer sensiblement de la direction de l'orbite & du mouvement horaire veritable.

L'orbite de la Lune étant ainsi corrigé, si l'on veut connoître la difference des Meridiens entre le lieu pour lequel on a déterminé la situation de la Lune, & un autre où l'on a observé la même Eclipse; il faut placer sur le parallele de ce lieu une pointe de compas sur l'heure à laquelle l'on a observé l'Immersion de l'Etoile, & décrire vers l'Occident à l'intervalle du demi-diamêtre de la Lune, un arc de cercle qui coupe la trace veritable du centre de la Lune *αβ* prolongée, s'il est necessaire, de côté ou d'autre. La difference qui est

entre l'heure marquée ſur la trace de la Lune par cette interſection & l'heure de l'obſervation, eſt la difference des Meridiens entre le lieu de l'obſervation & celui au Meridien duquel l'on a déterminé le lieu de la Lune: car l'heure où la pointe du compas eſt placée ſur le parallele d'un lieu, eſt celle que l'Obſervateur compte dans l'inſtant de l'obſervation; & l'heure où eſt placée l'autre pointe du compas ſur la trace de la Lune, eſt celle que *l'on* compte au même inſtant dans le lieu au Meridien duquel l'on a déterminé la ſituation de la Lune. Or la difference entre l'heure que l'on compte en divers lieux dans le même inſtant, eſt la difference des Meridiens.

L'on détermine auſſi la difference des Meridiens par l'obſervation de l'Emerſion, en plaçant une pointe du compas ſur le parallele à l'heure de l'obſervation, & portant l'autre pointe vers l'Orient. La difference entre les heures marquées par ces pointes, eſt la difference des Meridiens qui doit être la même que celle qui réſulte de l'Immerſion, ſuppoſé que la figure ait été décrite exactement, & que les obſervations ayent été faites avec ſoin de part & d'autre.

Voici diverſes obſervations d'Eclipſes des Etoiles fixes & des Planetes par la Lune qui ont été faites depuis quelques années, comparées à celles qui ont été faites en même temps par nos Correſpondans en diverſes Villes, à *Marſeille* par le P. *Laval* Jeſuite & par le P. *Feuillée* Minime, & à *Bologne* par Mrs *Manfredi* & *Stancari*. Quelques-unes de ces obſervations ont été inſerées dans les Memoires de l'Academie Royale des Sciences.

La premiere eſt une Eclipſe de l'œil du Tau-

Taureau Aldebaram par la Lune, qui fut observée en même temps à *Paris* & à *Bologne* le 19 Août 1699.

1h 41′ 30″ du matin à *Paris* Immersion d'Aldebaram dans la partie claire de la Lune.

2h 19′ 20″ Emersion d'Aldebaram de la partie obscure de la Lune.

2h 6′ 39″ du matin à *Bologne* Immersion d'Aldebaram dans la partie claire de la Lune.

3h 5′ 25″ Emersion de la partie obscure.

Ayant dressé une figure de la maniere qui a été décrite ci-dessus, où l'on a déterminé le pole Septentrional, les paralleles de *Paris* & de *Bologne*, & la trace que la Lune a décrite en passant par la projection de la terre dans son orbe, l'on a déterminé par l'Observation de l'Immersion la difference des Meridiens entre *Paris* & *Bologne* de 36′ 53″ d'heure, & par l'Emersion de 36′ 35″.

La seconde observation est l'Eclipse de la même Etoile par la Lune, qui a été faite en même temps à *Bologne* & à *Marseille* le 2 Janvier 1700.

6h 31′ 33″ du soir à *Marseille* Immersion d'Aldebaram dans la partie obscure de la Lune.

7h 42′ 32″ à *Marseille* Emersion de la partie claire.

7h 3′ 42″ à *Bologne* Immersion dans la partie obscure.

8h 16′ 32″ Emersion.

Cette Eclipse n'ayant point été observée à *Paris*, l'on a tracé dans la Figure qui représente la projection de la terre dans l'orbe de la Lune les paralleles de *Marseille* & de *Bologne*,

& l'on y a décrit la trace de la Lune pour le Meridien de *Marseille*.

Par l'observation de l'Immersion dans la partie obscure, l'on a détermine la difference des Meridiens entre *Bologne* & *Marseille* de 24′ 22″, & par celle de l'Emersion de 24′ 2″.

Prenant le milieu entre ces differences, & y ajoûtant la difference des Meridiens entre *Paris* & *Marseille*, que l'on a déterminé par les Satellites de Jupiter de 12′ 30″, l'on aura la difference des Meridiens entre *Paris* & *Bologne* de 36′ 42″ peu differente de celle que l'on a trouvée par les observations précedentes.

* Il faut remarquer ici qu'il y a une erreur dans l'observation d'Aldebaram faite à *Bologne* le 2 Janvier 1700, rapportée dans les Memoires de l'Academie 1701, pag. 81. où il faut lire $7^h\ 3'\ 42''$ à la place de $7^h\ 3'\ 32''$, & $8^h\ 16'\ 32''$ à la place de $8^h\ 12'\ 23''$.

La troisiéme observation est aussi une Eclipse d'Aldebaram qui a été observée à *Paris*, à *Perpignan*, à *Marseille* & à *Bologne* le 16 Fevrier 1701.

Nous étions alors à *Perpignan* occupez à prolonger la ligne Meridienne de l'Observatoire.

$6^h\ 30'\ 18''$ du soir à *Perpignan* Immersion d'Aldebaram dans la partie obscure de la Lune.

$7^h\ 44'\ 10''$ Emersion d'Aldebaram de la partie claire.

$6^h\ 43'\ 8''$ à *Paris* Immersion d'Aldebaram à quelques secondes près, à cause des nuages qui couvrirent ensuite le Ciel; de sorte qu'on ne pût observer l'Emersion.

6h

* Cette faute ne se trouve point dans l'Edit. d'Amst.

$6^h 46' 18''$ à *Marseille* Immersion d'Aldebaram.
$7^h 58' 23''$ Emersion.
$7^h 21' 19''$ à *Bologne* Immersion d'Aldebaram.
$8^h 30' 13''$ Emersion.

Cette Eclipse ayant été observée en quatre endroits differens, je l'ai choisie pour donner un exemple de la methode qu'il faut pratiquer pour déterminer les longitudes par ces sortes d'observations.

Ayant décrit le cercle *OCBV* qui représente la projection du disque de la terre dans l'orbe de la Lune, j'ai tiré à angles droits les deux diamêtres *OB*, *CV*, dont l'un représente le cercle de declinaison, & l'autre le diamêtre de l'Equinoxial. L'on a divisé *OB* en minutes, ensorte que *AB* soit égale à la parallaxe horizontale de la Lune qui étoit alors de $58' 5''$. J'ai pris de côté & d'autre du point *C*, *CD*, *CE*, égales à la declinaison Septentrionale d'Aldebaram qui étoit alors de $15^d 52' 10''$, & j'ai tiré la ligne *DE* qui coupe le cercle de declinaison au point *P*, qui représente le pole Septentrional, lequel est dans ce cas dans l'hemisphere exposé à l'Etoile. J'ai pris de côté & d'autre des points *D*, *C*, *E*; *CQ*, *CT*, *DF*, *DT*, *EH*, *EG* égales à $41^d 9' 50''$ complément de la hauteur du pole de *Paris*, & j'ai tiré les lignes *HKI*, *QT*, *FG*. Ayant ensuite divisé *KL* en deux parties égales en *Z*, j'ai tiré par *Z* la ligne *MZN* parallele à *QT*, sur laquelle j'ai abaissé les deux perpendiculaires *QM* & *TN*, & j'ai tracé par les points *DMKN* une Ellipse qui représente le parallele de *Paris*. La hauteur du pole de *Perpignan* étant connue de $42^d 41'$, celle de *Marseille* de $43^d 17'$ & celle de *Bologne* de $44^d 30'$, j'ai décrit de la même maniere les

Ellipses qui représentent les paralleles de ces Villes, & j'ai placé dans les intersections *L*, *l*, de la partie superieure de ces Ellipses avec le cercle de declinaison *CV*, l'heure du passage de l'Etoile par le Meridien qui est arrivé à *Paris* à 6^h 18' 25".

Le passage de la Lune par le Meridien fut observé à *Paris* le 16 Fevrier à 6^h 17' 20", & la hauteur Meridienne de son bord superieur de 57^d 0' 0"; ce qui donne son ascension droite de 64^d 29' 20", & sa declinaison Septentrionale de 16^d 5' 26". L'ascension droite d'Aldebaram étoit alors de 64^d 44' 0", & sa declinaison Septentrionale de 15^d 52' 10". La difference entre l'ascension droite de l'Etoile & celle de la Lune étoit donc à 6^h 17' 20" à *Paris* de 14' 40", & la difference de declinaison de 13' 15".

Les minutes de la difference d'ascension droite étant sur un parallele, on les a réduites en minutes de degré d'un grand cercle, & l'on a eu 14' 5" que l'on a pris sur les divisions de *AB*, & que l'on a porté de *A* vers *B*, à cause que l'ascension droite de la Lune étoit plus petite que celle d'Aldebaram. L'on a réduit aussi en minutes d'un grand cercle le mouvement horaire de la Lune en ascension droite, calculé par les Tables, & corrigé par les observations, qui étoit alors de 33' 0", & l'on a eu 31' 42" que l'on a porté de *b* en *d*, & de *a* en *e*. La declinaison Septentrionale de la Lune étant plus grande que celle d'Aldebaram, l'on a élevé des trois points déterminez par l'ascension droite des perpendiculaires de *A* vers *C*, sur lesquelles l'on a pris la difference entre la declinaison de l'Etoile & celle de la Lune qui convient à chaque heure, & qui étoit à 6^h 17' 20"

20″ de 13′ 15″, à 7h 17′ 20″ de 19′ 15″, & à 8h 17′ 20″ de 25′ 15″, & l'on a tiré par ces trois points une ligne qui représente la trace que le centre de la Lune a décrite depuis 6h 17′ 20″ jusqu'à 8h 17′ 20″. Après avoir divisé chacune de ces heures en 60 minutes, l'on a pris sur les divisions de la ligne *AB* 15′ 33″, qui sont égales au demi-diametre horizontal de la Lune; & ayant placé une des pointes du compas à 6h 30′ 18″, qui est le temps que l'on a observé l'Immersion d'Aldebaram à *Perpignan*, l'on a décrit vers l'Occident un arc de cercle qui a coupé l'orbite de la Lune à 6h 29′ 0″. L'on a ensuite porté une des pointes du compas à 7h 44′ 10″ heure de l'Emersion, & l'on a décrit vers l'Orient un autre arc de cercle qui a coupé l'orbite à 7h 44′ 30″, ce qui donne le temps de la durée de l'Eclipse de 1h 12′ 30″ plus petit d'une minute & 20 secondes que celui qu'on a trouvé par l'observation; ce qui marque que la trace de la Lune décrite ci-dessus n'est pas dans sa situation exacte, & qu'il est necessaire d'y faire quelque correction. Supposant donc l'inclinaison de l'orbite & son mouvement horaire déterminez exactement l'on a pris sur l'orbite de la Lune 1h 13′ 50″ durée de l'Eclipse, & on les a placez entre les deux arcs de cercle qui ont été décrits ci-dessus, ensorte que la ligne terminée par ces arcs fût parallele à la premiere trace de la Lune. Cette ligne représente l'orbite veritable de la Lune que l'on a plongé de côté & d'autre, & sur laquelle l'on a marqué les heures qui répondent au Meridien de *Perpignan*.

Pour déterminer présentement la difference des Meridiens entre *Perpignan* & *Paris*, l'on a

placé une pointe du compas sur la parallele de *Paris* à 6h 43′ 8″ heure de l'Immersion, & l'on a porté à l'intervalle du demi-diametre de la Lune l'autre pointe sur l'orbite, où elle a marqué 6h 45′ 50″ : la difference entre ces heures qui est de 2′ 42″, est la difference des Meridiens entre *Paris* & *Perpignan*, dont *Perpignan* est plus à l'Orient, à cause que l'heure marquée sur la trace de la Lune est plus grande que sur le Parallele de *Paris*.

L'on a déterminé de la même maniere la difference des Meridiens entre *Perpignan* & *Marseille* par l'Immersion de 10′ 28″, & par l'Emersion de 10′ 18″, & entre *Perpignan* & *Bologne* par l'Immersion de 33′ 39″ & par l'Emersion de 34′ 23″.

En prenant un milieu entre les differences qui résultent des observations de *Marseille* & de *Bologne*, & y ajoûtant la difference des Meridiens entre *Paris* & *Perpignan* que l'on a déterminé par les triangles de la Meridienne de 2′ 12″, l'on aura la difference des Meridiens entre *Paris* & *Marseille* de 12′ 35″, & entre *Paris* & *Bologne* de 36′ 13″, ce qui s'accorde à celles que l'on a trouvé par plusieurs observations des Satellites de Jupiter.

La quatriéme observation est une Eclipse de Jupiter par la Lune, qui fut observée en plein jour à *Paris* & à *Bologne* le 27 Juillet 1704.

1h 22′ 57″ après midi à *Paris* le bord précedent de Jupiter touchoit le bord éclairé de la Lune.
1h 24′ 20″ Jupiter est entré entierement.
2h 7′ 29″ Jupiter est entierement sorti.
2h 6′ 18″ à *Bologne* Jupiter touchoit le bord éclairé de la Lune.
2h 7′ 48″ Jupiter est entré entierement.
2h 51′ 38″ Jupiter est entierement sorti.

Le

Le diametre de Jupiter qui étoit d'environ 45 secondes étant sensible, l'on y a eu égard dans la comparaison de cette observation. L'on a eu aussi égard à son mouvement en ascension droite & en declinaison; mais on a negligé la parallaxe, qui n'étant que de deux secondes, ne peut pas diminuer sensiblement la projection de la terre dans l'orbe de la Lune.

Par la premiere observation faite de part & d'autre lorsque Jupiter touchoit la Lune, l'on a déterminé la difference des Meridiens entre *Paris* & *Bologne* de 36′ 18″ d'heure, par la seconde de 36′ 18″ précisément de même que par la précedente, & par la troisiéme de 35′ 48″.

Toutes les observations que je viens de rapporter s'accordent à déterminer les differences des Meridiens à quelques secondes près de celles qui résultent des observations des Satellites de Jupiter, que l'on a jugé jusqu'à present les plus propres à cet usage; ce qui fait voir l'utilité que l'on peut tirer de ces sortes d'observations.

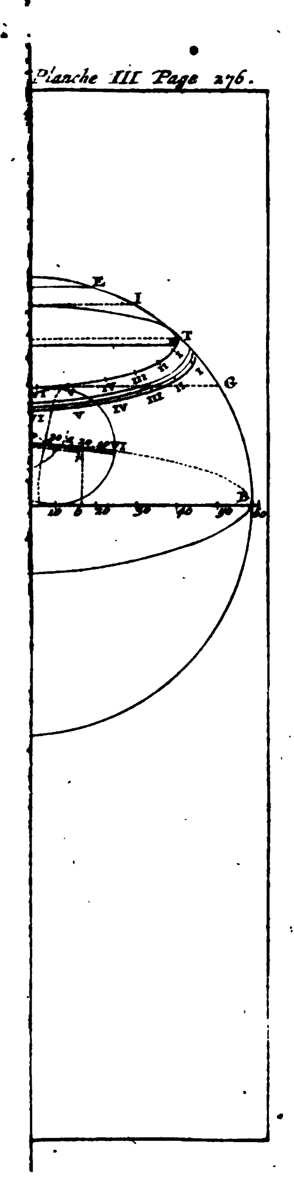
L'on peut se servir non-seulement des Etoiles principales qui sont à 5 ou 6 degrez de côté & d'autre de l'Ecliptique, & qui se voient avec la Lune par de petites Lunettes, même des Etoiles moins considerables qui sont à cette distance de l'Ecliptique en employant de plus grandes Lunettes, & se préparant de concert pour observer le temps de leur conjonction avec la Lune.

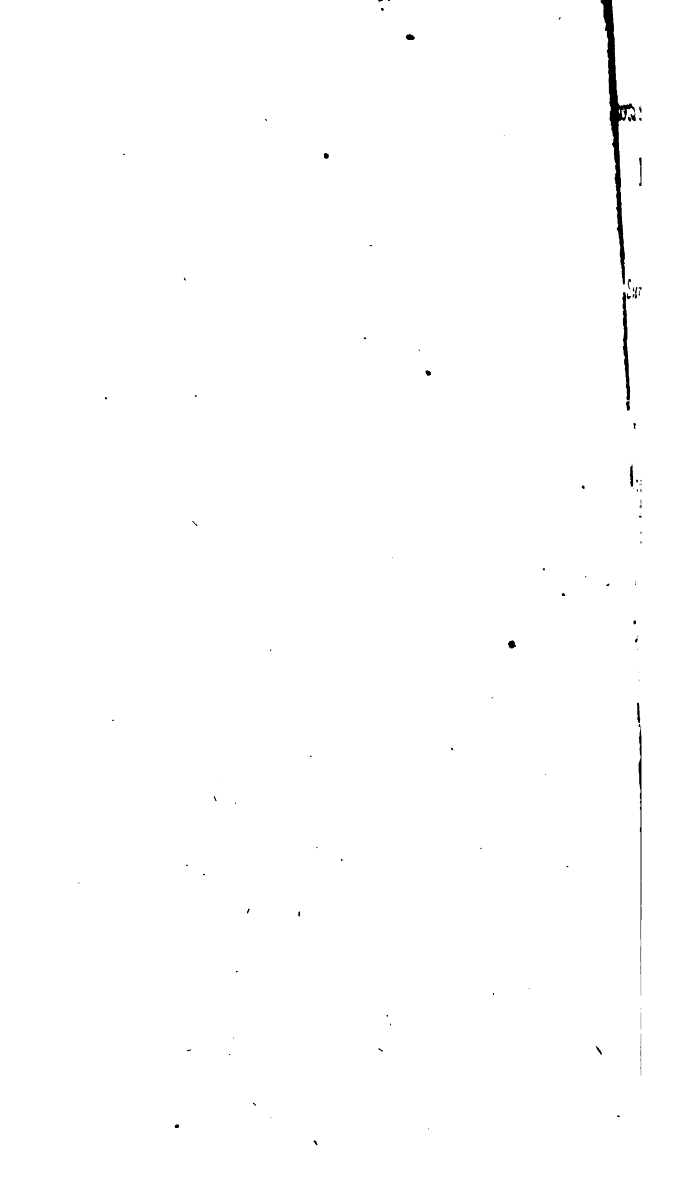
Dans les observations des Eclipses des Etoiles fixes, il faut toûjours préferer la difference qui résulte de l'observation faite dans la partie obscure de la Lune; car alors divers Observa-

teurs dans un même lieu l'apperçoivent dans le même instant, quoiqu'avec des Lunettes d'une grandeur fort differente, comme nous l'avons experimenté plusieurs fois.

Il y a même apparence que la differente serenité de l'air dans les divers lieux où l'on fait les observations, ne peut pas faire d'erreur considerable dans la détermination des longitudes par cette methode, puisque pour l'ordinaire les Etoiles fixes paroissent ou disparoissent dans un même instant, sans augmenter ou diminuer de grandeur, comme font les Satellites de Jupiter, qui demandent pour l'ordinaire de plus longues Lunettes, avec une réduction quand elles sont de differente longueur, des Observateurs plus exercez, & une même disposition d'air de part & d'autre.

L'exactitude que l'on a trouvé dans la détermination des longitudes par cette methode, pourra engager les Astronomes à observer avec assiduité les Eclipses des Etoiles par la Lune, & à se les communiquer les uns aux autres pour en tirer cet usage, qui contribuera à la perfection de la Géographie & de la Navigation.


Planche III Page 276.
E
I
T
G
B
I
II
III
IV
V
VI
10
20
30
40
50
60



EXPERIENCES PHYSIQUES.

Sur la Refraction des balles de Mousquet dans l'eau, & sur la résistance de ce fluide.

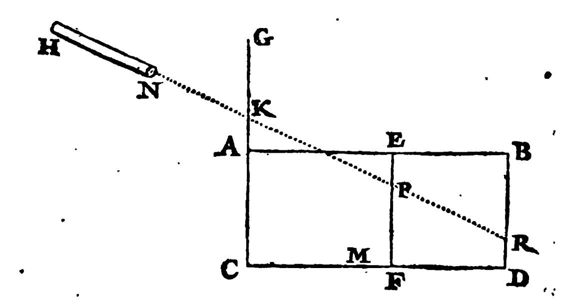
Par M. CARRÉ.

* COMME il y a plusieurs personnes qui doutent si les balles de mousquet souffrent refraction, c'est à dire quelque changement dans la détermination de leur mouvement lorsqu'elles sont tirées obliquement dans l'eau, & que j'ai avancé ce fait comme certain dans un de mes Ecrits †, après quelques Auteurs; j'ai prié un de mes amis qui est depuis quelque temps à sa maison de campagne de tâcher de l'éclaircir & de le verifier, & voici les experiences qu'il en a faites, que j'ai extraites de differentes Lettres qu'il m'a écrites.

„ 1°. J'ai tiré avec un fusil chargé à balle, „ deux coups dans un bassin de pierre plein „ d'eau, de deux pieds & demi de diametre, & „ profond de 16 pouces, sous un angle de 20 „ degrez, & sous celui de 80; mais je n'ai pû „ m'appercevoir si les balles souffrent quelque „ changement dans la détermination de leur „ mouvement, parceque le grand effort de l'eau

* 11. Juillet 1705. † *Voyez l'Histoire de l'Academie de* 1702. pag. 20.

„ l'eau contre les parois du bassin où j'avois
„ mis des ais, les a toûjours dérangez. Cet
„ effort est si grand qu'ayant tiré trois coups
„ de fusil dans des beines pleines d'eau, elles
„ ont été incontinent brisées, & c'étoit les
„ cerceaux d'embas que l'eau faisoit casser.
„ Pour m'assurer davantage si c'étoit le grand
„ mouvement & l'effort de l'eau qui faisoient
„ briser ces vaisseaux, & non-pas la balle en
„ passant au travers; j'ai fait faire une caisse
„ quarrée d'un pied de haut, & de six pouces
„ d'épaisseur, dont les quatre ais qui faisoient
„ la longueur, avoient chacun un pouce d'é-
„ paisseur, & les deux du bout en avoient cha-
„ cun deux, afin d'y bien attacher les autres
„ avec force cloux; je l'ai remplie d'eau par
„ un petit trou, ensuite j'ai tiré mon coup qui
„ a percé les ais fort exactement sans les briser,
„ mais l'eau s'est tourmentée de telle maniere
„ qu'elle a fait écarter ces ais les uns des au-
„ autres & a brisé la caisse.
„ 2°. Pour faire une experience plus exacte
„ sur la Refraction d'une balle dans l'eau,
„ n'ayant pas été satisfait de la premiere; j'ai
„ fait remplir d'eau un bassin de pierre, dont
„ la longueur interieure est de trois pieds trois
„ pouces, sa largeur un pied huit pouces, &
„ sa profondeur un pied un pouce, semblable
„ à *ABCD*. J'ai fait attacher à son côté *BD*
„ un ais pour recevoir les balles, un autre ais
„ *EF* précisément au milieu, & sur le fond
„ *CD* encore un qui le couvroit entierement:
„ tous ces ais étoient bien attachez, afin que
„ les coups ne les ébranlassent point. J'ai éle-
„ vé au-dessus du côté *CA* un carton *GA* per-
„ pendiculaire à l'horizon; l'arquebuse *HN*
étoit



„ étoit arrêtée fixe à huit pieds du baſſin ; l'ayant „ tirée, la balle a percé le carton en *K*, & je „ l'ai trouvée applatie à peu près comme une „ piece de dix ſols vers *M*. J'ai tiré un ſecond „ coup, & j'ai trouvé la balle diviſée en trois „ morceaux auſſi applatis, ſans avoir reconnu „ qu'ils aient frappé l'ais *E F*. J'ai tiré deux „ autres coups avec une plus forte charge de „ poudre, & je n'ai point trouvé de balles „ dans le fond du baſſin, ni contre les ais : „ ces balles avoient près de quatre lignes de „ diametre, elles ſont faites exprès pour l'ar- „ quebuſe, & ne peuvent entrer dans le canon „ qu'en les pouſſant avec une baguette de fer, „ parcequ'elles ſont fort juſtes,

„ 3°. Avant de tenter de nouveau l'expe- „ rience de la refraction, j'ai crû que j'en de- „ vois faire quelques autres pour m'éclaircir ſur „ cet applatiſſement des balles. Pour cet effet „ j'ai fait mettre dans un réſervoir de dix pieds „ en quarré deux ais paralleles entr'eux & à „ l'horizon, & à un pied de diſtance l'un de l'au-

„ l'autre, celui de deſſus ne faiſant qu'un mê-
„ me plan avec la ſurface de l'eau. J'ai tiré
„ deux coups ſur cet ais ſous un angle de 30
„ degrez avec une égale charge de poudre: le
„ premier avec l'arquebuſe dont je me ſuis dé-
„ ja ſervi, & dont le canon a 3 pieds 2 pouces
„ 6 lignes de long, & la balle a 3 lignes ¾ de
„ diametre: le ſecond avec un fuſil dont le ca-
„ non a 3 pieds 10 pouces 3 lignes, & la balle
„ 7 lignes de diametre. La groſſe balle a per-
„ cé les deux ais, & par conſéquent a traverſé
„ toute l'étendue de l'eau qui étoit entre deux,
„ au lieu que la petite n'a percé que l'ais ſupe-
„ rieur, & je l'ai trouvée applatie ſur l'ais in-
„ ferieur; ce qui m'a fait juger que le fuſil eſt
„ plus propre pour faire l'experience de la re-
„ fraction que l'arquebuſe.

„ 4°. Voici ce que j'ai fait pour m'aſſurer
„ s'il y a une Refraction: Je me ſuis ſervi du
„ baſſin de pierre qui eſt décrit ci-deſſus, &
„ préparé de la même maniere; j'ai attaché
„ mon fuſil ſur deux appuis fixes, dont l'un
„ étoit à cinq & l'autre à ſept pieds de diſtance
„ du baſſin; je l'ai rendu fixe & immobile avec
„ des cloux mis à côté, afin qu'il ne variât
„ point, & qu'il pût demeurer dans ſa même
„ ſituation après le coup. Il faiſoit avec l'ho-
„ riſon ou avec la ſurface de l'eau du baſſin un
„ angle de 20 degrez, & il étoit chargé du
„ poids de 3 deniers 20 grains de poudre, avec
„ une balle de 7 lignes de diametre qui peſoit
„ 17 deniers 6 grains. L'ayant tiré, la balle
„ après avoir percé le carton en *K*, l'ais *EF*
„ en *P* a donné au point *R* où je l'ai trouvé
„ arrêtée. Ayant vuidé l'eau du baſſin, j'ai
„ fait mettre un fil ſur le milieu de cette balle

en

„ en *R*, que j'ai fait passer par le trou *P* & par
„ le trou *K* en le conduisant jusqu'au centre
„ de la bouche du canon du fusil, & il m'a
„ paru que ce fil se trouvoit assez exactement
„ au centre de ces trous.

„ J'ai réïteré la même experience en retirant
„ le fusil un peu à côté, afin que la balle ne
„ donnât pas dans le même endroit. La balle
„ a percé le carton à un demi-pouce de *K*, l'ais
„ *EF* à un demi pouce de *P*, & s'est aussi ar-
„ rêtée à un demi pouce de *R*, ensorte qu'il
„ n'y avoit pas une ligne à dire que les centres
„ de ces deux balles ne fussent dans une même
„ ligne parallele à l'horison. L'on peut con-
„ clure de cette experience que s'il y a une re-
„ fraction elle n'est pas sensible.

„ J'ai voulu encore essayer si la balle de 7
„ lignes de diametre s'applatiroit en augmen-
„ tant la charge du fusil; j'y ai donc mis 7 de-
„ niers 6 grains de poudre, & j'ai trouvé la
„ balle vers *M* applatie d'un côté: elle a un
„ peu frappé l'ais *EF*, mais ce n'est point ce
„ qui lui a causé son applatissement, puisque
„ les balles percent trois ou quatre ais sans per-
„ dre beaucoup de leur sphericité.

„ J'ai mis la même charge de poudre dans
„ l'arquebuse, & j'ai trouvé la balle vers *M* di-
„ visée en deux parties, chacune inégalement
„ applatie sans avoir touché l'ais *EF*. J'ai tiré
„ un second coup n'ayant mis que la moitié
„ de la charge de poudre, la balle n'a point
„ atteint l'ais *EF*, & n'a perdu que peu de sa
„ sphericité.

„ 5°. Pour vous satisfaire entierement sur
„ l'applatissement des balles, j'ai étendu un
„ linge dans l'eau parallelement à l'horizon à
deux

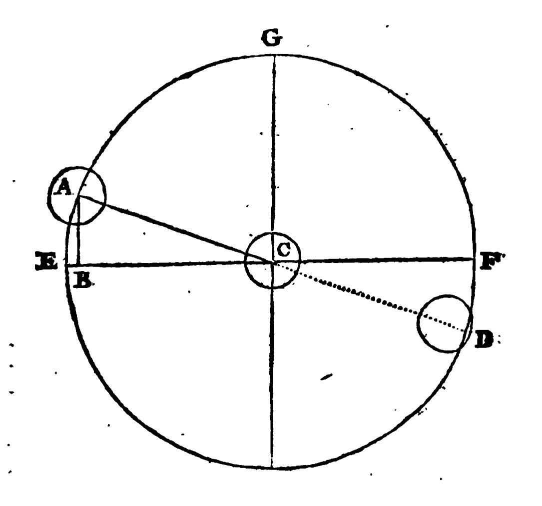
„ deux pieds de profondeur, dans un bassin ou
„ réservoir de 40 pieds de diametre & profond
„ de six pieds, afin d'y recevoir les balles. A-
„ yant mis dans mon fusil une plus forte charge
„ de poudre avec une balle de 7 lignes de dia-
„ metre, je l'ai tirée contre ce linge, & elle y
„ est restée applatie, mais très-inégalement &
„ d'une figure fort irreguliere; & ayant chargé
„ de nouveau le fusil d'un tiers de poudre de
„ plus, la balle s'est divisée en plusieurs petits
„ morceaux, dont j'en ai trouvé cinq sur le
„ linge la plûpart de la grosseur d'une lentille,
„ mais differemment figurez.
„ J'ai encore tiré une balle perpendiculaire-
„ ment à la surface de l'eau, elle s'est applatie as-
„ sez regulierement, ensorte qu'elle étoit pres-
„ qu'aussi ronde & aussi plate qu'un quart-d'é-
„ cu, au lieu que toutes celles qu'on tire avec
„ inclinaison s'applatissent irregulierement.
„ Il est bon que je vous fasse remarquer qu'en
„ tirant une balle dans l'eau, il s'en éleve une
„ certaine quantité plus ou moins grande, & plus
„ ou moins haut suivant la charge de poudre,
„ c'est à dire que plus la charge est forte, plus
„ il s'éleve d'eau au-dessus de sa superficie, &
„ je l'ai vûe s'élever jusqu'à 20 pieds de haut.
„ Il vous sera facile à present de juger de la
„ cause de tous ces differens effets par ces di-
„ verses experiences. Surquoi il faut remar-
„ quer que 4 deniers de poudre ou environ
„ poussent la balle de 7 lignes assez avant dans
„ l'eau, sans qu'elle perde rien de sa sphericité;
„ qu'avec 8 deniers elle en perd la moitié, avec
„ 12 elle la perd entierement, & avec 16 elle
„ se divise en plusieurs parties.

Re-

Reflexions sur ces Experiences.

Il y a deux choses à considerer dans ces experiences qui ont été faites avec beaucoup de soin & d'exactitude. La premiere est que les balles tirées sous un angle de 20 degrez, n'ont pas changé en passant dans l'eau la détermination de leur mouvement au moins d'une maniere sensible. La seconde que ces balles étant poussées par une forte charge de poudre, se sont applaties en entrant dans l'eau.

1°. Il semble d'abord suivant l'idée qu'on a de la résistance des fluides, qu'une balle tirée dans l'eau sous un angle de 20 degrez, & même sous un beaucoup plus grand, devroit non-seulement changer de détermination, mais même qu'elle devroit réjaillir: car comme la quantité de matiere dans tous les corps est toûjours proportionnelle à leur poids, que les résistances des fluides sont en même raison que leurs densitez, & que la densité ou la pesanteur de l'eau est à celle de l'air comme 800 ou 850 est à 1, suivant quelques experiences, ou comme 1175 à 1, suivant celles qui ont été faites à l'Academie de *Florence*; donc l'eau doit faire plus de 800 fois plus de résistance que l'air, & par conséquent diminuer la vîtesse de la balle de la même quantité. Or il est aisé de faire voir, en suivant le raisonnement de M. *Descartes* & de plusieurs autres après lui, que si la balle à la rencontre de l'eau perdoit seulement la moitié de sa vîtesse, elle devroit réjaillir. Car soit décrit le cercle *EGD*, dont le diamêtre *EF* représente la séparation des surfaces de l'air & de l'eau: soit pris l'angle *ACE* de 20 de-



degrez, & dont le finus fera *AB*, donc *CB* fera le finus de fon complément. Ainfi la balle étant pouffée de *A* en *C*, on regardera fon mouvement compofé du vertical *AB* & de l'horizontal *BC*. Or comme *CB* eft beaucoup plus grande que la moitié de *CE*, donc fi la balle perdoit la moitié de fa vîteffe à la rencontre de l'eau, elle devroit réjaillir. Mais l'experience y eft contraire. Il faut donc faire voir qu'elle perd fi peu de fon mouvement vertical, que non-feulement elle ne doit pas réjaillir, elle ne doit pas même changer de détermination d'une maniere fenfible. Pour cela il faut prendre garde que c'eft en entrant dans l'eau que a balle doit changer fa détermination, que fon

mou-

mouvement suivant *AC* étant composé du mouvement horizontal égal à *BC*, & du mouvement perpendiculaire *AB*, on ne doit faire attention qu'à ce mouvement vertical, puisque l'horizontal n'y est point opposé. 2°. Que cette balle ne trouve de la résistance plus d'un côté que d'un autre, que jusqu'à ce qu'elle soit enfoncée dans l'eau de la moitié de son volume : c'est-pourquoi si le volume d'eau dont elle occupe la place étoit égal en pesanteur à la moitié de cette balle, comme si c'étoit du plomb fondu, par exemple, dans lequel elle entrât, il est clair que cette balle perdroit à peu près la moitié de sa vîtesse : mais parceque c'est de l'eau qui s'oppose à son mouvement, & que la pesanteur du plomb est à celle de l'eau environ comme 12 est à 1 ; donc si elle rencontroit un volume d'eau égal au sien, elle perdroit une douziéme partie de son mouvement, puisque, comme on vient de le dire, les résistances que font les corps fluides à être separez suivent les raisons de leurs densitez ou pesanteurs ; mais comme il n'en faut considerer que la moitié, donc cette balle ne doit perdre qu'une vingt-quatriéme partie de son mouvement vertical, c'est-à-dire la vingt-quatriéme partie de *AB*, ce qui est peu de chose, donc ce changement de détermination ne doit pas être sensible. Que si l'on prétend que cette vingt-quatriéme partie est assez grande pour qu'on s'en apperçoive, l'on en rejettera la cause sur ce que la balle perce deux ais & un carton, ce qui peut causer quelque petit changement dans son mouvement. On pourroit peut-être encore considerer le mouvement de pesanteur de la balle qui tend à la mouvoir verticalement de haut en bas, &

par

par conséquent empêcher que son changement de détermination ne soit sensible : mais la grande vîtesse de cette balle & le peu d'espace qu'elle parcourt doivent le faire regarder comme nul. Il n'en est pas de même des rayons lumineux, parceque dans leur passage de l'air dans l'eau ou dans les autres milieux transparens, il n'y a point de mouvement local, mais seulement des inégalitez de pression ou de résistance dans ces differens milieux, comme on l'a expliqué ailleurs. Ainsi cela n'empêche pas qu'on ne doive toûjours conclurre que les rayons de lumiere passent plus facilement dans les milieux les plus denses, & que c'est par cette raison qu'ils approchent de la perpendiculaire.

Il faut remarquer neanmoins que si on tire une balle fort obliquement, ensorte que l'angle d'incidence ne soit que de quelques degrez ; comme son mouvement horizontal est fort grand par rapport au vertical, elle peut rencontrer une si grande quantité de parties d'eau en même temps, qu'elles l'empêcheront d'entrer dedans, & l'obligeront par conséquent de rejaillir. C'est ce qui arrive quand on fait ce que l'on appelle des ricochets.

La seconde chose qu'il faut considerer dans ces experiences, c'est l'applatissement des balles à la rencontre de l'eau, & il paroît d'abord surprenant qu'un corps fluide tel que l'eau qui cede assez facilement à sa division, puisse neanmoins faire la resistance d'un corps solide. Mais si l'on fait reflexion à la grande vîtesse de la balle, on verra qu'elle peut rencontrer une si grande quantité de parties d'eau en même temps, que leur résistance sera équivalente à celle

celle d'un corps dur, & causera son applatissement. Quand on passe la main dans l'eau avec quelque vîtesse, on trouve une certaine résistance; que si on l'y passe deux fois plus vîte, on trouvera une résistance quadruple, parce-qu'on rencontre deux fois plus de parties d'eau à mouvoir en même temps avec une vîtesse double; que si on l'y passe trois fois plus vîte, on trouvera une résistance neuf fois plus grande, ensorte que les résistances croissent en raison des quarrez des vîtesses; donc la vîtesse de la main pourroit être si grande, que la quantité de parties d'eau qu'elle rencontreroit dans un petit espace de temps, lui feroit une résistance égale à celle d'un corps dur. En effet, si on étend la main parallelement à la surface de l'eau, & qu'on frappe avec force sur cette surface, on sent de la douleur; & je me souviens qu'un jour frappant fortement l'eau avec un bâton, il se cassa. Il est donc facile de connoître par ce raisonnement la cause de l'applatissement des balles de mousquet tirées dans l'eau; & ce qui le confirme, c'est que plus la charge du fusil est grande, plus ces balles s'applatissent; parce qu'ayant plus de vîtesse, elles rencontrent une plus grande quantité de parties d'eau en même temps. C'est de cette maniere que l'on peut expliquer comment un bout de chandelle dont on aura chargé un fusil, peut percer une planche assez épaisse.

COM-

COMPARAISON

Des observations du Barometre faites par le R. P. Sebastien Truchet *avec les nôtres.*

Par M. MARALDI.

* PARMI les observations du Barometre que le R. P. *Sebastien* rapporta dernierement à l'Academie, nous avons principalement consideré celles qu'il a faites à *Clermont* & sur le sommet du *Mont-d'or* la plus élevée des montagnes d'*Auvergne*, dont nous avons determiné la hauteur perpendiculaire sur la surface de la mer par les angles de la meridienne, & sur laquelle nous ne pûmes pas faire l'experience du Barometre, parcequ'elle étoit alors couverte de neiges.

Cette année 1705 le 8 Juin à 4 heures après midi le P. *Sebastien* observa sur le sommet du *Mont-d'or* que le vif argent se tenoit suspendu dans le Barometre à la hauteur de 22 pouces 2 lignes. Le même jour à midi nous trouvâmes à l'Observatoire la hauteur du mercure de 27 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$, & à $7^h\ 24'$ du soir il étoit à 27 pouces 9 lignes $\frac{3}{4}$, n'ayant augmenté que d'un quart de ligne depuis midi.

Entre la hauteur du mercure observée au *Mont-d'or* de 22 pouces 2 lignes, & celle de 27

* 5. Juillet 1705.

27 pouces 9 lignes $\frac{3}{4}$ obſervée à *Paris*, il y a une difference de 5 pouces 7 lignes $\frac{3}{4}$, dont le mercure à l'Obſervatoire s'eſt tenu plus élevé que ſur le haut du *Mont-d'or*. Nous avons tiré de nos experiences que le mercure au bord de la mer ſe tient ordinairement plus élevé qu'à l'Obſervatoire de 4 lignes & $\frac{1}{6}$. Donc ſur la montagne le mercure étoit plus bas de 5 pouces 11 lignes $\frac{2}{3}$ qu'il n'auroit été en même temps au bord de la mer.

Dans les Memoires de l'Academie de 1703, nous avons dit que la hauteur perpendiculaire du *Mont-d'or* ſur la ſurface de la mer étoit de 1030 toiſes: mais M. *Caſſini* le fils par un calcul plus exact l'a trouvée depuis 14 toiſes plus haute; de ſorte que ſa hauteur perpendiculaire ſur la ſurface de la mer ſera de 1047 toiſes, auſquelles nous avons trouvé ci-deſſus qu'il répond une variation de 5 pouces 11 lignes $\frac{2}{3}$ dans la hauteur du mercure.

Par la progreſſion fondée ſur les experiences rapportées dans les Memoires de l'Academie de l'an 1703 à cette hauteur du *Mont-d'or*, il devoit y avoir un abaiſſement de mercure de 5 pouces 7 lignes qui ſont 4 lignes de moins que par l'obſervation.

M. *de la Hire* nous a communiqué les obſervations du Barometre qu'il a faites les mêmes jours; & quoique ſon Barometre & le nôtre ſoient dans le même plan de l'Obſervatoire, ces obſervations ſont quelquefois un peu differentes entr'elles, ſoit que cela vienne de ce qu'elles ont été faites à differentes heures du jour, ou de quelqu'autre cauſe.

Par l'obſervation de M. *de la Hire* faite le 8 Juin à 5 heures $\frac{1}{2}$ du matin, la hauteur du Ba-

rometre fut de 27 pouces 8 lignes $\frac{1}{3}$. Si on compare cette observation à celle du P. *Sebastien* de la même maniere que nous avons fait la nôtre, on trouvera par cette comparaison entre le niveau de la mer & le *Mont-d'or* une variation de 5 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$ dans la hauteur du Barometre, ce qui s'accorde à 3 lignes près à ce que donne la progression.

Le P. *Sebastien* a fait une autre observation du Barometre à *Clermont* près du Couvent des Minimes, qui est l'endroit de la Ville où *M. Perier* fit l'an 1641 son experience du Barometre, le même jour qu'il le transporta sur le *Puy de Domme* pour trouver la variation du Barometre qui répond à ces deux hauteurs.

Le 10 Juin à 6^h du soir le P. *Sebastien* trouva à *Clermont* la hauteur du mercure de 26 pouces 6 lignes.

A *Paris* par les observations faites avant & après il étoit à la hauteur de 27 pouces 10 lignes.

Donc la difference du mercure entre *Clermont* & *Paris* étoit de 1 pouce 4 lignes.

Nous avons dit ci-dessus qu'entre *Paris* & le niveau de la mer, il y a dans la hauteur du mercure une variation de 4 pouces $\frac{1}{6}$.

Donc entre *Clermont* & la surface de la mer, il y aura eu alors 1 pouce 8 lignes $\frac{1}{6}$.

Par les observations de M. *Perier* faites l'an 1641 entre le Convent des Minimes & le haut du *Puy de Domme*, il y eût dans la hauteur du mercure une variation de 3 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$.

Donc du niveau de la mer jusqu'au sommet du *Puy de Domme*, il y auroit eu par ces differentes observations dans la hauteur du mercure une variation de 4 pouces 9 lignes $\frac{2}{3}$, qui répond

pond à 810 toises de hauteur perpendiculaire du sommet du *Puy de Domme* jusqu'au niveau de la mer. Par la progression établie dans les Memoires il conviendroit à cette hauteur 55 lignes $\frac{1}{4}$ de variation du mercure, ce qui est different de 2 lignes seulement de l'observation.

Mais par l'observation de M. *de la Hire* faite le même jour 10 Juin, le Barometre étoit à la hauteur de 27 pouces 8 lignes ; & faisant les mêmes réductions & comparaisons que dans l'observation précedente, il y aura entre le bord de la mer & le sommet du *Puy de Domme* une variation de 55 $\frac{1}{3}$ dans la hauteur du mercure, comme on le tire de la progression établie dans les Memoires.

OBSERVATIONS SUR LES TANGENTES.

Par M. ROLLE.

* C'EST un préjugé de plusieurs Géometres, que la Tangente d'une Courbe est toûjours perpendiculaire à un des deux axes générateurs lorsque la soûtangente est égale à 0. Il est vrai qu'en cela ils ont tacitement supposé que les appliquées font toûjours des angles droits avec leur axe, & qu'ils ne reconnoissent point d'autres Tangentes que celles que j'ai nommées *Tangentes absolues* dans le Journal du 13

* 5. Août 1705.

13 Avril 1702. Mais avec ces conditions il ne feroit pas encore toûjours vrai de dire que la soûtangente étant θ, la Tangente soit perpendiculaire à l'axe. J'en ai donné des preuves pour les points les plus ordinaires des Courbes dans les Memoires de l'Academie de l'année 1703 page 162. Voici d'autres observations sur des points extraordinaires, où l'on verra que pour un exemple dans lequel l'axe & la Tangente font un angle droit, il y en a une infinité où cela n'arrive point.

Pour cela, soient proposées les Courbes que fournit l'égalité marquée *CC*.

$$CC \dots\ y = \sqrt{ax} + \sqrt{by}.$$

Et que l'on veuille trouver les Tangentes de ces Courbes au point que déterminent $y = \theta$ & $x = \theta$. Alors il faudra faire évanouïr les signes radicaux suivant la methode dont je me sers, & ces signes ayant disparu, on aura la proposée sous la forme que l'on voit ici en *A*.

$$A \dots\ aaxx - 2ayyx + y^4 = \theta.$$
$$- 2abyx - 2by^3$$
$$+ bbyy.$$

Et faisant $x = z - c$ pour avoir la situation de la Tangente, on trouve la résultante *B*.

$$B \dots\ aazz - 2ayyz + y^4 = \theta.$$
$$- 2abyz - 2by^3$$
$$- 2aacz + bbyy$$
$$+ 2acyy$$
$$+ 2abcy$$
$$+ aacc.$$

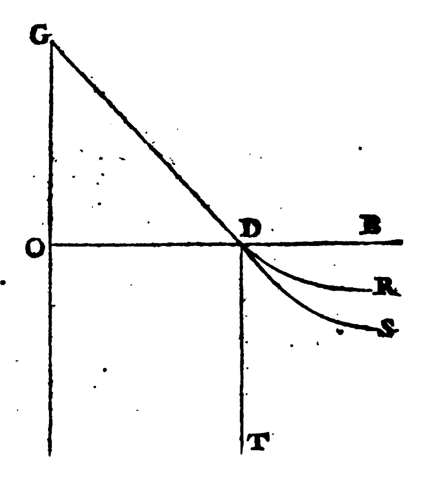
Cela posé, si l'on prend *s* pour la soûtangente des *y*, & *t* pour la soûtangente des *z*, & que l'on cherche leurs valeurs dans l'égalité *B* par le moyen des Regles que j'ai données dans le Journal du 13 Avril 1702, pag. 388. Ed. d'*Amst*.

d'*Amst.* on trouvera les formules qui sont marquées ici en *M* & en *P*.

M.... $s = \frac{az}{b}$. ou $b : a :: z : s$.

P.... $t = \frac{by}{a}$. ou $b : a :: t : y$.

Mais l'on a $y = 0$ pour le point où il faut mener la Tangente, & substituant cette valeur de *y* dans $\frac{by}{a}$ qui est la valeur d'une soûtangente, on trouve que cette soûtangente est 0. Ainsi il faudroit conclurre, selon les préjugez, que la Tangente est perpendiculaire à l'axe. Ce qui est vrai lorsque $b = 0$, mais cela ne se trouve point veritable dans tous les autres cas.



Lorsque $b = 0$, la Courbe *DS* ou *DR* n'est que la parabole ordinaire, & dans ce cas la Tan-

 gente

gente au point D, eſt DT perpendiculaire à l'axe DB.

Mais ſi b eſt réel, le rapport de l'appliquée à la ſoûtangente change toûjours à meſure que l'on fait varier le rapport de b à a. Cela eſt évident en M & en P, & il eſt évident auſſi que cette varieté fournit une infinité de cas, où la Tangente au point D n'eſt ni parallele ni perpendiculaire aux axes. Ainſi pour un exemple qui favoriſe les préjugez, il y a une infinité d'exemples qui les combatent.

Lorſque $a = b$, la ſoûtangente s ou GO eſt égale à l'appliquée OD, quelque varieté que l'on veuille ſuppoſer dans b réel, ou bien dans a; ce qui eſt manifeſte dans la formule M. D'où il ſuit que dans tous ces changemens la Tangente ſera toûjours un angle de 45 degrez avec chacun des axes, loin de leur être perpendiculaire ou parallele.

Je ne parle point de $a = 0$, parceque dans ce cas l'égalité propoſée n'exprime aucune Courbe, ni des autres cas où a, b, x, y ſont negatifs, parceque tous ces derniers cas rentrent dans les premiers.

Mais il eſt peut-être bon de faire ici une petite remarque dans l'Analogie qui eſt en P. C'eſt que y étant égal à 0, cette Analogie deviendroit $b : a :: t : 0$. Ainſi il ſembleroit que le rapport de t à 0 ſeroit infini. D'où il faudroit conclurre que la Tangente eſt parallele à un des axes, & par conſequent perpendiculaire à l'autre axe. Mais il eſt facile de voir, 1°. Que t devient égal à 0 lorſque $y = 0$, & que les deux derniers termes de l'Analogie n'étant que des 0, leur rapport par cela ſeul ne ſeroit qu'un rapport indéterminé, comme je l'ai prouvé dans

dans la Methode des Questions indéterminées que je donnai au public en l'année 1699, page 62.

2°. Ce rapport reçoit toute sa détermination quand on le compare au rapport de a & b, qui sont les deux premiers termes de l'Analogie; & comme leur rapport est toûjours fini dans tous les cas où b est réel, il faut conclurre que le rapport de t à y est aussi toûjours fini lorsque b est réel, quoique y soit anéanti.

On peut encore observer ici que cet exemple *CC* est celui que j'ai donné dans le Journal du 30 Juillet dernier p. 876; & comme je me suis servi dans ce Journal de la transposition générale des axes, on ne peut point mettre en doute la situation des Tangentes ni les conséquences qui s'en déduisent pour la methode de *Maximis* & *Minimis*.

Dans ce Journal les axes proposez font un angle de 45 degrez avec les nouveaux axes, & prenant z pour exprimer les abscisses d'un de ces nouveaux axes, on trouvera en y appliquant ce que j'ai dit dans le Journal du 13 Avril 1702, que la soûtangente est $\frac{az+bz}{b-a}$; de maniere que si l'on prend l pour l'expression de cette soûtangente, on aura l'Analogie marquée ici en *V*.

V.... $b-a : b+a :: z : l$.

D'où il est aisé de voir comment j'ai formé la Regle que j'ai donnée dans ce Journal pour l'effection géometrique de la Tangente.

Delà encore se peuvent confirmer les observations que j'ai données ici sur ce Problême. Par exemple, dans le cas où $b=a$, on

 trou-

trouve $l = \frac{2az}{\theta}$: ce qui montre que la Tangente est parallele à un des nouveaux axes, & par conséquent perpendiculaire à l'autre. Et delà on peut voir aussi que dans ce même cas la Tangente fait un angle de 45 degrez avec chacun des premiers axes, ou des axes proposez, & dont la position est déterminée à l'égard de la Courbe dans l'égalité proposée *CC*.

On trouve aussi en prenant $b = \theta$ que $l = -z$. Ce qui fait voir que dans le cas où l'égalité génératrice ne fournit qu'une Parabole, la Tangente est perpendiculaire à un des axes proposez, & qu'elle se confond avec l'axe réciproque. Mais que dans tous les autres cas la Tangente n'est ni perpendiculaire ni parallele aux axes proposez, c'est-à-dire aux axes déterminez par l'égalité proposée $y = \sqrt{ax} + \sqrt{by}$ marquée *CC*.

REMARQUES

Sur quelques Experiences faites avec plusieurs Barometres, & sur la Lumiere que fait un de ceux dont on s'est servi en l'agitant verticalement.

Par M. DE LA HIRE le fils.

NOUS avons deux Barometres à l'Observatoire, dont l'un a le tuyau de 1 ligne ½ de diamêtre interieur, & il a 36 pouces

* 12. Août 1705.

ces $\frac{1}{2}$ de hauteur; & par conſéquent lorſque le mercure eſt à 28 pouces, il reſte 8 pouces $\frac{1}{2}$ de vuide. C'eſt celui dont nous nous ſervons ordinairement. L'autre a 2 lignes de diamêtre interieur, & de hauteur 32 pouces $\frac{1}{4}$, & par conſéquent il ne reſte que 4 pouces $\frac{1}{4}$ au-deſſus des 28 pouces. Ce Barometre eſt celui dont M. *Picard* ſe ſervoit, & qui a été le premier où l'on ait remarqué de la lumiere en l'agitant verticalement. Il en fait encore une très-grande à ſon ordinaire: l'autre n'en faiſoit point, quoiqu'il eût été rempli avec le même mercure que celui qui en fait; ce qui eſt très-certain, car on y avoit regardé fort ſouvent. Cependant depuis quelques jours, l'ayant agité, nous avons vû qu'il en faiſoit preſqu'autant que l'autre.

Ce Barometre de M. *Picard* a été vuidé & rempli pluſieurs fois ſans aucunes précautions, pour nettoyer le mercure & le tuyau; cependant il fait toûjours la même lumiere qu'il faiſoit d'abord. Mais nous avons obſervé que quoique cette lumiere fût très-vive, puiſqu'on la voyoit le ſoir à la chandelle & au clair de la Lune, le tuyau y étant expoſé: ſi pendant le jour on fermoit exactement une chambre, enſorte qu'il n'y fît point clair, & qu'un peu de temps après on y agitât le Barometre on ne lui voyoit point faire de lumiere, ce qui nous avoit d'abord fait croire qu'il ne faiſoit point de lumiere pendant le jour: mais voulant nous aſſurer davantage de cette experience, nous reſtâmes dans la chambre où il ne faiſoit point clair pendant plus d'un quart-d'heure; & alors agitant le Barometre que nous avions mis pendant ce temps là au Soleil, nous y vîmes la lumiere auſſi grande qu'on la voit la nuit. Cette der-

derniere experience détruisit la pensée que nous avions eue, & nous fit connoître qu'il falloit un temps considerable à la retine pour perdre l'ébranlement que lui cause la lumiere du Soleil.

La hauteur du mercure dans ces deux Barometres est toûjours differente de 3 lignes ½, dont celui de M. *Picard* est plus haut. Nous en avons fait un autre depuis peu. Le mercure a été passé par un linge fin & bien net, & le tuyau qui a 3 lignes de diamêtre & 35 pouces de long a été bien nettoyé avec de l'esprit de vin, & ensuite bien seché avec des linges bien secs qu'on a passé dedans; & après l'avoir rempli avec bien du soin pour n'y point laisser de bulles d'air sensibles, nous avons remarqué que le mercure s'y tenoit à 1 ligne ⅗ plus bas que dans le Barometre de M. *Picard*, & plus haut que dans l'autre de la même quantité à très-peu près.

Mais en mettant ce Barometre en experience, nous avons remarqué qu'après avoir rempli le tuyau avec le mercure & en avoir fait sortir tout l'air, & avoir plongé dans le mercure le bout ouvert qu'on bouchoit avec le doigt, le tuyau étant d'abord fort incliné; quand on l'élevoit & que le vuide commençoit à paroître au haut, on voyoit de petites bulles d'air presqu'imperceptibles, qui devenoient tout d'un coup grosses comme de petits pois, & qui entroient dans le vuide: les unes étant engagées entre le mercure & le tuyau, & les autres paroissant sortir du mercure, & faisant le même effet que s'il eût été bouillant. Nous remarquâmes aussi que ces bulles qui sortoient du mercure en élevant le tuyau, lorsqu'elles étoient de-

devenues un peu grosses, en le baissant elles disparoissoient & sembloient rentrer dans le corps du mercure, car à l'endroit où elles disparoissoient on ne voyoit rien contre le tuyau. Ce Barometre n'a point fait de lumiere en l'agitant.

Il ne faut pas douter que toutes ces bulles, tant celles qui sont engagées entre le mercure & le tuyau, que celles qui paroissent sortir du mercure, ne soient de petites particules d'air qui y sont renfermées & engagées, & qui étant alors déchargées de toute la pesanteur de l'atmosphere & de la hauteur du mercure qui les comprimoit dans le tuyau lorsque le bout ouvert étoit en haut, n'occupent un volume très-grand par rapport à celui qu'elles occupoient auparavant; & il est certain que plus le tuyau sera long pardessus 28 pouces & menu, & plus il y aura de ces bulles qui s'échaperont dans l'espace que le mercure quitte, puisque tout le mercure qui occupoit cette place s'y est purgé d'air. C'est-pourquoi il paroîtroit qu'il faudroit prendre des tuyaux d'une longueur proportionnée aux endroits où l'on voudroit mettre les Barometres, & ne leur laisser qu'un pouce au-dessus de la plus grande hauteur du mercure dans l'endroit où ils seroient, & qu'ils eussent environ 3 lignes de diamêtre plûtôt plus que moins, & que le mercure fût bien purgé d'air. Avec ces précautions je crois qu'on pourroit faire des Barometres justes autant qu'on les peut faire.

Nous ne doutons plus à present que le Barometre dont nous nous servons ordinairement, & dont le tuyau est menu & trop long au-dessus de 28 pouces, n'ait eu beaucoup de ces parti-

cules d'air engagées dans le mercure, & entre le mercure & le verre, qui s'étant dégagées en le mettant en experience, n'ayent occupé une place considerable dans le haut du tuyau, & que c'est la veritable cause pourquoi le mercure y est plus bas que dans ceux qui sont plus larges & plus courts, où ces mêmes bulles dilatées ne font pas un effet si sensible, par les raisons qu'on vient de rapporter.

On doit remarquer que les circonstances que l'on a crû necessaires pour rendre un Barometre lumineux, paroissent être détruites par ce que nous venons de dire.

DE LA HAUTEUR DU MERCURE DANS LES BAROMETRES.

Par M. AMONTONS.

* VOICI une experience très-considerable, en ce qu'elle nous met dans la necessité de faire repasser par l'examen toutes les observations du Barometre qui ont été faites jusqu'à ce jour.

On a crû jusqu'ici que la hauteur du mercure dans les Barometres étoit toûjours sensiblement la même dans un même lieu, & on a été bien éloigné de croire qu'avec des verres à peu près

* 14. Août 1705.

près semblables, remplis avec le même soin du même mercure, les hauteurs de ce mercure pussent differer entr'elles, dans le même endroit & dans le même temps, de dix-huit lignes ou environ. C'est cependant ce que la Compagnie va voir, après que j'aurai remarqué qu'une des principales raisons qui peut avoir empêché qu'on ne se soit encore apperçû de ce phénomene, vient de ce que la plûpart de ceux qui ont construit les Barometres, ont negligé mal à propos d'y mettre des graduations qui expriment veritablement les hauteurs du mercure, & qu'ils ont presque toûjours substitué à ces graduations veritables des graduations arbitraires, qui n'ont nul rapport aux hauteurs du mercure : ce qu'ils ont fait sans doute parcequ'ils ont bien senti la difficulté qu'il y a de rendre ces sortes d'instrumens uniformes, & que cela en augmenteroit le prix & en diminueroit le debit. C'est ainsi que l'interêt est souvent un obstacle à la découverte de la Verité.

On peut donc voir que ce n'est pas sans grande raison que j'ai rejetté de mes Barometres ces sortes de graduations arbitraires, parceque je suis bien persuadé qu'on ne peut se servir utilement des Barometres pour faire des observations exactes, s'ils ne sont graduez en parties qui expriment les pouces & les lignes des hauteurs du mercure dont ils sont chargez, & si d'ailleurs ils ne sont reglez sur un même Barometre qui en soit comme l'étalon & la regle, sans quoi il n'y a rien que d'incertain & qui ne conduise à l'erreur.

En cherchant la raison du phénomene que je rapporte, il est difficile de ne pas l'attribuer à

l'inégalité des pores des differens verres, qui donnent passage plus ou moins aux petites parties de l'air, suivant qu'ils sont plus ou moins ouverts: ce qui me paroît d'autant plus vraisemblable, que je suis assuré que les verres des deux tubes avec lesquels je vais faire cette experience sont differens en qualité.

Nous sommes redevables de cette découverte à Monseigneur le Chancelier. Il a un Barometre simple monté à la maniere d'*Angleterre*, c'est à dire, de ceux qui ont deux petites platines de cuivre sur lesquelles sont marquées les differentes dispositions qui peuvent arriver dans l'air, comme beau temps, changeant, pluie, &c.

Monseigneur le Chancelier avoit pendant un temps considerable experimenté avec satisfaction ce que son Barometre lui indiquoit: mais enfin ce Barometre s'étant détraqué, il eut recours à M. *Homberg* qui le lui remit en état. Depuis ce temps les variations de ce Barometre se sont toûjours faites dans les parties basses des platines, c'est à dire aux endroits où elles n'indiquent que de la pluie, des vents & de l'orage. Monseigneur le Chancelier ne remarquant rien de semblable dans la disposition de l'air, m'envoia querir pour examiner son Barometre. La premiere chose que je fis, fut de voir, en l'inclinant, si le vuide étoit bien fait; & ayant trouvé qu'il l'étoit autant bien qu'il le pouvoit être, & que d'ailleurs le mercure avoit toute la liberté du mouvement qu'on pouvoit demander, je répondis à Monseigneur le Chancelier que je n'y voiois rien qui pût empêcher qu'il ne fît son effet. Il prit alors la peine de m'expliquer ce qu'il avoit re-

remarqué, de la maniere que je viens de le dire; & je lui demandai la permission de faire emporter chez moi son Barometre pour l'examiner plus à loisir; ce qu'il m'accorda. Je mesurai aussi-tôt que je le pûs la hauteur du mercure; & ne l'ayant trouvé que de 26 pouces 6 lignes, tandis que trois autres verres qui étoient en experience, & dans lesquels le vuide n'étoit pas même si parfait, la donnoient de 28 pouces, je crus d'abord que cela pouvoit provenir du mercure, qui peut-être avoit une pesanteur extraordinaire: ce qui fit que je démontai sur le champ ce Barometre, & aiant avec son mercure même chargé un de mes tubes, il s'y arrêta à 28 pouces, comme dans les trois autres qui étoient en experience. Je chargeai après cela avec d'autre mercure le verre du Barometre, mais le mercure ne s'y arrêta toûjours qu'à 26 pouces 6 lignes; ce qui ne me laissa plus aucun lieu de douter, & je connus que cet effet n'étoit uniquement causé que par le verre. Je pris donc le parti de changer ce verre, & de remonter le Barometre avec un autre: ce qu'ayant fait, le mercure se soûtint dans ce nouveau verre 18 lignes plus haut que dans celui que j'en ôtois; de sorte que le jeu du Barometre qui se faisoit avant cela dans les parties basses des platines, se seroit fait au contraire dans les parties hautes, si je n'eusse rehaussé les platines d'environ 4 à 5 lignes; encore Monseigneur le Chancelier juge-t-il qu'elles le doivent être davantage: ce qui fait conjecturer que le verre que j'en ai ôté, n'est pas celui qui y étoit en premier lieu, dans lequel le vuide se faisoit apparemment à une

une hauteur moienne de celle qu'on remarque dans ceux-ci.

Au reste ces remarques m'ont paru assez importantes pour en faire part à la Compagnie, afin que chacun puisse y avoir tel égard qu'il jugera à propos, & donner une autre explication de ce phenomene, si celle que j'ai rapportée n'est pas la veritable.

SUITE DES REMARQUES

Sur la hauteur du mercure dans les Barometres.

Par M. AMONTONS.

* PAR l'inspection du verre du Barometre de Monseigneur le Chancelier, aiant jugé qu'il avoit été fourni par le sieur *Deville* Emailleur, je le fus trouver au sortir de l'Academie; & le lui aiant demandé, il me dit que cela étoit vrai. Je lui en fis faire aussi-tôt quatre autres; savoir, deux du même verre, & deux autres d'une autre sorte de verre; & lorsque j'eus chargé les uns & les autres de mercure conjointement avec les deux dont je m'étois servi pour faire l'experience à l'Academie, le mercure s'arrêta dans tous à des hauteurs differentes.

La

* 19. Août 1705.

La plus grande hauteur étoit de 28 pouces.

La ſeconde, d'une demi-ligne moins. C'étoit le verre de l'Academie où le mercure étoit reſté le plus haut.

La troiſiéme, d'une ligne ½ moins.

La quatriéme, de 7 lignes moins.

La cinquiéme, de 7 lignes ½ moins.

La ſixiéme, de 10 lignes moins. C'étoit le verre où le mercure à l'Academie s'étoit arrêté le plus bas.

Si bien que la difference de la ſeconde hauteur que j'avois trouvée le matin de 18 lignes, & l'après-midi à l'Academie de 19 lignes & plus, ne ſe trouva à 8 heures & demie du ſoir, que de 9 lignes.

Je laiſſai tous ces verres en experience; & le lendemain je trouvai encore ces mêmes hauteurs. Mais cette grande difference de 18 lignes, que je ne trouvois plus que de 9 lignes, m'embarraſſoit. Je jugeai que n'étant point arrivé autre choſe, que je ſache, au mercure, que d'avoir été bien manié, peut-être que la craſſe & l'humidité des mains auroient rebouché en partie les pores de ce verre. Je le déchargeai donc de mercure pour le bien laver par dehors, & le dégraiſſer, autant que je le pourrois, avec de l'eſprit de vin : mais après l'avoir fait & avoir rechargé ce verre de ſon mercure, je trouvai cette difference encore diminuée d'une ligne & demie, ce qui me fit réſoudre de n'y plus toucher. Je l'ai laiſſé en experience juſqu'aujourd'hui, & il n'a varié que comme tous les autres, c'eſt à dire qu'il eſt baiſſé d'environ deux ou trois lignes.

Comme tout ceci eſt fort bizarre; pour tâcher d'apporter quelque lumiere dans une choſe

où il y en a si peu, sauf l'avis de la Compagnie, le mien seroit de choisir dans une multitude de verres, ceux qui chargez de mercure donneroient des hauteurs sensiblement differentes les unes des autres, & de les appliquer tous sur une même graduation, ou, ce qui est la même chose, sur un même plan vertical, au bas duquel il y auroit une espece d'auge commune pleine de mercure, dans lequel ils tremperoient tous. Au dessus de cette auge, à commencer de la surface du mercure, il y auroit des lignes paralleles tracées de pouce en pouce jusqu'à 29 ou 30 : les 4 ou 5 derniers seroient subdivisez de ligne en ligne par d'autres paralleles.

Il conviendroit encore ajoûter à tous ces verres un autre verre de pareille longueur, mais uniforme d'un bout à l'autre, scellé hermetiquement par ses deux extrémitez, & dans lequel il y auroit environ 28 pouces de mercure; le surplus vuide d'air grossier.

Ce tube serviroit à faire connoître l'effet de la chaleur sur le mercure, & toutes les fois que le mercure dans les autres verres n'auroit eu qu'un mouvement égal à celui-ci, on n'y auroit point d'égard, comme n'étant pas un effet du poids de l'atmosphere. Un semblable tube, pour bien faire, devroit desormais accompagner tous les Barometres simples dont on voudra se servir.

Toute cette machine construite, comme je viens de dire, devroit être observée exactement pendant un temps considerable; & on pourroit s'assurer par-là,

1°. Si les variations arrivent dans tous dans le même temps.

2°. Si

2°. Si elles sont égales dans tous, ou si elles ne sont pas plutôt proportionnelles aux hauteurs du mercure dont chaque verre est chargé ; à quoi il y a beaucoup de vraisemblance, s'il est vrai que les pores du verre donnent passage aux parties d'air qui sont assez petites pour cela.

SUITE DES REMARQUES

Sur la hauteur du mercure dans les Barometres.

Par M. AMONTONS.

* M. *Homberg* nous aiant appris qu'il avoit lavé avec de l'esprit de vin le tube du Barometre de Monseigneur le Chancelier, cela fit soupçonner à quelques-uns que peut-être c'étoit ce qui étoit cause que dans ce tube le mercure s'y étoit soûtenu plus bas que dans les autres : ce que je jugeai d'autant plus vrai-semblable, qu'il me souvint que lorsque j'examinai pour la premiere fois ce Barometre, le petit reflet de lumiere que la courbure du haut du mercure a coûtume de faire, me parut plus obscur qu'à l'ordinaire ; cela étant causé, comme je le juge présentement, par quelque peu d'esprit de vin resté dans ce tube.

Ce

* 22. Août 1705.

Ce qui m'empêcha de m'en appercevoir alors, ce fut,

1°. Que le mercure me parut fort net tout le long du verre, sans petites bulles d'air, telles qu'elles ont coûtume de se former lorsque le tube n'est pas bien sec.

2°. Parce qu'ayant incliné, comme je l'ai déja dit, ce Barometre; je trouvai le vuide autant bien fait qu'il a accoûtumé de l'être dans les verres les mieux chargez.

De plus, cette grande difference que j'avois d'abord trouvée dans la hauteur du mercure de ce Barometre, d'avec celle de mes autres verres, & qui diminuoit toûjours à mesure que je déchargeois & rechargeois ce tube, me sembloit une confirmation du fait, en ce que cet effet pouvoit n'être qu'une suite de la dissipation de ce peu d'esprit de vin.

Enfin pour m'éclaircir & pour satisfaire à ce qui avoit été résolu, je lavai avec de l'esprit de vin ce tube par dedans, en le frotant assez fort avec un peu de cotton attaché au bout d'un fil de leton: puis l'aiant mis en égoût pendant une nuit entiere (ce qui me parut suffisant, vû la grande facilité avec laquelle on fait que l'esprit de vin s'évapore) je le chargeai de mercure conjointement avec l'autre tube dans lequel le mercure s'étoit toûjours tenu fort haut, que je ne nettoiai point, quoiqu'il parût fort sale. Après cela je trouvai effectivement entre les hauteurs du mercure de ces deux verres les 19 lignes de difference que j'avois trouvées à l'Academie, & le petit rebord de mercure obscurci.

Quoique par-là le fait paroisse suffisamment éclairci; la difficulté d'en expliquer la cause sub-

ſubſiſte neanmoins toûjours toute entiere. Car enfin il ne paroît aucunement que cet eſprit de vin ſe réduiſe en air, comme on le pourroit croire ; puiſque cet air devroit avoir une force de reſſort égale à 19 lignes de mercure, & que le verre étant mis dans une ſituation horizontale, cet air y occuperoit encore près de cinq lignes, au lieu qu'on n'y apperçoit déja plus rien, & que le tube fait encore avec l'horizon un angle de 45 degrez ou environ.

D'ailleurs les tubes neufs où le mercure s'étoit tenu 6 à 7 lignes plus bas dans les uns que dans les autres, & dont la difference diminue pareillement à meſure que je les décharge & recharge de mercure, ſans qu'on y puiſſe ſoupçonner d'y avoir jamais eu d'eſprit de vin, donne lieu de croire que l'eſprit de vin n'occaſionne une moindre hauteur de mercure, qu'en ce qu'il rend le verre plus net & empêche que le mercure ne faſſe une craſſe dans l'interieur du tube, qui peut-être bouche en partie les pores du verre. Mais pourquoi cette craſſe dans les Barometres qu'il y a long-temps qui ſont montez, ne continue-t-elle pas de boucher tout à fait ces pores ? C'eſt dequoi il n'eſt pas aiſé de rendre raiſon.

Il eſt vrai que cette obſtruction des pores du verre ne paroît ſe faire qu'à meſure qu'on décharge & recharge les verres de leur mercure : & peut-être n'a-t-on point encore déchargé & rechargé de la ſorte un même verre aſſez de fois pour s'en être apperçû.

Quoi qu'il en ſoit, il paroît toûjours difficile d'expliquer le phénomene en queſtion, qu'en ſuppoſant qu'il paſſe une plus grande quantité des plus petites parties de l'air à travers

vers les verres dont les pores ſont plus ouverts & moins embarraſſez, comme je l'ai déja dit dans mes premieres remarques, & qu'on trouveroit peut-être des differences beaucoup plus conſiderables, ſi l'on ſe ſervoit de tubes faits d'autre matiere que de verre.

Au reſte ce n'eſt que du temps & de l'experience que nous devons attendre un plus grand éclairciſſement là-deſſus.

ETABLISSEMENT DE QUELQUES NOUVEAUX GENRES DE PLANTES.

Par M. TOURNEFORT.

* TOUT le monde convient que rien n'a plus contribué à la perfection de la Botanique, que l'établiſſement exact des genres des Plantes, ſous leſquels on a rangé les eſpeces qui ſont de même caractere. Dans cette vûe je ſuis perſuadé qu'on ne ſauroit mieux faire que de profiter des occaſions qui ſe preſentent pour obſerver la ſtructure des parties eſſentielles des Plantes dont le genre n'eſt pas encore connu. C'eſt par ce ſeul moyen que l'on peut achever de débrouiller une Science qui étoit reſtée dans une étrange confuſion faute d'un ſecours ſi neceſſaire. Voici quelques gen-

* 22. Août 1705.

genres nouveaux dont les Auteurs de Botanique n'ont pas encore déterminé le caractere.

MORSUS RANÆ.

C'est un genre de Plante qui produit deux sortes de fleurs: Des nouées *A*, & d'autres qui ne sont pas nouées *B*. Les unes & les autres sont en rose composées ordinairement de trois feuilles disposées autour du même centre. Le calice *C* des fleurs nouées devient un fruit *D* oblong, partagé le plus souvent en six loges *E* remplies de semences assez menues *F*.

Je ne connois qu'une espece de ce genre.

Morsus Ranæ foliis circinatis, floribus albis.
Nymphæa minor sive Morsus Ranæ J B. 3. 773.
Nymphæa alba, minima C B Pin. 193.

MENISPERMUM.

C'est un genre de Plante à fleur en rose *A*, composée de plusieurs feuilles *B*, *C*, disposées autour du même centre. Le pistile *D* est à trois pieces, dont chacune *E* devient une baye *F*, qui renferme ordinairement une semence plate *G* échancrée en croissant.

Je ne connois qu'une espece de ce genre.

Menispermum Canadense, scandens umbilicato folio. *Clematitis hederacea perennis, Virginiana, umbilicato folio, papposo flore HR Par. Clematis Hederæ folio HR Bles. Mor.*

CHRYSANTHEMOIDES.

C'est un genre de Plante à fleurs radices *AB*, dont le disque *C* est composé de plusieurs fleurons

rons *D*. La couronne *E* eſt à demi fleurons *F*, qui portent chacun ſur un embryon *G* de graine. Le calice *H* eſt ordinairement ſimple & fendu juſqu'à ſa baſe. Lorſque la fleur eſt paſſée, les embryons deviennent autant de coques *I*, qui ont toute l'apparence d'une baye; mais elles ſe durciſſent dans la ſuite, & renferment un noyau *K*.

Les eſpeces de ce genre ſont:

Chryſanthemoides Oſteoſpermum, Africanum, odoratum, ſpinoſum & viſcoſum Hort. Amſtel. tom. 1. 85. *Chryſanthemum Africanum, fruteſcens, ſpinoſum Flor. Noriberg.* 105.

Chryſanthemoides Africanum, Populi albæ foliis. *Chryſanthemum arboreſcens, Æthiopicum, foliis Populi albæ Breyn. Cent.* 1. 155.

CHAMÆBUXUS.

C'eſt un genre de Plante à fleur irreguliere *AB*, qui a toute l'apparence d'une fleur legumineuſe : cependant elle n'eſt compoſée que de trois feuilles, dont les deux ſuperieures *CD* ſont relevées & repréſentent l'étendard. L'inferieure *E* eſt creuſée en goutiere terminée par une eſpece de cuillieron *F*. Le piſtile *G* qui eſt renfermé dans cette goutiere devient un fruit *H* plat, aſſez rond, tout ſemblable à celui de la *Polygala :* car il eſt partagé en deux loges dans ſa longueur, leſquelles s'ouvrent ſur les bords *IK*, & renferment des graines oblongues *L*.

Je ne connois qu'une eſpece de ce genre.

Chamæbuxus flore Coluteæ flaveſcente C B. Pin. 471. *Anonymos flore Coluteæ Cluſ. Hiſt.* 105.

Cha-

Chamæbuxus flore Coluteæ ex purpura rubescente C B. Pin. 471. *Varieté de la précedente.*

CAMPHORATA.

C'est un genre de Plante à fleurs à étamines *A*, qui sortent du fond d'un calice *B* ou tuyau évasé, & découpé quelquefois en trois parties *B*, quelquefois en cinq *C*. Le pistile *D* devient une graine *E* envelopée dans une espece de capsule *F*, qui n'est autre chose que le calice dont les pointes se sont réunies *GH*, & laissent voir une petite échancrure.

Je ne connois qu'une espece de ce genre.
Camphorata hirsuta C B. Pin. 486.

FICOIDES.

C'est un genre de Plante dont les fleurs *AB* sont des cloches évasées, découpées ordinairement fort menu, & percées dans le fond *C* par où elles s'articulent avec le pistile *D*. Lorsque les fleurs sont passées, le pistile & le calice *E* deviennent tous les deux ensemble un fruit *FG* divisé en plusieurs loges *HI* remplies de semences *K*.

Les especes de ce genre sont:

1. Ficoides Africana, folio Plantaginis undulato, micis argenteis asperso.
2. Ficoides Africana, acaulos, latissimis, crassis & lucidis, foliis conjugatis, flore aureo amplissimo.
3. Ficoides Africana erecta, Ocimastri folio, micis argenteis asperso, flore roseo magno.
4. Ficoides Africana, erecta, ramosa, Tripolii folio, flore aureo magno. *Ficoides seu Fi-*

cus aizoides, Africana, major, flore flavo, folio plano, latiori. H. L. Bat. Chrysanthemum aizooides Africanum primum seu latifolium Breyn. Cent. 1. 160.

5. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, folio angustiori *H. L.* Bat.

6. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, minor, multicaulis, flore intus rubente, extus incarnato *H. L.* Bat.

7. Ficoides Africana, folio ensiformi, dilutè virenti, flore aureo, brevi pediculo insidente. *Ficoides seu Ficus humilis, folio triangulari lucido, obtuso, flore aureo, magno Flor. Noriberg.*

8. Ficoides Africana, folio ensiformi, obscurè virenti, flore longo pediculo insidente.

9. Ficoides Africana, folio ensiformi variè inciso, aureo flore pediculo insidente.

10. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, procumbens, folio triangulari ensiformi *H. L.* Bat.

11. Ficoides seu Ficus aizoides Africana, triangulari folio longissimo, fructu multicapsulari, flore luteo major *H. L.* Bat. *Chrysanthemum aizooides Africanum secundum seu tenuifolium Breyn. Cent.* 1. 161.

12. Ficoides Africana, folio triangulari, longissimo, flore aureo. *Chrysanthemum aizooides, Africanum, triangulari folio, flore aureo Breyn. Cent.* 1. 163.

13. Ficoides Africana, folio triangulari, longissimo, flore purpureo. *Chrysanthemum aizooides, Africanum, triangulari folio, flore purpureo Breyn. Cent.* 1. 164.

14. Ficoides Africana, folio triangulari, longissimo, flore carneo. *Chrysanthemum aizooides,*

des, Africanum, triangulari folio, flore carneo Breyn. Cent. I. 164.

15. Ficoides seu Ficus aizooides, Africana, major, procumbens, triangulari folio, fructu maximo eduli *H. L.* Bat.

16. Ficoides Africana, folio longo, triangulari, incurvo, caule purpureo.

17. Ficoides Africana, folio triangulari, recurvo, floribus umbellatis, obsoleti coloris, externè purpureis.

18. Ficoides Africana, folio triangulari, flore flavescente.

19. Ficoides Africana, folio triangulari, lanceolato & aculeato.

20. Ficoides Africana, folio triangulari, incurvo & dentato.

21. Ficoides Africana, folio triangulari, obtuso, in geminos aculeos abeunte, flore aureo.

22. Ficoides Africana, folio triangulari, apice rubro, caule purpurascente.

23. Ficoides seu Ficus aizoides Africana, minor erecta, triangulari folio viridi, flore intus aureo, foris purpureo *H. L.* Bat.

24. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, minor, erecta, folio triangulari, glauco, flore luteo *H. L.* Bat.

25. Ficoides Africana, frutescens, perfoliata, folio triangulari, glauco punctato, cortice lignoso, tenui, candido.

26. Ficoides Africana, erecta, folio triangulari, glauco, punctis obscurioribus notato.

27. Ficoides Africana, humilis, folio triangulari, glauco, bullato, flore luteo.

28. Ficoides Africana, humilis, folio triangu-

gulari, glauco, dorso aculeato, flore luteo.

29. Ficoides Africana, erecta, ramosa, folio triangulari glauco & brevi, flore carneo.

31. Ficoides Africana, humifusa, folio triangulari, longiori, glauco, flore flavescente.

31. Ficoides nostras, Kali folio, flore albo. *Kali Crassulæ minoris foliis C B. Pin. 289. Kali floridum, repens, aizooides, Neapolitanum Col. part. 72.*

32. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, folio tereti, procumbens, flore purpureo *H. L. Bat.*

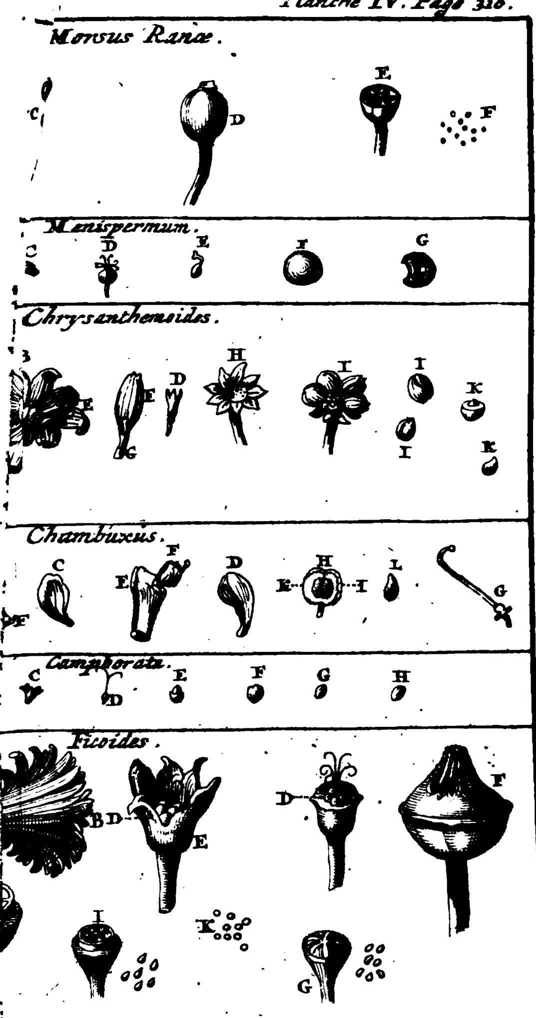
33. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, folio tereti, procumbens, flore coccineo *H. L. Bat.*

34. Ficoides Africana, folio tereti, in villos radiatos abeunte. *Ficoides Africana, erecta, teretifolia, nonnihil glauca, summitatibus foliorum spinosis, spinulis in stellam dispositis Flor. Noriberg.*

35. Ficoides Africana, aculeis longissimis & foliatis, nascentibus ex foliorum alis.

36. Ficoides Africana, repens & læte virens, flore purpureo.

E. X.


Morsus Ranæ.
C
D
E
F
Menispermum.
C
D
E
F
G
Chrysanthemoides.
B
E
E
G
D
H
I
I
I
K
K
Chambuxus.
C
F
E
D
H
K
I
L
G
F
Camphorata.
C
D
E
F
G
H
Ficoides.
B
D
E
D
F
I
K
G

gulari, glauco, dorso aculeato, flo
teo.

29. Ficoïdes Africana, erecta, ramosa,
lio triangulari glauco & brevi, flore
neo.

31. Ficoides Africana, humifusa, folio tr
gulari, longiori, glauco, flore flavescen

31. Ficoides nostras, Kali folio, flore a
Kali Crassulæ minoris foliis C B. Pin. 289.
floridum, repens, aizooides, Neapolitanum
part. 72.

32. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana fo-
lio tereti, procumbens, flore purpureo *H. L.*
Bat.

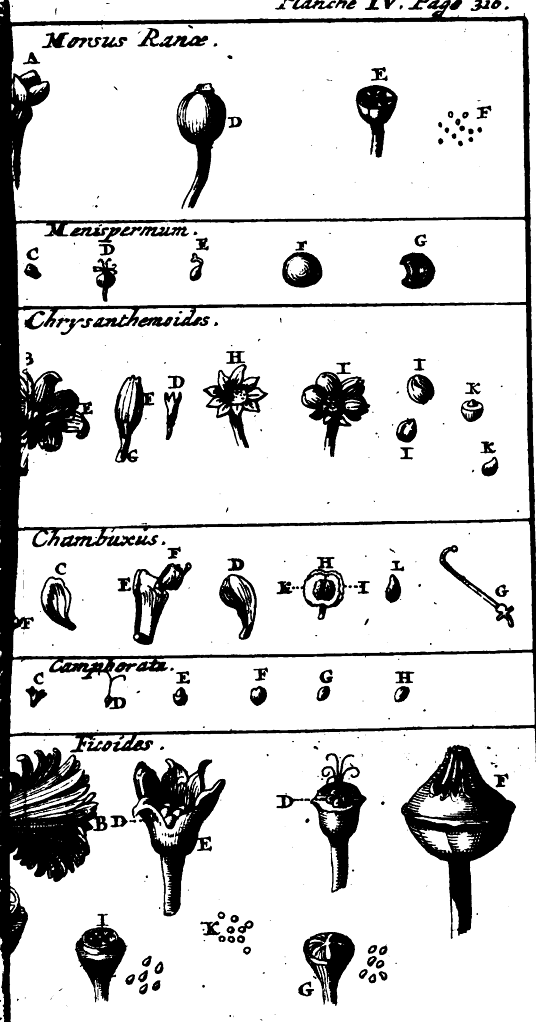
33. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, fo-
lio tereti, procumbens, flore coccineo *H. L.*
Bat.

34. Ficoides Africana, folio tereti, in villos
radiatos abeunte. *Ficoides Africana, erecta, teretifolia, nonnihil glauca, summitatibus foliorum spinosis, spinulis in stellam dispositis Flor. Noriberg.*

35. Ficoides Africana, aculeis longissimis & foliatis, nascentibus ex foliorum alis.

36. Ficoides Africana, repens & læte virens, flore purpureo.

E. X.


Morsus Ranæ.
A
D
E
F
Menispermum.
C
D
E
F
G
Chrysanthemoides.
B
E
E
G
D
H
I
I
I
K
K
Chambuxus.
C
F
E
F
D
H
K
I
L
G
Camphorata.
C
D
E
F
G
H
Ficoides.
B
D
E
D
F
I
K
G

EXPERIENCES SUR LES TUYAUX CAPILLAIRES.

Par M. CARRE'.*

LA plûpart des Auteurs modernes qui ont parlé de la pesanteur & du ressort de l'air, n'ont pas manqué d'examiner les experiences qui se font par le moyen des tuyaux Capillaires, & de chercher à rendre raison pourquoi l'eau y monte fort au-dessus de son niveau, & cela à proportion que le diamêtre du tuyau Capillaire est petit. Les sentimens sont partagez là-dessus. Les uns veulent que l'eau monte dans ces tuyaux par l'inégalité de pression de l'air sur l'eau environnante & dans le tuyau: Les autres, parceque l'air enfermé dans le tuyau n'a pas la liberté de se mouvoir & d'agir par toute la force de son ressort sur l'eau qui monte dedans: Les autres enfin disent que cela arrive, parceque l'eau mouillant les parois interieures du tuyau, elle y adhere & y est en partie soûtenue (sans néanmoins expliquer la cause de cette adherence) de sorte que les colomnes laterales de l'eau qui environne le tuyau ayant plus de force ou de pesanteur relative, obligent celles-ci de monter. Comme en

* 22. Août 1705.

en matiere de Physique c'est à l'experience à regler la justesse des raisonnemens, j'ai crû que cela meritoit bien d'être examiné, sur tout à cause du grand nombre d'Auteurs célébres qui en ont parlé, & voici les experiences que j'ai faites, la plûpart avec M. *Geoffroy*.

1. Nous avons pris trois tuyaux Capillaires, dont le plus gros avoit $\frac{1}{3}$ de ligne de diamêtre, le second avoit $\frac{1}{6}$ de ligne, & le plus petit en avoit $\frac{1}{10}$. On les a plongez dans l'eau afin de les bien mouiller en l'y faisant passer tout au travers; puis les mettant dans une situation verticale, l'eau a monté par dessus son niveau de dix lignes dans le premier, d'un pouce & demi dans le second, & de deux pouces & demi dans le plus petit.

L'on a pris ensuite ces trois tuyaux, on a bouché un de leurs bouts avec un petit morceau de cire, & les ayant attachez l'un après l'autre à un des bassins de balances très-justes, laissant tremper le bout ouvert dans l'eau d'un vaisseau qui étoit au-dessous, étant ainsi disposez on les a mis dans un parfait équilibre. Ce morceau de cire qui bouchoit l'ouverture superieure de ces tuyaux, étoit mis afin d'empêcher que l'eau n'entrât dans ces tuyaux. L'on a ôté ce petit morceau de cire, que l'on a mis dans le bassin de la balance où le tuyau étoit suspendu, afin de ne rien changer à l'équilibre, & aussi-tôt l'eau a monté dans ces tuyaux à la hauteur que l'on vient de marquer. Le raisonnement que j'avois fait avant l'experience, est que si l'eau monte dans ces tuyaux par l'inégalité de pression de l'air, l'équilibre doit demeurer le même; mais si c'est parceque l'eau mouille & adhere aux parois des tuyaux, alors c'est

un

un petit poids qui est ajoûté au tuyau, & ainsi l'équilibre doit se rompre. Voici ce qui est arrivé. L'eau en montant dans le petit tuyau, n'a rien changé à l'équilibre, mais il s'est rompu en montant dans le moyen, & encore plus sensiblement dans le gros tuyau, de sorte que la balance a penché du côté du tuyau. Il semble d'abord après le raisonnement qu'on avoit fait, que la cause de l'élevation de l'eau dans les tuyaux, venoit de son adhesion aux parois interieures, & que la question étoit décidée: mais faisant réflexion que lorsqu'un des bouts est bouché avec de la cire, on doit regarder le tuyau & l'air qui est dedans comme un seul corps, dont le volume est plus leger que celui de l'eau dont il occupe la place, & qu'ainsi il doit demeurer dans un certain équilibre; mais que venant à déboucher ce tuyau, l'air ayant la liberté d'en sortir, & l'eau d'y entrer, on ne doit plus considerer que la propre matiere du tuyau, dont le volume est plus pesant qu'un égal volume d'eau, & ainsi cette seule cause doit rompre l'équilibre. Ces experiences ne peuvent donc rien apprendre de la veritable raison pourquoi l'eau monte dans ces tuyaux.

2. L'on a pris le plus gros tuyau, c'est-à-dire celui qui a $\frac{1}{3}$ de ligne de diamétre: on l'a plongé d'abord dans de l'esprit de vin, la liqueur y a monté de trois lignes & demie au-dessus de son niveau; & l'y ayant plongé une seconde fois, elle a monté de quatre lignes.

Ayant plongé ce même tuyau dans l'eau commune, elle a monté de 5 lignes $\frac{3}{4}$: la seconde fois elle a monté de 7 lignes $\frac{1}{4}$; & l'ayant plongé une troisiéme fois, l'eau y a monté de 10 lignes.

L'on a plongé ce tuyau dans de l'esprit de therebentine : cette liqueur a monté de 4 lignes au-dessus de son niveau.

L'on a plongé ce même tuyau abreuvé de l'esprit de therebentine, après même avoir fait passer de l'esprit de vin au travers afin de le nettoyer, dans de l'esprit de vin : cette liqueur n'a pas monté jusqu'au niveau de celle du vaisseau ; mais on s'est apperçû que cela venoit de ce qu'il étoit resté une petite goutte de liqueur adherente aux parois du tuyau.

L'on a plongé ce tuyau dans de l'huile de tartre par défaillance, elle y a monté à la hauteur de 5 lignes & un peu plus : On l'y a plongé une seconde fois, elle a monté de 6 lignes.

On l'a plongé dans de l'esprit de nitre, qui a monté de 4 lignes.

On l'a plongé dans l'huile d'olive, elle a monté de 5 lignes. Ce tuyau avoit 12 pouces & demi de long.

L'on en a pris un autre de même diamêtre & de 9 pouces ½ de long ; l'ayant plongé dans l'eau commune, elle a monté comme dans l'autre de 10 lignes au-dessus de son niveau. Et l'ayant plongé dans l'esprit de vin, il a monté de 4 lignes. D'où l'on peut voir que la longueur differente des tuyaux ne change rien dans l'élevation des liqueurs.

L'on a plongé ce tuyau dans le mercure, & il n'y a pas monté jusqu'au niveau. En ayant plongé un de plus petit diamêtre, le mercure n'y a point monté du tout.

L'on a encore pris un tuyau de 15 pouces de long & de $\frac{1}{6}$ de ligne de diamêtre ; on l'a plongé dans l'esprit de vin, qui a monté dedans près de 12 lignes.

On

On l'a plongé dans l'eau commune, elle a monté de deux pouces 5 lignes.

L'on a pris un autre tuyau de 5 pouces de long & de même diamêtre; étant plongé dans l'esprit de vin, la liqueur a aussi monté près de 12 lignes, & étant plongé dans l'eau commune, elle a monté de 2 pouces 3 lignes & demie.

L'on a pris un petit bout de tuyau Capillaire que l'on a plongé dans l'eau, elle a monté jusqu'au haut & s'y est arrêtée.

L'on voit que dans toutes ces experiences, c'est toûjours l'eau commune qui a monté plus haut. Mais il ne paroît pas qu'on en puisse tirer aucun éclaircissement pour la raison que l'on cherche: car comme les liqueurs spiritueuses sont plus legeres que l'eau, il semble que si leur élevation au-dessus du niveau venoit de l'inégalité de pression de l'air, ces liqueurs devroient monter plus haut que l'eau, ce qui n'arrive pas. De plus comme elles sont beaucoup plus subtiles, il paroît qu'elles doivent mouiller plus facilement les parois des tuyaux, & par conséquent y adherer davantage, ce qui devroit aussi les faire monter plus haut.

Ce sont-là les experiences qui ont été faites chez M. *Geoffroy*; mais en voici d'autres que j'ai faites depuis.

3. J'ai pris un tuyau Capillaire que j'ai plongé dans un vaisseau plein d'eau, elle s'y est élevée trois ou quatre pouces au-dessus de son niveau. J'ai suspendu & arrêté le tuyau Capillaire dans cette situation, & ai mis le tout sous un balon de la Machine pneumatique. Et voici comme je raisonnois avant que de faire l'experience: Si c'est l'inégalité de pression de l'air

qui eſt la cauſe de l'élevation de l'eau dans ce tuyau Capillaire, lorſqu'on aura pompé l'air du balon, cette eau doit deſcendre & ſe remettre au niveau de celle qui l'environne; ſi c'eſt par adheſion, il ne doit arriver aucun changement. Mais l'experience a été contraire à ce raiſonnement; car après que l'air a été pompé, l'eau bien loin de deſcendre, s'eſt encore élevée dans le tuyau Capillaire de plus d'une ligne. La raiſon en eſt claire; car comme l'eau eſt remplie de beaucoup de parties d'air, ſon reſſort n'étant plus bandé par la preſſion de l'air ſuperieur, il ſe dilate & augmente le volume de l'eau. Pour m'aſſurer davantage de cette augmentation de volume, j'ai mis le tuyau Capillaire dans un autre tuyau de demi-pouce de diamêtre que j'avois rempli d'eau, dont j'avois marqué la hauteur avec de l'encre, & après avoir pompé l'air, l'eau s'eſt un peu élevée au-deſſus de la marque. D'où l'on peut conclurre qu'il y a aſſez de parties d'air dans l'eau, pour qu'elle ſoit ſuſceptible de quelque condenſation.

4. Enfin voici les dernieres experiences qui décident la queſtion, & paroiſſent ne plus laiſſer aucun doute que c'eſt par la ſeule adheſion aux parois des tuyaux que les liqueurs montent au-deſſus de leur niveau, enſorte que les autres cauſes que les differens Auteurs en ont apportées, n'y contribuent en rien. J'ai fait couler une goutte de ſuif dans un tuyau Capillaire, & l'ai fait fondre juſqu'à ce que la couche de ce ſuif le long des parois interieures fût très-mince, de crainte qu'elle ne bouchât le tuyau : Je l'ai plongé dans l'eau, elle y a monté à la même hauteur, c'eſt à-dire, que

l'eau

l'eau du dedans du tuyau n'étoit pas plus élevée que celle qui l'environnoit. Cette seule experience fait bien voir que l'inégalité de pression de l'air n'est pas réelle. En effet, comment concevoir cette inégalité? L'ouverture de ces tuyaux étant très-grande par rapport aux pores au travers desquels l'air peut s'insinuer avec beaucoup de facilité, & faire les mêmes effets que s'il étoit en liberté: ce que l'on peut prouver, 1°. Par l'experience du Barometre simple, dont on a bouché un des bouts avec de la vessie de porc; car après avoir fait le vuide à l'ordinaire, & que la pression de l'air environnant tient le mercure suspendu à 27 ou 28 pouces plus ou moins selon les differentes condensations ou rarefactions de l'air, si l'on vient à faire un petit trou avec la pointe d'une aiguille, dont le diamêtre est beaucoup plus petit que celui des tuyaux Capillaires que l'on a employez dans ces experiences, aussi-tôt l'air s'insinue dans le tuyau & fait descendre le mercure. 2°. Par ce qu'il m'arriva un jour en faisant des experiences sur le vif-argent; c'est qu'après avoir fait le vuide, le mercure ne laissoit pas de descendre; & en cherchant la cause, je m'apperçûs qu'il y avoit une petite felûre au tuyau dont je me servois: je colai dessus deux bandes de parchemin le plus exactement que je pûs, je réïterai l'experience, & le mercure descendoit encore, mais à la verité plus lentement; ce qui fait bien voir l'extrême subtilité de l'air qui peut s'insinuer par les plus petites ouvertures, & y communiquer son action.

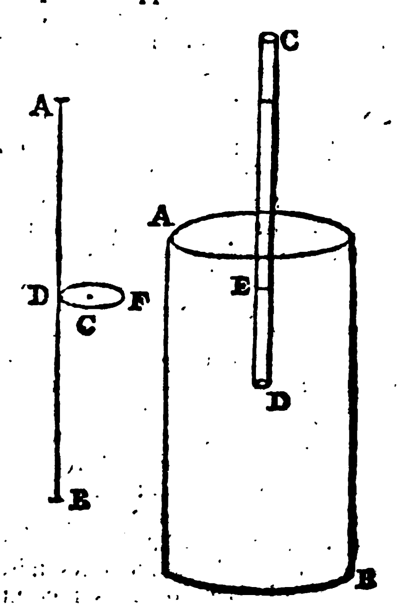
Ce qui confirme l'adhesion de l'eau aux parois des tuyaux, c'est que si l'on ne fait fondre du suif que dans une partie du tuyau moindre

que la profondeur de l'eau où on le plonge, l'eau monte alors dans ce tuyau au-dessus de son niveau; & si l'on ne fait fondre du suif que d'un côté du tuyau, on voit l'eau du côté du suif se mettre de niveau, & de l'autre côté où elle mouille le verre, elle s'éleve au-dessus du niveau. Enfin si on laisse couler une goutte d'eau le long de la surface exterieure du tuyau, lorsque cette goutte sera arrivée à son extrémité, bien loin de tomber, elle entre dedans le tuyau : mais si ce tuyau est enduit de suif, elle n'y entre point du tout. Il est donc évident par ces dernieres experiences que l'eau ne monte dans les tuyaux Capillaires, & ne s'éleve au-dessus de son niveau, que parceque mouillant les parois du tuyau, elle y est en partie soûtenue en y adherant; de sorte que les colomnes laterales de l'eau qui environne le tuyau ayant plus de pesanteur, ou appuyant davantage sur le fond du vaisseau, obligent celles qui répondent à l'ouverture du tuyau de s'élever plus haut.

Pour bien entendre comment les colomnes laterales de l'eau ont plus de force que celles qui touchent & sont appliquées immédiatement aux parois interieures des tuyaux Capillaires, on va démontrer cette proposition.

Si un corps quelconque s'appuye par une de ses extrémitez aux inégalitez d'un autre corps vertical, soit en s'y appliquant par un contact immédiat, soit en entrant par son extrémité dans ces inégalitez, & qu'il soit soûtenu par une puissance appliquée à la partie opposée; je dis que la puissance sera au poids ou à l'effort qu'il fait pour descendre, comme la distance du centre de pesanteur de ce corps au point

point d'appui, est à la distance de la puissance au même point d'appui.



Soit *AB* une surface verticale, & soit un corps quelconque *ED* dont une des extrémitez est appuyée ou soûtenue au point *D* de cette surface, & qui a pour centre de pesanteur le point *C*; il est évident que si une puissance le soûtient au point *F*, elle n'en portera pas tout le poids, puisqu'on le suppose soûtenu en *D*; mais je dis que cette puissance a un même rapport à l'effort que fait le corps *FD* pour descendre, que la distance *DC* est à la distance *FD*.

Car on peut imaginer ce corps comme suspendu ou soûtenu au milieu d'un levier horizontal *FD* par deux puissances appliquées en *F* & en *D*. Or par les loix de l'Equilibre la puissance *F* est au poids du corps *FD*, comme *CD* est à *FD*; donc, &c.

Il est facile d'appliquer ce raisonnement aux tuyaux Capillaires : car soit le vaisseau *AB* rempli d'eau, dans lequel on ait plongé le tuyau Capillaire *CD* : soit divisée par la pensée cette eau en colomnes composées de petites particules d'eau mises les unes sur les autres comme *E*: il est clair que l'eau étant entrée dans ce tuyau, toutes les parties qui toucheront immédiatement ses parois seront en partie soûtenues. Or par les loix de l'Equilibre des liqueurs, l'eau doit se mettre de niveau si rien ne l'en empêche, parceque toutes les colomnes sont également pesantes, ou pressent également le fond du vaisseau : mais celles qui touchent les parois interieures du tuyau sont en partie soûtenues, donc elles n'agissent pas sur le fond du vaisseau avec toute leur force, donc les colomnes laterales doivent les faire monter, & cela jusqu'à ce qu'elles récompensent en hauteur ce qu'elles perdent de force par leur adhesion, & qu'il se fasse de nouveau Equilibre.

Il paroit par cette explication que les liqueurs mouillant aussi les surfaces exterieures des tuyaux, devroient de même s'élever à une hauteur considerable, ce qui est contraire à l'experience : mais il faut prendre garde qu'au dedans des tuyaux, les parties de ces liqueurs se soûtiennent les unes les autres & contribuent à leur élevation, ce qui n'arrive pas au dehors.

Aussi

Aussi voit-on dans les tuyaux fort larges qu l'eau s'éleve fort peu.

Il est évident que plus le diametre des tuyaux Capillaires est petit, plus l'eau y doit monter haut : car la force de l'adhesion est mesurée par la surface interieure des tuyaux, & la résistance est mesurée par le poids des colomnes d'eau qui y sont contenuës ; mais les colomnes de même hauteur sont en raison doublée du diametre de ces tuyaux, & les surfaces sont seulement en raison de ces diametres ; donc la surface d'un grand tuyau est moindre par raport à la quantité d'eau qu'il contient, que la surface du petit par rapport à sa quantité d'eau, donc la force de l'adhesion est moindre dans le grand que dans le petit ; donc, &c.

Il est encore évident que dans les tuyaux égaux également ou inégalement inclinez, l'eau doit toûjours monter à la même hauteur, quoiqu'en plus grande quantité que lorsqu'ils sont verticaux : car dans les tuyaux inclinez le moment de l'eau qui presse ne se mesure pas par toute la longueur du tuyau, ou par le poids absolu de toute la colomne d'eau du tuyau, mais par sa hauteur verticale, parcequ'elle ne sera poussée que par le poids de la colomne d'eau laterale qui presse librement.

Voici encore quelques experiences sur cette même matiere, & qui servent à confirmer ces raïsonnemens.

Soit le tuyau Capillaire *AB* dont le dedans soit fort sec, si l'on fait seulement toucher le bout *B* à la surface de l'eau, elle y monte jusqu'en *C* ; mais si on le mouille en faisant passer l'eau au travers, elle montera plus haut jusqu'en *D* : que si on enfonce ce tuyau dans l'eau,

l'eau, elle montera encore plus haut comme en *E*. Si l'on retire ce tuyau hors de l'eau, celle qui eſt dedans deſcend peu à peu, & il ſe forme une petite goutte d'eau en *B*, ce qui arrive lorſque la hauteur *BE* eſt fort grande; car ſi elle ne l'eſt pas trop, l'eau demeure ſuſpendue ſans ſortir. Si maintenant l'on vient à faire toucher l'eau qui eſt en *B* à une goutte d'eau poſée ſur un plan, on verra l'eau du tuyau deſcendre de *E* en *D*, qui eſt l'endroit même où elle ſe tenoit élevée lorſqu'on faiſoit toucher le bout *B* à la ſurface de l'eau: Au contraire, ſi l'eau n'étoit élevée que juſqu'à *C*, & qu'on fît toucher le bout *B* à la même goutte d'eau poſée ſur le plan, on verroit l'eau monter juſqu'en *D*.

La raiſon de ces effets dépend des mêmes loix de l'Equilibre: car lorſque la goutte qui eſt en *B* en touche une autre, elle s'y unit par un contact immédiat; & alors ſi l'eau eſt en *E*, comme elle eſt trop élevée, elle s'abaiſſe, parceque tout doit ſe mettre en équilibre; & ſi elle eſt fort baſſe comme en *C*, elle s'éleve par la même raiſon.

Il s'agit maintenant d'expliquer pourquoi il y a des corps qui peuvent être mouillez plus facilement par des liqueurs que d'autres; pourquoi differentes liqueurs peuvent mouiller differens corps; pourquoi enfin certaines liqueurs ſe mêlent enſemble, & d'autres ne peuvent ſe mêler, mais ſe ſeparent toûjours.

Pour

Pour cela je pose ce principe * comme constant. 1°. Que l'union & la dureté des corps ne viennent que d'une compression du fluide environnant : car sans admettre dans les parties des corps homogenes une espece de *gluten*, comme quelques-uns le prétendent, nom qui n'est pas plus clair & n'explique pas mieux l'union de quelques corps, que celui de *sympathie* qui unit ces parties les unes aux autres, on doit rapporter en bonne Physique toute l'action & la force des corps à leur mouvement. 2°. Que cette union ou cette dureté est d'autant plus grande que les parties de ces corps se joignent par plus de surface, & laissent entr'elles moins du fluide qui résiste à l'action de celui qui presse exterieurement ; de sorte que si la résistance est égale à la compression, ces parties ne s'unissent point ; si au contraire le fluide interieur résiste davantage que l'exterieur, ces parties s'écartent ; & si l'exterieur a plus de force, ces parties s'unissent, & cela d'autant plus que leurs surfaces sont plus polies dans chaque endroit où elles s'unissent ; de sorte que si elles étoient tellement polies, & qu'elles pussent s'ajuster si immédiatement les unes aux autres qu'elles ne laissassent aucun intervalle entr'elles, & par conséquent aucun passage au fluide environnant ; alors elles seroient comprimées de toute la force de ce fluide, & c'est en quoi consiste la plus grande dureté

* *Ce principe a été si bien prouvé par l'Auteur de la* Recherche de la Verité, *& après lui par feu M.* Bernoulli, *que je ne croi pas qu'il y ait aucun de ceux qui entendent les veritables principes de Physique qui puisse le nier.*

reté des corps. C'est ainsi qu'on peut bien expliquer l'union de deux corps polis comme de deux morceaux de verre, de deux marbres, &c. ou l'union de deux hemisphere creux de cuivre, dont on a pompé l'air enfermé dedans; & qui résistent tellement à leur desunion, qu'il faut un grand nombre de chevaux pour les separer.

Il est aisé d'appliquer ceci aux liqueurs qui mouillent certains corps, & qui n'en peuvent mouiller d'autres; car lorsque les parties des liqueurs ont le tissu de leur petite surface tel, qu'elles peuvent s'appliquer plus immédiatement sur la surface des corps qu'elles touchent en laissant peu de fluide entr'elles & la surface de ce corps; alors elles y adherent, & y sont comme colées & soûtenues par la pression du fluide environnant, & c'est par cette raison que les gouttes d'eau suspendues aux feuilles des arbres, dont quelques-unes sont fort polies, ou à d'autres corps ne tombent pas. L'on peut aussi par ce même principe rendre raison pourquoi les parties d'une même liqueur s'unissent, & pourquoi celles de quelques liqueurs differentes ne s'unissent point: car les parties d'une même liqueur étant homogenes, c'est à dire, qu'ayant leurs surfaces à peu près semblables, venant à se rencontrer, elles s'approchent plus près les unes des autres, & laissant entr'elles moins de ce fluide qui résiste à l'action du fluide exterieur, elles s'unissent plus immédiatement: Au contraire les parties de differentes liqueurs étant heterogenes, c'est à dire, que leur figure étant differente, elles laissent toûjours entr'elles beaucoup de ce fluide qui empêche qu'elles ne s'unissent: Ainsi ayant mêlé

mêlé de l'huile & de l'eau ensemble en les battant quelque temps, comme toutes les parties des liqueurs ont chacune un mouvement séparément les unes des autres en haut, en bas, à droit, à gauche & dans toutes les directions possibles, ce qui constitue leur fluidité ; une partie d'huile venant à rencontrer une partie d'eau, elles ne peuvent s'unir & se joindre assez à cause de leur figure & de l'arrangement de leurs parties, ce qui est cause qu'elles glissent l'une auprès de l'autre sans s'arrêter ; mais une partie d'huile venant à rencontrer une partie d'huile, comme leur surface est semblable, elles s'approchent de plus près & s'unissent, à cause du peu de résistance qui s'oppose à l'action du fluide environnant.

Qu'on ne dise pas que cette explication tend à détruire la fluidité des liqueurs ; car quoiqu'une partie soit assez unie à une autre pour être élevée ou soûtenue à cause de son peu de pesanteur, elle ne l'est cependant pas assez pour résister au choq de quelqu'autre partie qui vient la frapper, ou à l'action de la matiere subtile qui peut encore s'insinuer entre deux.

Il sera facile en suivant ce raisonnement d'expliquer cette experience qui me paroît fort curieuse. Si l'on mêle du vin & de l'huile ensemble le plus qu'on pourra, & qu'on veuille les separer ; on prendra deux bandes de papier gris dont on se sert pour les filtrations, on les trempera séparément l'une dans du vin, & l'autre dans de l'huile, & plongeant un de leurs bouts dans ces liqueurs mêlées ensemble, l'autre bout le plus long passant pardessus le bord du vaisseau qui les contient, on verra l'huile sor-

tir par le papier qui en est imbibé, & le vin par l'autre. La raison en est évidente : car une partie de vin allant frapper contre une partie d'huile, comme par sa figure elle ne peut pas s'en approcher assez près pour chasser le fluide qui est entre deux, au lieu de s'y unir, elle en est repoussée ; mais au contraire une partie de vin allant rencontrer une partie de vin, elle s'en approche assez près pour chasser ce fluide, & celui qui les environne les comprimant, elles restent unies & montent à la maniere ordinaire.

Lorsqu'on mêle un plus grand nombre de liqueurs ensemble, la séparation s'en fait moins exactement, & il paroît en faisant l'experience, que c'est l'eau qui se dégage le mieux des autres liqueurs où elle est mêlée. Ce qui pourra servir à expliquer la grande facilité qu'a l'urine à se séparer du sang en passant au travers des glandes des reins, comme on le va voir.

L'on pourroit peut-être expliquer par ce principe les differentes filtrations du corps, c'est à dire comment les parties differentes dont le sang est composé peuvent se séparer au travers des glandes des differens visceres qui les filtrent : car les autres explications qu'on en donne souffrent de grandes difficultez. Il y en a deux parmi plusieurs qui paroissent les plus vrai-semblables : La premiere est que toutes les parties du sang sont homogenes, mais que les pores des glandes étant differens, ce sont comme autant de moules qui leur donnent la figure propre à composer la liqueur qui y est contenue, ou dans les réservoirs où elle est déposée. Or l'on ne voit pas bien comment

le

le chyle qui doit être composé de toutes les differentes parties des alimens dont on use, peut se changer de maniere, que toutes les parties & par conséquent celles du sang deviennent homogenes. De plus, comment concevoir l'action de ces moules sur des liqueurs qui restent toûjours fluides ? La seconde explication est de ceux qui croient qu'il y a dans le sang des parties de matiere de toutes sortes de figures, ce qui paroît très-vrai; mais que les pores des glandes étant differemment figurez, ne laissent passer que les parties qui leur conviennent; c'est à dire, que si un pore est prismatique ou pyramidal, il n'admettra que des parties prismatiques ou pyramidales. Ce sentiment auroit quelque vrai-semblance, si les parties du sang étoient également grosses; mais comme certainement il y en a de plus petites les unes que les autres, on ne voit pas pourquoi une partie de figure cubique, par exemple, qui sera beaucoup plus petite que le pore prismatique, n'y passera pas, & ainsi des autres. Mais si l'on suppose que les glandes sont imbibées dès le commencement de la formation du corps, de la liqueur qu'elles doivent filtrer (ce qui s'accorde assez avec le sentiment * que l'on a maintenant sur la génération, qui est que les petits corps organisez ont été formez dès l'instant de la Création, contenus tous & pour ainsi dire *emboetez* les uns dans les autres, & qu'il ne se fait maintenant qu'un dévelopement & accroissement de parties, accroissement insensible mais très-réel dans les uns, & accroissement sensible dans les autres, &

* Voyez la *Recherche de la Verité* Liv. I. c. 6.

& qui sont ceux qui doivent vivre indépendamment du corps dans lequel ils sont renfermez) alors il sera facile, par le principe qu'on a posé, d'expliquer comment les parties heterogenes du sang se sépareront, & composeront les differentes liqueurs dont les réservoirs du corps sont remplis. Car une des parties de la bile, par exemple, allant frapper contre une des parties qui doit composer quelqu'autre humeur, ne s'y joindra pas à cause de la differente tissure de leur surface; mais par une raison contraire elle s'unira à une autre partie de bile, & iront remplir le réservoir qui la contient. C'est ainsi qu'on pourra encore expliquer la nourriture & l'accroissement des plantes differentes quoique plantées dans un même terrain, dans cette supposition qu'il y a dans la terre des parties de toutes sortes de figures, dont les unes sont propres pour la nourriture d'une plante, & les autres pour la nourriture d'une autre.

SUP-

SUPPLEMENT DE TRIGONOMETRIE, CONTENANT

Deux Theoremes généraux sur les Tangentes & les Secantes des angles multiples.

Par M. DE LAGNY.

* ARCHIMEDE dans son Livre de la *Mesure du Cercle*, a donné la premiere idée de supputer le rapport des cordes des arcs de cercle en raison sous-double ; & il y a beaucoup plus d'art qu'il n'en paroît d'abord dans le choix de certains nombres rationaux & approchans, qu'il substitue aux nombres exacts, mais irrationaux, dont le calcul & l'usage n'ont été connus que plusieurs siecles après lui.

Ptolomée dans son *Almageste* a poussé cette matiere beaucoup plus loin, par le moyen de la fameuse proprieté du quadrilatere inscrit dans le cercle, dont le rectangle sous les diametres est égal à la somme des deux rectangles sous les côtez opposez. C'est de ce principe aussi fécond dans la Trigonometrie, que la 47. p. 1. l'est dans la Géometrie ordinaire, que la plû-

* 26. Août 1705.

plûpart des Géometres des derniers siecles ont tiré leurs nouvelles découvertes sur le calcul des cordes & des sinus.

Viete est le premier qui ait donné une methode exacte & générale pour trouver la suite des cordes des arcs multiples. C'est dans ses Theoremes sur les Sections des angles. Mrs *Ougtred* & *Wallis* ont travaillé sur la même matiere; & depuis peu Mrs *Bernoulli* & *Herman* ont aussi donné de nouvelles methodes presque toutes tirées du même principe. Mais aucun Auteur, que je sache, n'a traité des Tangentes ni des Secantes des angles multiples: ils se sont contentez, sans passer plus avant, de donner la methode de trouver la Tangente & la Secante d'un arc, qui est la somme ou la difference de deux arcs dont les Tangentes & les Secantes sont données, & celle de trouver les Tangentes & les Secantes des arcs doubles & sous-doubles: ce qui n'est qu'un cas particulier & le plus simple de la methode générale, qui doit comprendre les angles triples, quadruples, quintuples, &c. & les sous-triples, sous-quadruples, sous-quintuples, &c. à l'infini.

Il y a apparence que ce qui a empêché de s'appliquer à cette recherche, outre la longueur & la difficulté du calcul, c'est que connoissant le rapport du rayon au sinus d'un arc donné, on peut facilement trouver la Tangente & la Secante du même arc; & ainsi ayant une methode générale pour les cordes & les sinus des arcs multiples, il semble d'abord que celle des Tangentes & des Secantes n'en doit être qu'un corollaire. Mais il y a une difference infinie entre trouver de cette maniere la Tangente ou la Secante d'un arc en particulier, & trouver le

le rapport général des Tangentes & des Secantes à l'infini : & si l'on cherchoit ce rapport par celui des sinus, on tomberoit necessairement dans des formules d'incommensurables qui n'auroient rien ni d'élegant ni de pratiquable. On auroit dû au contraire, suivant la remarque de M. de *Fermat* dans sa Dissertation sur la rectification des lignes courbes, commencer par la recherche des Tangentes ; parceque les proprietez en sont toûjours beaucoup plus simples que celles des lignes inscrites. Enfin la formule seule & particuliere qu'on a trouvé pour les Tangentes & les Secantes des arcs doubles & sous-doubles, & les manieres differentes dont les plus grands Géometres du dernier siecle se sont appliquez à la démontrer à l'occasion de la fausse quadrature du cercle de *Longomontanus*, tout cela, dis-je, fait voir ordinairement que la methode des cordes n'a rien de commun avec celle des Tangentes & des Secantes. En effet, celles-ci sont entierement indépendantes du cercle & de ses proprietez ; & je n'y considere précisément que le triangle rectiligne & rectangle : elles different essentiellement & dans le fonds & pour la forme : l'expression & la démonstration de ces dernieres sont incomparablement plus simples, & l'on peut dire que la Trigonometrie étoit très-imparfaite sans ces deux Theoremes ; & ce que M. *Descartes* a dit de sa methode des Tangentes par rapport à la Geometrie, je puis l'appliquer à ces Theoremes par rapport à la Trigonometrie, que *c'est la chose la plus utile & la plus générale non-seulement que je sache, mais même que j'aye jamais desiré savoir sur cette matiere.*

THEOREME GENERAL

Sur les Tangentes des angles multiples.

Soit le rayon a & la Tangente de l'angle $x = b$. On demande la Tangente de l'angle cx.

REGLE.

1°. Elevez le binome $a + b$ à la puiſſance c.

2°. Prenez pour dénominateur le premier, le troiſiéme, le cinquiéme, &c. termes impairs, & pour numerateur le ſecond, le quatriéme, le ſixiéme, &c. termes pairs de cette puiſſance multipliez par a.

3°. Marquez alternativement des ſignes $+$ & $-$ les termes du numerateur & du dénominateur, c'eſt à dire le ſecond de l'un & de l'autre du ſigne $-$, le troiſiéme du $+$, le quatriéme du ſigne $-$, & ainſi de ſuite: vous aurez la Tangente cherchée de l'angle cx.

Remarquez que lorſque c eſt impair, on peut abreger l'expreſſion en diviſant les termes du dénominateur, au lieu de multiplier ceux du numerateur par a.

EXEMPLE I.

Connoiſſant le rayon a & la Tangente b d'un angle donné, on demande la Tangente de l'angle double.

1°. J'éleve $a + b$ à la ſeconde puiſſance, c'eſt $aa + 2ab + bb$.

2°. Je prends pour dénominateur le premier & le troiſiéme terme de cette puiſſance, le dernier

nier avec le signe —, & pour numerateur le second terme multiplié par a; ce qui me donne pour la Tangente cherchée cette fraction $\frac{2aab}{aa-bb}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

EXEMPLE II.

Les mêmes choses étant supposées, on demande la Tangente de l'angle triple.

1°. La troisiéme puissance d'$a+b$ est $a^3+3aab+3abb+b^3$.

2°. Je prends pour dénominateur le premier & le troisiéme termes de cette puissance, le dernier avec le signe —, & pour numerateur le second & le quatriéme termes, le dernier aussi avec le signe — multipliez par a: ce qui me donne pour la Tangente cherchée $\frac{3a^3b-ab^3}{a^3-3abb}$, ou plus simplement $\frac{3aab-b^3}{aa-3bb}$ en divisant les termes du dénominateur, au lieu de multiplier ceux du numerateur par a.

EXEMPLE III.

Pour la Tangente de l'angle quadruple.

La quatriéme puissance d'$a+b$ est $a^4+4a^3b+6aabb+4ab^3+b^4$: ce qui me donne pour la Tangente cherchée $\frac{4a^4b-4aab^3}{a^4-6aabb+b^4}$.

EXEMPLE IV.

Pour la Tangente de l'angle quintuple.

La cinquiéme puissance d'$a+b$ est a^5+

$5a^4 b + 10 a^3 bb + 10 a^2 b^3 + 5 a b^4 + b^5$: ce qui me donne pour la Tangente cherchée $\frac{5 a^3 b - 10 a^2 b^3 + a b^5}{a^5 - 10 a^3 bb + 5 a b^4}$, ou plus simplement $\frac{5 a^4 b - 10 a a b^3 + b^5}{a^4 - 10 a a bb + 5 b^4}$, & ainsi des autres.

THEOREME GENERAL

Sur les Secantes des angles multiples.

Soit le rayon a la Tangente b, & la Secante c de l'angle x.

On demande la Secante de l'angle dx.

1°. Prenez le même dénominateur que pour la Tangente par le Theoreme précédent, & pour numerateur prenez c^d lorsque d est impair, & ac^d lorsqu'il est pair.

Ainsi la Secante de l'angle double sera $\frac{ac^2}{aa - bb}$.

Celle de l'angle triple sera $= \frac{c^3}{aa - 3bb}$.

Celle de l'angle quadruple sera $= \frac{ac^4}{a^4 - 6aabb + b^4}$.

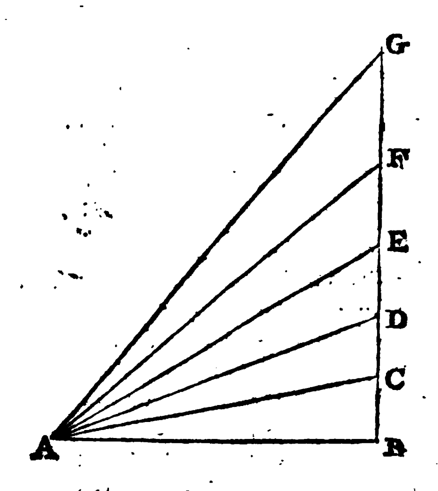
Celle de l'angle quintuple sera $= \frac{c^5}{a^4 - 10a^2b^2 + 5b^4}$.

Et ainsi des autres.

DEMONSTRATION

De ces deux Theoremes.

Soit le triangle rectiligne ABC rectangle en B, dont je suppose qu'on connoît les trois côtez, & dont l'angle aigu BAC est tel qu'un cer-



certain multiple, par exemple ſon quintuple, ſoit moindre que l'angle droit; ce qui eſt toûjours aiſé à trouver.

Ayant prolongé indéfiniment du côté *C* le petit côté ou la perpendiculaire *BC*, je prends les angles *BAD*, *BAE*, *BAF*, *BAG*, &c. double, triple, quadruple, quintuple, &c. de l'angle *BAC*. Il eſt évident que la ligne *BD* eſt la Tangente, & *AD* la Secante de l'angle double; que *BE* eſt la Tangente, & *AE* la Secante de l'angle triple; que *BF* eſt la Tangente, & *AF* la Secante de l'angle quadruple, &c. de l'angle donné *BAC*.

Il faut trouver la valeur de ces Tangentes & de ces Secantes par rapport aux trois côtez donnez du triangle *ABC*.

 Soit

Soit $AB = a$, $BC = b$, & $AC = c$.

Il faut 1°. trouver $BD = x$ Tangente de l'angle double BAD.

Puiſque $BD = x$ & $BC = b$; donc $CD =$
$= x - b$, & $\overline{CD}^2 = xx - 2bx + bb$.

$\overline{AD}^2 = aa + xx$ par la 47. p. 1.

Or par la 3. p. 6. $AB : AD :: BC : CD$.

Et par conſéquent $\overline{AB}^2 : \overline{AD}^2 :: \overline{BC}^2 : \overline{CD}^2$.
c'eſt-à-dire en termes analytiques $aa : aa + xx :: bb : xx - 2bx + bb$.

Et en diviſant $aa : xx :: bb : xx - 2bx$: & multipliant les moyens & les extrêmes,

on aura $bbxx = aaxx - 2aabx$: & diviſant tout par x,

on aura $bbx = aax - 2aab$: & tranſpoſant,

on aura $aax - bbx = 2aab$: & en diviſant tout par $aa - bb$,

on aura enfin $x = \frac{2aab}{aa - bb} = BD$. *Ce qu'il fallait trouver.*

COROLLAIRE.

Donc $CD = x - b = \frac{2aab}{aa - bb} - b = \frac{aab + b^3}{aa - bb}$;

2°. Il faut trouver AD Secante du même angle double BAD.

Par la 3. p. 6. $BC : CD :: AB : AD$.

c'eſt-à-dire . . $b : \frac{aab + b^3}{aa - bb} :: a$.

ou . . . . . . $1 : \frac{aa + bb}{aa - bb} :: a$.

ou

ou $aa-bb : aa+bb :: a : \frac{a^3+abb}{aa-bb} = AD$.

Ce qu'il falloit trouver.

3°. Il faut trouver BE Tangente de l'angle triple BAE.

Soit $CE = x$ donc $BE = b+x$, & $DE =$ $= x - \frac{aab+b^3}{aa-bb}$ par le Corollaire ci-dessus.

On aura donc $\overline{BE}^2 = bb+2bx+xx$, & $\overline{DE}^2 = xx - \frac{2aabx+2b^3x}{aa-bb} + \frac{a^4bb+2aab^4+b^6}{a^4-2aabb+b^4}$, & $\overline{AE}^2 = aa+bb+2bx+xx$.

Or par la 3. p. 6. $AC : AE :: CD : DE$. Donc $\overline{AC}^2 : \overline{AE}^2 :: \overline{CD}^2 : \overline{DE}^2$.

Donc $aa+bb : aa+bb+2bx+xx ::$ $\frac{a^4bb+2aab^4+b^6}{a^4-2aabb+b^4} : xx - \frac{2aabx+2b^3x}{aa-bb} +$ $\frac{a^4bb+2aab^4+b^6}{a^4-2aabb+b^4}$: & en divisant, $aa+bb :$ $2bx+xx :: \frac{a^4bb+2aab^4+b^6}{a^4-2aabb+b^4} : \frac{xx-2aabx+2b^3x}{aa-bb}$; & alternant & divisant le premier & le troisiéme termes par le premier, multipliant les termes moyens & les extrêmes, divisant tout par x, on trouve enfin

$$x = \frac{2aab+b^3}{aa-3bb} = CE.$$

Donc $BE = \frac{3aab-b^3}{aa-3bb}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

Soit $AB = a$, $BC = b$, & $AC = c$.

Il faut 1°. trouver $BD = x$ Tangente de l'angle double BAD.

Puisque $BD = x$ & $BC = b$; donc $CD = x - b$, & $\overline{CD}^2 = xx - 2bx + bb$.

$\overline{AD}^2 = aa + xx$ par la 47. p. 1.

Or par la 3. p. 6. $AB : AD :: BC : CD$.

Et par conséquent $\overline{AB}^2 : \overline{AD}^2 :: \overline{BC}^2 : \overline{CD}^2$. c'est-à-dire en termes analytiques $aa : aa + xx :: bb : xx - 2bx + bb$.

Et en divisant $aa : xx :: bb : xx - 2bx$: & multipliant les moyens & les extrêmes,

on aura $bbxx = aaxx - 2aabx$: & divisant tout par x,

on aura $bbx = aax - 2aab$: & transposant,

on aura $aax - bbx = 2aab$: & en divisant tout par $aa - bb$,

on aura enfin $x = \frac{2aab}{aa - bb} = BD$. *Ce qu'il fallait trouver.*

COROLLAIRE.

Donc $CD = x - b = \frac{2aab}{aa - bb} - b = \frac{aab + b^3}{aa - bb}$.

2°. Il faut trouver AD Secante du même angle double BAD.

Par la 3. p. 6. $BC : CD :: AB : AD$.

c'est-à-dire . . $b : \frac{aab + b^3}{aa - bb} :: a$.

ou . . . $\frac{+ bb}{bb} :: a$.

ou

6°. Il faut trouver *AF* Secante de l'angle quadruple *BAF*.

On peut la trouver par la 47. p. 1. & par la 3. p. 6. & on trouvera $AF = \frac{ac^4}{a^4 - 6aabb + b^4}$, & ainsi des autres.

Or il est évident que dans la suite des numerateurs & des denominateurs des fractions qui expriment les Tangentes & les Secantes, on trouve la suite des termes alternatifs avec les signes + & — des puissances correspondantes d'$a + b$. Donc les deux Theoremes sont veritables.

COROLLAIRE I.

Lorsque la Tangente est commensurable au rayon, toutes les Tangentes des angles multiples sont aussi commensurables, de même que toutes les Secantes des multiples en nombre pair, comme celles des angles doubles, quadruples, sextuples, &c.

Et lorsque la Tangente & la Secante sont commensurables au rayon, toutes les Tangentes & les Secantes des angles multiples sont aussi commensurables.

COROLLAIRE II.

Lorsque l'angle multiple supposé est égal à l'angle droit, le dénominateur s'évanouït & devient égal à zero: ce qui donne la plus simple équation qu'il soit possible pour trouver les Tangentes des angles sous-doubles, sous-triples, &c. & en général des sous-multiples de l'angle droit.

Il est évident, 1°. que le dénominateur doit être égal à zero: parceque la Tangente de l'angle droit étant infiniment grande, & le numerateur de la fraction qui l'exprime n'enfermant que des valeurs constantes & finies, il faut que le dénominateur devienne un infiniment petit ou égal à zero. Ainsi pour trouver la Tangente de la moitié de l'angle droit, je prends la formule de la Tangente de l'angle double $\frac{2aab}{aa-bb}$, & je suppose le dénominateur $aa-bb=0$; ce qui me donne $b=a$, la Tangente égale au rayon. *Ce qu'il falloit trouver.*

Pour avoir la Tangente du tiers de l'angle droit, je prends la formule de la Tangente de l'angle triple en général: c'est $\frac{3aab-b^3}{aa-3bb}$. Je suppose $aa-3bb=0$: ce qui me donne $b=r\frac{1}{3}aa$, Tangente cherchée.

Lorsque l'équation fournit plusieurs racines réelles, comme dans les sous-multiples plus composez; ces differentes racines donnent les valeurs des Tangentes cherchées des angles sous-multiples de l'angle droit & de trois ou plusieurs angles droits. Ainsi cherchant la Tangente du $\frac{1}{4}$, de la $\frac{1}{5}$, de la $\frac{1}{6}$, &c. d'un angle droit, on trouve aussi les Tangentes des $\frac{3}{4}$, des $\frac{3}{5}$, des $\frac{3}{6}$ d'un angle droit.

COROLLAIRE III.

Lorsque l'angle multiple supposé est plus grand qu'un angle droit; il est ou entre un & deux, ou entre deux & trois, ou entre trois & quatre angles droits, &c. Dans le premier cas le dénominateur devient négatif, & le numerateur

rateur positif. Dans le second ils sont tous deux négatifs. Dans le troisiéme le numerateur est négatif, & le dénominateur positif: ce qui avec le cas ordinaire où l'angle multiple supposé est plus petit que l'angle droit, donne les quatre combinaisons possibles des deux signes + & — pris deux à deux; c'est-à-dire tous deux +: le premier + & l'autre —, tous deux —: le premier — & l'autre +: & au-dessus de quatre droits cela recommence dans le même ordre à l'infini.

COROLLAIRE IV.

Avec un seul triangle rectangle quelconque donné en nombres comme 3, 4, 5, ou 5, 12, 13, on peut construire toutes les Tables Trigonometriques. Car suivant le Theoreme de la Rectification des arcs par les Tangentes que j'envoyai à l'Academie il y a dix ans, on peut trouver les angles de ce triangle aussi près qu'on voudra; ensorte que le rapport d'un de ces angles à l'angle droit soit exprimé, par exemple, par le dénominateur 5400 suivi d'autant de zeros qu'on voudra; & le numerateur sera un nombre premier à ce dénominateur, ensorte que l'erreur sera moindre que quelque donnée. Cela supposé, ou trouvera par les multiples au-dessous & au-dessus de l'angle droit les Tangentes pour tous les numerateurs depuis 1, 2, 3, 4, &c. jusqu'au dénominateur; c'est-à-dire depuis 1', 2', 3', &c. jusqu'à 90 degrez exclusivement: Ce qui est un veritable paradoxe.

DESCRIPTION DE L'OEUILLET DE LA CHINE.

Par M. TOURNEFORT.

Caryophyllus Sinensis, Supinus, Leucoii folio, flore vario.

* IL y a environ trois ans que M. l'Abbé *Bignon* reçût la graine d'une belle eſpece d'œuillet ſous le nom d'œuillet de la *Chine*. Cette graine produiſit la plante ſuivante.

Sa racine eſt groſſe au collet comme le petit doigt, & quelquefois même comme le pouce, dure, ligneuſe, blanc ſale tirant ſur le jaunatre dans les eſpeces dont les fleurs n'ont pas de couleurs foncées, mais rougeatre comme celle de l'Oſeille dans les pieds qui portent des fleurs rouges ou mêlées de purpurin. Ces racines ſe partagent en groſſes fibres longues de huit ou dix pouces juſqu'à un pied, ligneuſes auſſi, ſubdiviſées en quelques autres racines plus menues & chevelues.

Les tiges naiſſent en foule, beaucoup plus couchées ſur les côtez que celles de nos œuillets, longues d'un pied & demi ou deux, épaiſſes d'environ deux lignes, verd terne & ſombre,

* 29. Août 1705.

bre, caſſantes, garnies à chaque nœud de feuilles oppoſées deux à deux, ſemblables par leur figure & par leur couleur à celle du Giroffier jaune, ou à celles de l'œuillet des Poetes. Celles de l'eſpece dont nous parlons embraſſent la moitié de la tige par leur baſe, & ſont longues d'environ deux pouces ſur quatre ou cinq lignes de largeur, terminées en pointe, liſſes, relevées ſur le dos d'une côte aſſez ſenſible, accompagnées de veines fort legeres.

Ces tiges ſe diviſent vers le haut en pluſieurs branches qui naiſſent des aiſſelles des feuilles, & ſe partagent encore en pluſieurs brins dont les feuilles reſſemblent aſſez à celles de la Linaire ordinaire. Tous ces brins ſont chargez de fleurs ſur les extrémitez.

La même graine a produit pluſieurs varietez par rapport aux couleurs & au nombre de feuilles. La plûpart n'en ont que cinq. Il y a des pieds dont les fleurs ſont à demi doubles, mais il y a beaucoup d'apparence qu'elles deviendront doubles dans la ſuite.

Les premieres fleurs que j'en ai obſervées ſont à cinq feuilles blanc de lait, colorées de verdatre en deſſous. Ces feuilles débordent d'environ 10 lignes hors de leur calice, & leur queue qui eſt enfoncée dans le même calice eſt preſque auſſi longue. Elles s'arrondiſſent à leur extrémité, où elles ont demi pouce de large, & où elles ſont crenelées en pointe & comme dentées. Le calice eſt un tuyau long d'environ 10 lignes ſur 2 lignes de diamêtre verd de mer, découpé en cinq pointes, accompagné à ſa naiſſance d'une autre eſpece de calice compoſé de cinq ou ſix feuilles comme poſées par écailles, très-pointues, longues de trois ou quatre lignes.

Le piſtile eſt enfermé dans le fond de ce calice. Il eſt long d'environ 4 lignes, cylindrique, verd pâle, large d'une ligne, ſurmonté par deux filets blancs & crochus par le bout, accompagné de 10 étamines blanches, longues d'un pouce, déliées, chargées chacune d'un ſommet cendré, poſé en travers, long d'une ligne ſur demi-ligne de large.

Lorſque la fleur eſt paſſée, le piſtile fait crever le calice, & devient un fruit cylindrique, pointu, long d'un pouce, épais de trois lignes, qui s'ouvre en cinq pointes & laiſſe voir pluſieurs graines, noires, plates, preſque ovales, pointues, minces & comme feuilletées ſur les bords, longues d'une ligne, un peu plus étroites, attachées à un placenta blanc & cylindrique auſſi relevé de petites éminences auſquelles les graines ſont attachées. Quand on les dépouille de leur peau noire, on découvre deux lobes blancs minces & charnus. Les feuilles machées ſont douceatres, ſaveur d'herbe. La racine n'eſt pas tout à fait ſans acreté. Les fleurs n'ont preſque pas d'odeur. Elles varient étrangement.

Outre les fleurs blanches que l'on vient de décrire, il y en a de blanches avec une couronne rouge brun vers le milieu, dont les traits ſur chaque feuille ſont ſurmontez de trois rayons purpurins & frangez.

Il y a des fleurs blanches, veinées de pourpre avec une couronne à trois points de même couleur ſur chaque feuille.

Quelques fleurs ont les feuilles blanches, mais purpurines dans le fond, avec une couronne noirâtre au delà de laquelle la couleur de pourpre ſe répand ſur chaque feuille en trois grands rayons frangez.

On

d'autres fleurs purpurin lavé, vei-
ourpre jusqu'aux extrémitez, avec la
: noiratre.
a de même couleur, mais sans cou-

ques-unes sont purpurines sur les bords,
dans le reste des feuilles, avec la cou-
noiratre.
en a de semblables avec les couleurs plus
:es.
'autres couleur de pourpre veinées de gris-
n avec la couronne noire.
De couleur de lie de vin avec la couronne
re.
Couleur de lie de vin à couronne noire avec
s bords blanchâtres.
Enfin on en voit qui sont purpurines, pour-
pre clair à la base, piquées de même couleur
à la place de la couronne.

Toutes ces fleurs sont blanc sale tirant sur le verdatre luisant par dessous, excepté celles qui sont pourpre vif. Cette couleur perce des deux côtez. Par rapport à la grandeur des fleurs elle varie sur les differens pieds.

Celles qui sont demi doubles sont à deux rangs de feuilles, savoir cinq à chaque rang; & sous les mêmes varietez des couleurs. Il y en a une sorte dont les feuilles sont blanches veinées de purpurin sans couronne, dont le bas a une tache tout à fait purpurine à trois pointes.

Il y a une figure dans *Lobel* qui ne représente pas trop mal l'œuillet que l'on vient de décrire; mais le nom ne lui convient pas. Il l'appelle *Caryophyllus minimus humilis, alter, exoticus, flore candido, amœno*. Lob. *Icon.* 445.

SUI-

SUITE DES REMARQUES

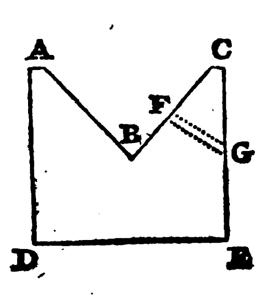
Sur la hauteur du mercure dans les Barometres.

Par M. AMONTONS.

* EN ſuivant mes premieres vûes, je veux dire en ſuppoſant que les pores dans quelques tubes ſont plus ouverts que dans d'autres, & que permettant le paſſage à plus de parties d'air, il n'y a que les plus groſſieres à qui ce paſſage eſt refuſé, qui ſoûtiennent par leur poids le mercure qui reſte dans le tube; j'ai pris un moyen canon de fuſil de 34 pouces $\frac{1}{4}$ de longueur; j'ai fait ſouder à la forge la culaſſe, ce qui eſt proprement la ſceller hermetiquement. Après l'avoir laiſſé refroidir j'ai rempli ce canon entierement de mercure, il y en eſt entré le poids de 53 onces $\frac{1}{2}$. J'ai remarqué qu'il le contenoit exactement, ſans qu'il s'en échapât par aucun endroit; après quoi je me ſuis préparé à faire le renverſement: mais ce tube n'étant pas tranſparent, la difficulté étoit de ſavoir à quelle hauteur s'arrêteroit le mercure. Il me tomba d'abord en l'eſprit de peſer celui qui reſteroit dans le tube après le renverſement fait, pour enſuite en le comparant

* 2. Septembre 1705.

rant au poids du mercure qui remplissoit entierement ce canon, juger de la hauteur que je cherchois. Mais outre que cela me parut assez embarrassant à executer, je ne crus pas pour plusieurs raisons ce moyen fort sûr. Car, 1°. Je n'étois pas assuré que ce canon fût exactement de même grosseur d'un bout à l'autre; au contraire il y avoit apparence que cela n'étoit pas: partant rien de précis par ce moyen. 2°. En bouchant avec le doigt le bout ouvert pour ôter la communication du mercure de la tasse d'avec celui du tube, il étoit comme impossible que le mercure ne fût alors dans des balancemens qui auroient pû me donner des hauteurs plus ou moins grandes que les veritables. Après avoir fait quelque attention sur tout ceci, j'en suis venu à bout de la maniere suivante.



Je fis tourner le vase de bois *ABGDE*, dont le vuide avoit la figure d'un cone rectangle renversé, & l'exterieur celle d'un cylindre.

Ayant ensuite retiré le mercure du canon, j'en présentai le bout ouvert dans le fond du cone de bois; & le tenant incliné le plus qu'il me fut possible, je versai un peu de mercure tout à l'entour pour voir à quelle hauteur je ferois l'ouverture *FG*, qui pût servir de décharge au mercure du vase *ABC*, pour n'y en laisser toûjours précisément que la même quantité suffisante

ſante pour empêcher l'entrée de l'air exterieur par le bas du canon.

Après donc avoir percé le trou *FG* un peu en pente vers *E*, je le rebouchai avec un petit bouchon de bois que je pouvois ôter & remettre à ma volonté : enſuite je remplis entierement de mercure mon tube de fer, y fourrant un fil de même matiere, que je tournai aſſez long-temps en tout ſens pour en faire ſortir toutes les petites bulles d'air qui pouvoient être reſtées attachées aux parois interieures de ce tube.

Alors ayant verſé dans le vaſe *ABC* du mercure en quantité ſuffiſante pour y plonger le bout ouvert du tube, je mis ce vaſe dans un autre plus grand pour recevoir le mercure qui regorgeroit par la décharge *FG* pendant l'experience.

Après donc avoir plongé le bout ouvert du tube plein de mercure dans celui du vaſe ; au lieu d'élever ce tube à plomb comme on fait ordinairement, je le tins dans une ſituation fort inclinée, & dans laquelle, ſuivant toutes les apparences, le vuide ne ſe devoit pas faire dans la partie ſuperieure.

Le tout étant en cet état, je débouchai l'ouverture *G* pour donner lieu à tout le mercure ſuperflu de ſortir ; ce qu'il fit auſſi-tôt : après quoi je redreſſai peu à peu le tube, remarquant exactement le moment auquel je voyois le mercure couler de nouveau par l'ouverture *G* : car cela me devoit marquer le point où le vuide devoit commencer à ſe faire ; ce qu'ayant executé pluſieurs fois avec beaucoup de ſoin, tenant une regle graduée par pouces à plomb à côté du tube, j'ai toûjours trouvé la hauteur à

plomb

plomb du mercure au-dessus de *F* de 23 pouces 4 lignes, quoiqu'elle fût alors dans d'autres tubes de verre à 27 pouces 8 lignes.

J'ai laissé ensuite ce tube en experience : mais pendant les cinq premieres heures il est sorti environ le poids de 13 onces & ½ de mercure.

Pendant les six heures ensuivant il en est sorti encore 6 onces ¾, puis 10 onces pendant 12 autres heures, & enfin huit onces pendant encore huit autres heures : après quoi ayant vuidé ce tube entierement, j'y en trouvai encore 4 onces ¾ : si bien que le total du mercure qui étoit resté dans le tube après le renversement fait, étoit de 43 onces. Ces 43 onces sont aux 53 ½ qui remplissent le tube, à peu près dans la raison des 27 pouces 8 lignes que le tube de verre avoit donné, à 34 pouces ½ longueur du tube de fer : ce qui auroit fait croire, si je n'avois eu égard qu'aux pesanteurs du mercure, que le vuide se seroit fait dans le tube de fer de même hauteur que dans celui de verre. Mais il est à remarquer que le tube de fer, pendant les écoulemens, étoit incliné de sorte que le mercure s'y devoit tenir environ six lignes plus haut que s'il eût été à plomb, & que d'ailleurs le tube de fer diminuoit selon toutes les apparences de grosseur vers le haut ; ce que j'avois remarqué seulement à la vûe, & par l'introduction de mon doigt avant qu'il fût soudé.

Or quoique ces écoulemens fassent voir que ce tube prend air ; il y a neanmoins plusieurs choses dignes de remarque dans cette experience. Car, premierement, on ne peut pas imputer à l'ouverture par où l'air s'est insinué avec le temps dans le tube, la difference des

4 pou-

4 pouces 4 lignes qui s'est trouvée d'abord entre les hauteurs du mercure contenu en même temps dans le tube de fer & dans celui de verre; puisqu'il auroit fallu suivant l'observation de la durée de ces écoulemens, près de deux heures pour laisser entrer tout l'air nécessaire pour produire cette difference, au lieu qu'elle s'est trouvée dans l'instant.

Secondement, cette experience fait voir encore qu'il s'en faut beaucoup que les parties du mercure puissent passer par les ouvertures où passent les plus grossieres parties de l'air, lorsque les unes & les autres sont chargées également. L'on sait cependant que le mercure, lorsqu'il est chargé, passe par des ouvertures fort étroites, & la lenteur avec laquelle l'air a pénétré dans le tube de fer, me fait conjecturer qu'il faut que l'ouverture par où il a passé soit des plus petites. Dans le temps de ces écoulemens mes Thermometres étoient à 55 pouces 9 lignes. Je garderai ce tube pour voir si dans le froid la durée de ces écoulemens ne sera pas encore plus grande. Comme je m'attends bien d'y trouver de l'augmentation, je la remarquerai exactement: cela pourra servir à perfectionner d'autant la doctrine de la transpiration, & à porter quelque lumiere dans cette partie de la Physique, où il n'est que trop ordinaire de se méprendre en supposant presque toûjours trop ou trop peu.

Enfin il ne paroît pas qu'on puisse facilement rendre raison de cette grande difference dans les hauteurs du mercure, autrement qu'en supposant avec moi de l'inégalité dans la grosseur des parties de l'air qui composent l'atmosphere, & des pores plus grands dans le fer

que

que dans le verre. Cependant comme on ne sait pas encore si dans d'autres tubes de fer la même chose arriveroit, je n'ose non-plus rien conclure là-dessus, & je ne regarde cette experience que comme une experience préliminaire, qui précede celles qui la doivent confirmer ou l'expliquer : car enfin peut-être que la rouille, qui est assez considerable dans l'interieur de ce tube, retient plusieurs particules d'air qui empêchent que le vuide ne se fasse aussi parfaitement dans ce tube que dans ceux de verre : ce que j'ai cependant de la peine à croire, vû le soin que j'ai pris de l'en faire sortir, & je ne saurois m'imaginer qu'il en puisse être resté une quantité suffisante pour produire une difference si considerable indépendemment des pores du métal.

Au reste, j'ai dit dans mon dernier Memoire que l'esprit de vin n'occasionnoit peut-être une moindre hauteur dans les tubes qui en ont été lavez, que parce qu'il les rendoit plus nets, & qu'il empêchoit la crasse du mercure de s'y attacher.

A cette occasion il ne sera pas hors de propos que je rapporte quelques experiences que j'ai là-dessus, qui m'ont fait connoître que le mercure le plus pur, long temps agité dans un verre très-net, le sallit & l'obscurcit très-considerablement. Car ayant souvent porté dans mes poches de petites bouteilles dans lesquelles il y avoit du mercure, & dans quelques unes desquelles il étoit même enfermé sous le scel hermetique; ayant, dis-je, porté sur moi de ces bouteilles pendant un temps considerable, comme pendant un an & plus, je trouvois toûjours non-seulement la bouteille fort

salle

étoit alors à *Paris* dans la Tour de la Salle de l'Observatoire de 22 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$. Il y avoit donc une difference de 5 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$, à laquelle si l'on ajoûte 4 lignes pour la difference qui convient à la hauteur de l'Observatoire sur le niveau de la mer, l'on aura pour 1040 toises hauteur du *Mont-d'or* sur ce niveau 5 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$ d'abaissement du vif-argent; ce qui est en raison de 14 toises 3 pieds & quelques pouces de diminution pour chaque ligne l'une portant l'autre. Suivant la Table * que j'ai dressée sur les regles de M. *Mariotte*, en donnant comme lui pour la premiere ligne de vif-argent qui répond au niveau de la mer 10 toises 3 pieds, l'on a pour la ligne qui répond à 6 pouces de diminution de vif-argent, qui est à peu près celle que l'on a trouvée sur le *Mont-d'or*, 13 toises 2 pieds 2 pouces 2 lignes moindre que celle que l'on trouve pour chaque ligne de vif-argent, quand même l'on ne supposeroit aucune augmentation causée par la dilatation de l'air.

En continuant de comparer la Table dressée sur ses regles aux experiences, l'on voit qu'à 6 pouces de diminution de vif-argent, la hauteur de l'air sur la surface de la mer devroit être de 852 toises, au lieu de 1040 que l'on a trouvé par l'observation, & qu'à la hauteur de 1044 toises sur le niveau de la mer, qui est à peu près de celle du *Mont-d'or*, on devroit y avoir trouvé une diminution de vif-argent de 7 pouces 2 lignes, c'est à dire plus de 14 lignes davantage que l'on n'a trouvé par l'experience du P. *Sebastien*, comparée à celle que l'on a

* *Voyez la page 92 ci-dessus.*

a faite en même temps à l'Obſervatoire.

Cette difference eſt ſi conſiderable, qu'on ne peut pas l'attribuer à quelque erreur que l'on pourroit avoir fait en meſurant la hauteur des montagnes, ni à la differente temperature de l'air qui auroit pû faire varier diverſement la hauteur du Barometre à *Paris* & au *Mont-d'or*. Car par la comparaiſon des experiences que l'on a faites en même temps en divers endroits beaucoup plus éloignez que *Paris* ne l'eſt du *Mont-d'or*, l'on a trouvé que les variations dans la hauteur du mercure arrivoient ordinairement dans le même temps; & quand il y a eu quelques differences, elles n'ont jamais été à beaucoup près ſi conſiderables.

L'obſervation que le P. *Sebaſtien* a faite à *Clermont*, nous donne lieu d'examiner avec plus d'exactitude l'experience que M. *Perier* a faite ſur le *Puy de Domme*, & dont M. *Mariotte* ſe ſert pour la confirmation de ſes regles. Le 10 Juin 1705 le P. *Sebaſtien* y obſerva près des Minimes, qui eſt le même lieu où M. *Perier* fit ſes experiences, la hauteur du mercure de 26 pouces 6 lignes. Par les obſervations faites à *Paris* avant & après, elle étoit de 27 pouces 10 lignes. La difference eſt de 1 pouce 4 lignes, qui convient à la hauteur de *Clermont* ſur l'Obſervatoire, à laquelle ſi l'on ajoûte 4 lignes pour la hauteur de l'Obſervatoire ſur le niveau de la mer, l'on a 1 pouce 8 lignes pour la hauteur de *Clermont* ſur le niveau de la mer. Si l'on ajoûte à cette difference 3 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$, qui eſt celle que M. *Perier* trouva entre les Minimes de *Clermont* & le haut du *Puy de Domme*, l'on aura pour 812 toiſes, hauteur perpendiculaire du *Puy de Domme* ſur le niveau

de la mer, déterminée par nos obſervations, une diminution de vif-argent de 4 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$. Suivant les regles de M. *Mariotte* la hauteur de cette montagne ne devroit être que de 663 toiſes, & à la hauteur de 812 toiſes l'on auroit dû trouver 5 pouces 9 lignes de diminution de mercure, c'eſt à dire 11 lignes $\frac{1}{2}$ plus que l'on n'a trouvé par les experiences. L'on trouvera encore une plus grande difference, ſi à la place de nos obſervations l'on ſe ſert de celles que M. *de la Hire* a faites à l'Obſervatoire, qui donnent la hauteur du mercure plus baſſe que celle que nous avons obſervée de plus d'une ligne. Voilà donc pluſieurs obſervations faites par diverſes perſonnes en differens temps, leſquelles s'écartent toutes des regles que M. *Mariotte* a établies pour la condenſation de l'air ; ainſi l'on voit que ſes regles ne peuvent pas ſatisfaire exactement aux experiences, au lieu que ſuivant les remarques que M. *Maraldi* a lû dernierement à l'Academie, il n'y a qu'une ſeule obſervation qui s'éloigne d'environ 4 lignes de la regle qu'il a établie.

PRO-

PROBLEME D'HYDROSTATIQUE.

Par M. CARRE'.

* ETANT il y a quelques jours dans une Maison de Campagne où il y a des Eaux, on vint à parler des tuyaux d'ajutage pour regler les differentes quantitez d'eau des jets, & quelqu'un qui paroissoit assez bien entendre la pratique des Hydrauliques, dit que pour faire sortir par un tuyau une quantité d'eau quadruple de celle qui sort par un autre, il falloit que ce tuyau fût égal en longueur, mais que son diametre fût double de celui du premier. L'on me demanda si cela étoit vrai; je répondis que si l'on faisoit abstraction des frottemens, cela ne souffroit aucune difficulté, mais qu'absolument parlant & en rigueur il en sortoit davantage par le gros que par le petit, dont la raison est que l'eau qui passe par le petit, trouve par rapport à sa quantité une plus grande résistance causée par le frottement de la surface interieure du petit, que celle qui passe par le gros: car parcequ'on suppose ces tuyaux égaux en longueur, leurs surfaces interieures sont en même raison que les circonferences ou que leurs diametres; ainsi la surface du grand n'est que double de celle du petit, au lieu que son ouver-

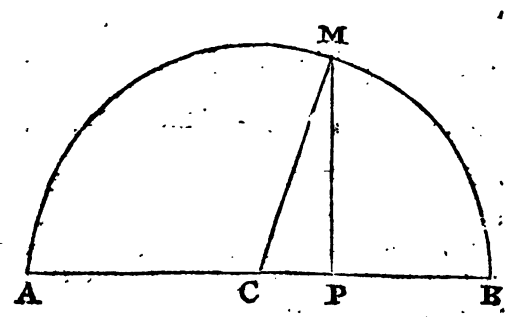
* 2 Septembre 1705.

verture eſt quadruple ; d'où je conclus qu'il falloit pour conſerver l'égalité, que le gros tuyau fût double en longueur du petit. Comme M. *Mariotte* n'a point réſolu ce Probleme, quoiqu'il ait parlé de ces frottemens, & qu'il en ait fait des experiences, j'ai crû qu'il ne ſeroit peut-être pas hors de propos d'en donner une ſolution générale ; c'eſt à dire, que le diametre d'un petit tuyau étant donné, déterminer généralement le diametre du plus gros, afin qu'il ſorte par ce tuyau une quantité d'eau double, triple, quadruple, &c. en y faiſant entrer les frottemens.

SOLUTION.

Soit nommé a le diametre donné du petit tuyau, & x celui du gros que l'on cherche. Comme on ſuppoſe que ces deux tuyaux ſont égaux en longueur, les réſiſtances que trouve l'eau en paſſant dans ces tuyaux, & par conſéquent les diminutions de cette eau ſont entr'elles comme les ſurfaces interieures de ces tuyaux qui cauſent les frottemens : mais ces ſurfaces ſont comme les circonferences ou comme leurs diametres ; ainſi la réſiſtance ou la diminution de l'eau qui paſſe par le petit, eſt à la diminution de l'eau qui paſſe par le gros, comme le diametre du petit eſt au diametre du gros : De ſorte que nommant $\frac{aa}{n}$ la diminution de l'eau du petit tuyau, on dira $a.x::\frac{aa}{n}.\frac{ax}{n}$ qui ſera la diminution de l'eau du gros : Mais les quantitez d'eau qui paſſent par ces tuyaux ſont comme les quarrez des diametres moins leurs dimi-

diminutions ; nommant donc m le rapport de la quantité d'eau que l'on veut qu'il sorte de plus par le gros que par le petit, l'on aura cette égalité $xx - \frac{ax}{n} = maa - \frac{maa}{n}$, qui est du second degré ; d'où l'on tire pour le diametre du gros tuyau $x = \frac{a + a\sqrt{4mnn - 4mn + 1}}{2n}$.



Pour construire cette équation, soit prise $CP = \frac{a}{2n}$, & sur le point P soit élevée la perpendiculaire $PM = \frac{a\sqrt{4mnn - 4mn}}{2n}$; si du point C au point M l'on mene CM, & que l'on décrive de ce point C le demi-cercle AMB, la partie AP du diametre AB sera le diametre du tuyau que l'on demande. Car CM ou $CA =$ $= \frac{a\sqrt{4mnn - 4mn + 1}}{2n}$, donc $AP =$ $\frac{a + a\sqrt{4mnn - 4mn + 1}}{2n}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

Que si l'on veut qu'il sorte quatre fois autant d'eau par le gros que par le petit, & qu'on suppose que $n = 4$, donc $m = 4$; alors l'égalité générale se changera en celle-ci, $xx - \frac{ax}{4} = 3aa$, donc $x = \frac{a + a\sqrt{193}}{8}$ que l'on construit de la même maniere. Car soit prise $CP = \frac{1}{8}a$, & la perpendiculaire $PM = a\sqrt{3}$, donc $CM = \sqrt{3aa + \frac{1}{64}aa} = \frac{a\sqrt{193}}{8}$, donc $AP = \frac{a + a\sqrt{193}}{8}$: De sorte que si l'on suppose que $a = 2$, alors $AP = \frac{1 + 1\sqrt{193}}{4}$; mais la racine de 193 est presque 14, donc $x = \frac{15}{4}$, qui est beaucoup moins que 4.

Il en est de même de tous les autres cas, puisque la construction générale renferme toutes les particulieres.

ME-

METHODES NOUVELLES

Pour former & résoudre toutes les Equations.

Par M. DE LAGNY.

DEFINITION.

*1°. PREMIERE difference ou difference du premier degré, est la difference de deux quantitez inégales & homogenes.

2°. Seconde difference ou difference du second degré, est la difference de deux differences inégales du second degré, ou c'est la difference des differences inégales de trois quantitez inégales & homogenes.

3°. Troisiéme difference ou difference du troisiéme degré, est la difference de deux differences inégales du second degré, ou c'est la difference des differences inégales de quatre quantitez inégales & homogenes, & ainsi de suite pour les differences de toutes les degrez à l'infini.

4°. Differences semblables, sont les differences d'un même degré.

5°. Equations semblables arithmetiquement, sont celles dont tous les signes & tous les coef-

* 5. Septembre 1705.

ficiens sont les mêmes, & qui ne different que dans le dernier terme ou l'homogene de comparaison. Ainsi ces trois équations,

$$xx - 2x = 3$$
$$xx - 2x = 8$$
$$xx - 2x = 15$$

sont des équations semblables arithmetiquement, & dont les racines sont 3, 4 & 5.

6°. Equations semblables géometriquement, sont celles dont tous les signes sont les mêmes, mais les coefficiens & l'homogene de comparaison augmentent ou diminuent, dans le second terme, en raison arithmetique; dans le troisiéme, en raison des quarrez; dans le quatriéme, en raison des cubes, & ainsi de suite. Ainsi ces trois équations,

$$x^3 + 3xx + 5x = 9$$
$$x^3 + 6xx + 20x = 72$$
$$x^3 + 9xx + 45x = 243$$

sont des équations semblables géometriquement, & dont les racines sont 1, 2 & 3.

THEOREME I.

Si l'on quarre trois nombres en progression arithmetique, la seconde difference de leurs quarrez sera double du quarré de la difference de ces trois nombres.

DEMONSTRATION.

Soient les trois nombres $a, a+b. a+2b.$ dont la difference est b. Je dis que la seconde difference de leurs quarrez sera $2bb$.

Raci-

Racines.	*Quarrez.*	*Diff.I.*	*Diff.II.*
$a + 2b$	$aa + 4ab + 4bb$		
$a + b$	$aa + 2ab + bb$	$2ab + 3bb$	
a	aa	$2ab + bb$	$2bb$. Ce qu'il

falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Si $b = 1$, la seconde difference ſera $2 = 2bb$.

COROLLAIRE II.

Dans la ſuite des quarrez naturels, 1, 4, 9, 16, 25, &c. les ſecondes differences ſont toûjours 2.

DEMONSTRATION.

Racines.		*Quarrez.*	*Diff.I.*	*Diff.II.*
a	1	1		
b	2	4	3	
c	3	9	5	2
d	4	16	7	2
e	5	25	9	2
&c.	*&c.*	*&c.*		

Par le Corollaire précédent la ſeconde difference des quarrez des trois racines *a*, *b*, *c* eſt 2; & par la même raiſon la ſeconde difference des quarrez des trois racines, *b*, *c*, *d*, eſt auſſi 2; & celle des quarrez des trois racines, *c*, *d*, *e*: & ainſi de ſuite à l'infini. Donc dans la ſuite des Quarrez naturels, 1, 4, 9, 16, 25, &c, les ſecondes differences ſont toûjours 2.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la ſuite de tous les quarrez naturels, & en général la ſuite

de tous les quarrez dont les racines sont en progression Arithmetique, les trois premiers quarrez étant donnez avec leurs differences.

THEOREME II.

Si l'on cube quatre nombres en progression Arithmetique, la troisiéme difference de ces cubes sera égale au sextuple du cube de la difference de ces quatre nombres.

DEMONSTRATION.

Soient les quatre nombres, a. $a+b$. $a+2b$. $a+3b$. Je dis que la troisiéme difference de leurs cubes sera $6b^3$.

Racines.	*Cubes.*
$a+3b$	$a^3+9aab+27abb+27b^3$
$a+2b$	$a^3+6aab+12abb+8b^3$
$a+b$	$a^3+3aab+3abb+b^3$
a	a^3

Diff. I.	*Diff. II.*	*Diff. III.*
$3aab+15abb+19b^3$		
$3aab+9abb+7b^3$	$6abb+12b^3$	
$3aab+3abb+1b^3$	$6abb+6b^3$	$6b^5$

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Si $b=1$, la troisiéme difference sera $6=6b^5$.

COROLLAIRE II.

Dans la suite des cubes naturels, 1, 8, 27, 64, 125, 216, &c. les troisiémes differences sont 6.

DE-

DEMONSTRATION.

Racines.		Cubes.	Diff. I.	Diff. II.	Diff. III.
a	1	1			
b	2	8	7		
c	3	27	19	12	
d	4	64	37	18	6
e	5	125	61	24	6
f	6	216	91	30	6
&c.	&c.	&c.			

Par le Corollaire précédent la troisiéme difference des cubes des quatre racines *a*, *b*, *c*, *d*, est 6; & par la même raison la troisiéme difference des cubes des quatre racines, *b*, *c*, *d*, *e*, est aussi 6; & celle des cubes des quatre racines *c*, *d*, *e*, *f*: & ainsi de suite à l'infini. Donc dans la suite des cubes naturels, 1, 8, 27, 64, 125, 216, &c; les troisiémes differences sont toujours 6.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la suite de tous les cubes naturels, & en général la suite de tous les cubes dont les racines sont en progression Arithmetique, les quatre premiers cubes étant donnez avec leurs differences.

THEOREME III.

Si l'on éleve à la quatriéme puissance cinq nombres en progression Arithmetique, la quatriéme difference de ces cinq puissances sera égale à 24 fois la quatriéme puissance de la difference de ces cinq nombres.

DEMONSTRATION.

Soient ces cinq nombres, a. $a+b$. $a+2b$. $a+3b$. $a+4b$. Je dis que la quatriéme difference de leurs quatriémes puissances sera $24b^4$.

Racines.	*Quatriémes puissances.*
$a+4b$	$a^4+16a^3b+96aabb+256ab^3+256b^4$
$a+3b$	$a^4+12a^3b+54aabb+108ab^3+81b^4$
$a+2b$	$a^4+8a^3b+24aabb+32ab^3+16b^4$
$a+b$	$a^4+4a^3b+6aabb+4ab^3+b^4$
a	a^4

Les premieres differences sont,

$$4a^3b+42aabb+148ab^3+175b^4$$
$$4a^3b+30aabb+76ab^3+65b^4$$
$$4a^3b+18aabb+28ab^3+15b^4$$
$$4a^3b+6aabb+4ab^3+1b^4$$

Les secondes sont,

$$12aabb+72ab^3+110b^4$$
$$12aabb+48ab^3+50b^4$$
$$12aabb+24ab^3+14b^4$$

Les troisiémes sont,

$$24ab^3+60b^4$$
$$24ab^3+36b^4$$

La quatriéme est,

$24b^4$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Si $b=1$, la quatriéme difference sera $24=24b^4$.

COROLLAIRE II.

Dans la suite des quatriémes puissances naturelles, 1, 16, 81, 256, 625, 1296, 2401, &c. les quatriémes differences sont 24. Ce qui se dé-

démontre comme ci-dessus pour les quarrez & les cubes.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la suite de toutes les quatriémes puissances naturelles, & en général la suite de toutes les quatriémes puissances dont les racines sont en progression Arithmetique, les cinq premieres puissances étant données avec leurs differences.

THEOREME IV.

Si l'on éleve à la cinquiéme puissance six nombres en progression Arithmetique, la cinquiéme difference de ces puissances sera égale à 120 fois la cinquiéme puissance de la difference de ces six nombres.

DEMONSTRATION.

Soient ces six nombres, a. $a+b$. $a+2b$. $a+3b$. $a+4b$. $a+5b$. Je dis que la cinquiéme difference des six puissances cinquiémes de ces six nombres sera $120b^5$.

Racines.	*Cinquiémes puissances.*					
$a+5b$	a^5	$+25a^4b$	$+250a^3bb$	$+1250aab^3$	$+3125ab^4$	$+3125b^5$
$a+4b$	a^5	$+20$	$+160$	$+640$	$+1280$	$+1024$
$a+3b$	a^5	$+15$	$+90$	$+270$	$+405$	$+243$
$a+2b$	a^5	$+10$	$+40$	$+80$	$+80$	$+32$
$a+b$	a^5	$+5$	$+10$	$+10$	$+5$	$+1$
a	a^5					

Les premieres differences ſont,

$5a^4$	$+90a^3bb$	$+610aab^3$	$+1845ab^4$	$+2101b^5$
5	$+70$	$+370$	$+875$	$+781$
5	$+50$	$+190$	$+325$	$+211$
5	$+30$	$+70$	$+75$	$+31$
5	$+10$	$+10$	$+5$	$+1$

Les ſecondes ſont,

$20a^3bb$	$+240aab^3$	$+970ab^4$	$+1320b^5$
20	$+180$	$+550$	$+570$
20	$+120$	$+250$	$+180$
20	$+60$	$+70$	$+30$

Les troiſiémes ſont,

$60aab^3$	$+420ab^4$	$+750b^5$
60	$+300$	$+390$
60	$+180$	$+150$

Les quatriémes ſont,

$120ab^4 + 360b^5$
$120ab^4 + 240b^5$

Enfin la cinquiéme difference eſt,

$120b^5$.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Si $b=1$, la cinquiéme difference ſera $120=120b^5$.

COROLLAIRE II.

Dans la ſuite des cinquiémes puiſſances naturelles, 1, 32, 243, 1024, 3125, 7776, 16807, &c. les cinquiémes differences ſont toûjours 120.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la ſuite de tou-

toutes les cinquiémes puissances naturelles, & en général la suite de toutes les cinquiémes puissances dont les racines sont en progression Arithmetique, les six premieres puissances étant données avec leurs differences.

COROLLAIRE GENERAL.

On démontrera de même que la sixiéme difference des sixiémes puissances de sept nombres en progression Arithmetique, comme a. $a+b$. $a+2b$. $a+3b$. $a+4b$. $a+5b$. $a+6b$. est $720b^6$, & ainsi de suite : Et comparant ensemble ces dernieres differences de chaque puissance, on trouve,

Pour les quarrez . . . . $2bb$ ou 2, supposant $b=1$
Pour les cubes . . . . $6b^3$ ou 6
Pour les quatriémes puissances $24b^4$ ou 24
Pour les cinquiémes . . . . . $120b^5$ ou 120
Pour les sixiémes . . . . $720b^6$ ou 1720
&c. &c. &c.

Or $2=1\times2$
$6=1\times2\times3$
$24=1\times2\times3\times4$
$120=1\times2\times3\times4\times5$
$720=1\times2\times3\times4\times5\times6$
&c. = &c.

d'où je tire ce Theoreme général.

THEOREME V.

Si l'on prend autant de nombres ou termes qu'on voudra en progression Arithmetique, & qu'on éleve chacun de ces termes à une puissance dont l'exposant soit égal au nombre des termes moins un; Je dis que la difference de ces

ces puissances d'un degré égal à l'exposant, sera égal au produit continuel des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. continuez jusqu'à l'exposant de la puissance inclusivement, & multiplié par une puissance semblable de la difference des termes.

DEMONSTRATION.

Si l'on prend trois termes a. $a+b$. $a+2b$; la seconde difference des quarrez sera par le Theoreme I. $=2bb$. Or $2bb=1\times2\times b^2$. Si l'on prend quatre termes a. $a+b$. $a+2b$. $a+3b$; la troisiéme difference des cubes sera par le Theoreme II. $=6b^3$. Or $6b^3=1\times2\times3\times b^3$. Si l'on prend cinq termes a. $a+b$. $a+2b$. $a+3b$. $a+4b$; la quatriéme difference des quatriémes puissances sera par le Theoreme III. $=24b^4$. Or $24b^4=1\times2\times3\times4\times b^4$, & ainsi de suite. Donc si l'on prend autant de termes qu'on voudra en progression Arithmetique, &c. *Ce qu'il falloit demontrer.*

REMARQUE I.

Rien n'est d'un si grand usage dans le calcul, que des Tables amples & exactes des quarrez & des cubes dans leur suite naturelle depuis l'unité.

In tenui labor, at tenuis non gloria.

Plusieurs Auteurs en ont donné. Les plus amples que je connoisse sont celles de *Job Ludolff* pour les quarrez jusqu'à 100000, & celles de . . . . pour les cubes jusqu'à 12000. Mais ces Tables, & sur tout celles des cubes, ont un très-grand défaut : c'est qu'il faut s'en rapporter aveuglément à l'habileté du Calculateur

lateur & à l'exactitude de l'Imprimeur : Au lieu que par le moyen des differences pour les quarrez, & des differences de differences pour les cubes, on pourroit former des Tables qui porteroient avec elles leur preuve démonstrative. C'est ainsi que sont construites les grandes Tables Trigonometriques de *Pitiscus* sur un rayon de 100000. 00000. 00000. & les logarithmiques de *Briggius*. Voici un modele de construction pour les Tables des quarrez & des cubes par la seule addition. On pourroit en construire de même pour les autres puissances plus élevées ; mais cela ne seroit presque d'aucun usage, & coûteroit trop de travail & de dépense.

Ta-

Table des Quarrez & des Cubes.

Racines.	Quarrez & diff. I.	Cubes & diff. I.	Diff. II. & III.
1	1	1	
	3	7	7 = 1 + 6
2	4	8	12 = 6 + 6
	5	19	19
3	9	27	18 = 12 + 6
	7	37	37
4	16	64	24 = 18 + 6
	9	61	61
5	25	125	30
	11	91	91
6	36	216	36
	13	127	127
7	49	343	42
	15	169	169
8	64	512	48
	17	217	217
9	81	729	54
	19	271	271
10	100	1000	60
	21	331	331
11	121	1331	66
	23	397	397
12	144	1728	72
	25	469	469
13 &c.	169 &c.	2197 &c.	78 &c.

Il eſt auſſi difficile, pour ne pas dire impoſſible, de ſe tromper en compoſant ces Tables par

par une ſimple addition ſuivant cette methode, & il eſt encore auſſi difficile qu'il ſe gliſſe daus l'impreſſiou quelque erreur dont on ne s'apperçoive pas ſur le champ; qu'il eſt difficile au contraire d'éviter les erreurs de calcul & d'impreſſion dans les Tables ſupputées à l'ordinaire: ce qui fait qu'on eſt toûjours dans l'incertitude quand on s'en ſert. C'eſt un Ouvrage à entreprendre ſous les auſpices & par ordre de l'Auguſte Protecteur des Arts & des Sciences.

On ſentira mieux l'eſprit de la methode dans les exemples ſuivans.

Exemples de la formation des Quarrez & des Cubes d'une progreſſion Arithmetique donnée, comme 3, 10, 17, 24, 31, &c.

Racines.	Quarrez & diff. I.	Diff. I. & II.	Racines.	Cubes & diff. I.	Diff. I. & II.	Diff. II. & III.
3	9		3	27		
	91	91		973	973	
10	100	98	10	1000	2940	2940
	189	189		3913	3913	2058
17	289	98	17	4913	4998	4998
	287	287		8911	8911	2058
24	576	98	24	13824	7056	7056
	385	385		15967	15967	2058
31	961	98	31	29791	9114	9114
	483	483		25081	25081	2058
38	1444	98	38	54872	11172	11172
	581	581		36253	36253	&c.
45	2025	&c.	45	91125	&c.	
&c.	&c.		&c.	&c.		

Dans

Dans les quarrez naturels les premieres differences, 3, 5, 7, 9, &c. sont si simples, qu'on n'a pas besoin de les trouver par l'addition continuelle de la seconde difference toûjours égale 2; & de même dans les cubes naturels les secondes differences 12, 18, 24, 30, 36, &c. n'ont pas besoin d'être trouvées par l'addition continuelle de la troisiéme difference toûjours égale 6. Mais dans ces deux exemples on ne neglige rien, & tout est formé regulierement par addition, excepté la suite des racines, 3, 10, 17, 24, &c: & on devroit aussi la former par addition continuelle, si la difference étoit beaucoup plus grande, comme 27, 66, 105, 144, &c.

REMARQUE II.

Il y a long-temps qu'on sait que la seconde difference des quarrez naturels est 2, & la troisiéme difference des cubes est 6: Mais personne, que je sache, n'a trouvé ni démontré tout le reste depuis le Theoreme II.

Ce qui suit est entierement neuf.

THEOREME VI.

Soit l'équation quelconque du second degré, $\pm axx \pm bx = c$.

Je dis que si l'on donne à x la suite des valeurs d'une progression Arithmetique quelconque, comme d. $d+e$. $d+2e$. $d+3e$. &c. les secondes differences des derniers termes ou homogenes de comparaison représentez par c, seront toutes égales à $2aee$, c'est-à-dire au double du quarré de la difference des termes e multiplié par le coefficient de la haute puissance a.

DE-

DEMONSTRATION.

Soit 1°. $x = d$.

Donc $\pm axx \pm bx = \pm add \pm bd = c$.

Soit 2°. $x = d + e$.

Donc

$\pm axx \pm bx = \pm add \pm 2ade \pm aee \pm bd \pm be = c$.

Soit 3°. $x = d + 2e$.

Donc

$\pm axx \pm bx = \pm add \pm 4ade \pm 4aee \pm 2bd \pm 2be = c$.

Les premieres differences sont

$\pm 2ade \pm aee \pm be$

$\pm 2ade \pm 3aee \pm be$.

Donc la seconde difference est $2aee$. *Ce qu'il falloit démontrer*. Et supposant $d + e = f$, on aura $d + 2e = f + e$. $d + 3e = f + 2e$. Et la démonstration sera la même pour les trois valeurs f. $f + e$. $f + 2e$. que pour d. $d + e$. $d + 2e$. & ainsi de suite à l'infini. Donc, &c.

COROLLAIRE I.

Si $a = 1$, c'est-à-dire si l'équation est préparée en faisant évanouïr le coefficient de la haute puissance pour avoir seulement $\pm xx \pm bx = c$, la seconde difference continuelle & toûjours égale sera $2ee = 2aee$.

COROLLAIRE II.

Si l'on suppose encore $e = 1$, c'est-à-dire si l'on prend pour les valeurs d'x ces nombres d. $d + 1$. $d + 2$. &c. cette seconde difference sera $2 = 2ee$.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la ſuite de tous les homogenes de comparaiſon, & par conſéquent la ſuite de toutes les équations du ſecond degré arithmetiquement ſemblables. Par exemple.

Soit l'équation propoſée $7xx + 5x = c$. Si je prends pour x les termes d'une progreſſion Arithmetique donnée, comme 3, 11, 19, 27, 35, &c. dont la difference continuelle eſt 8, j'aurai ſuivant la formule du Theorême $a = 7$ & $8 = e$, & la ſeconde difference continuelle toûjours égale des derniers termes c, ou des homogenes de comparaiſon ſera $2aee$, c'eſt-à-dire $2 \times 7 \times 64 = 896$.

	Diff. I.	Diff. II.
Si $x = 3$, donc $7xx + 5x = 78$		
Si $x = 11$, donc $7xx + 5x = 902$	824	
Si $x = 19$, donc $7xx + 5x = 2622$	1720	896
Si $x = 27$, donc $7xx + 5x = 5238$	2616	896
Si $x = 35$, donc $7xx + 5x = 8750$	3512	896
&c. &c.	&c.	&c.

Soit 2°. l'équation propoſée $xx + 5x = c$, & ſoient encore les valeurs d'x, 3, 11, 19, 27, 35, &c. on aura par la ſubſtitution

	Diff. I.	Diff. II.
$xx + 5x = 24$		
$= 176$	152	
$= 456$	280	128
$= 864$	408	128
$= 1400$	536	128
&c.	&c.	&c.

La ſeconde difference continuelle, & toûjours égale des homogenes de comparaiſon, eſt $128 = 2 \times 64 = 2ee$.

Soit

Soit 3°. la même équation $xx+5x=c$, & soient les valeurs d'x, 1, 2, 3, 4, 5, &c.

On aura par la substitution	Diff. I.	Diff. II.
$xx+5x=6$		
$=14$	8	
$=24$	10	2
$=36$	12	2
$=50$	14	2
&c.	&c.	&c.

La seconde difference continuelle & toûjours égale est $2=2ee$.

Il est donc évident que dans toute équation du second degré où il n'y a qu'une inconnue, sans fractions & sans incommensurables, on pourra former la suite de tous les homogenes de comparaison par une simple addition.

Si l'équation est sous cette forme $xx+ax=b$, supposez $x=1$ & $x=2$, & vous aurez pour homogenes de comparaison $a+1$ & $2a+4$, dont la difference est $a+3$; & comme la seconde difference est toûjours 2, il n'est pas necessaire de faire une troisiéme supposition $x=3$, & la suite des homogenes de comparaison se trouvera par addition, de même que la suite des quarrez naturels.

	Diff. I.	Diff. II.
$b=a+1$		
$=2a+4$	$a+3$	
$=3a+9$	$a+5$	2
$=4a+16$	$a+7$	2
$=5a+25$	$a+9$	2
&c.	&c.	&c.

Si

Si l'équation eſt ſous cette forme $ax - xx = b$, c'eſt la même methode, & on trouvera

	Diff. I.	Diff. II.
$b = a - 1$		
$= 2a - 4$	$a - 3$	
$= 3a - 9$	$a - 5$	2
$= 4a - 16$	$a - 7$	2
$= 5a - 25$	$a - 9$	2
&c.	&c.	&c.

Enfin ſi elle eſt ſous cette forme $xx - ax = b$, il eſt évident que x eſt toûjours plus grand que a. Ainſi ſuppoſant $x = a + 1 = a + 2$, on aura pour homogene de comparaiſon

$b = a + 1$, comme dans le premier cas.
$= 2a + 4$
$= 3a + 9$
$= 4a + 16$
$= 5a + 25$

Exemples en nombres.

Soit l'équation propoſée $7xx + 307x = 10764$.

Je ſuppoſe $x = 1 = 2 = 3$.	Diff. I.	Diff. II.
J'ai $7xx + 307x = 314$		
$7xx + 307x = 642$	328	
$7xx + 307x = 984$	342	14
&c. &c. &c.	&c.	&c.
$7xx + 307x = 17064$		

Les ſecondes differences toûjours égales des homogenes de comparaiſon ſont 14, dont l'addition continuelle forme la ſuite des differences premieres 328, 342, 356, 370, &c. & l'addition des differences premieres aux homogenes précédens forment la ſuite de tous les homogenes $314 + 328 = 642$, & $642 + 342 = 984$ &c.

&

& l'homogene donné se trouvera le 23me, & par conséquent $x = 23$.

Mais si l'homogene donné ne se fût pas trouvé dans cette suite, la valeur d'x auroit été irrationelle; & sa valeur auroit été entre les deux racines qui auroient formé les deux homogenes prochains, l'un plus grand & l'autre plus petit que l'homogene donné.

Soit encore l'équation proposée $xx + 307x = 7590$.

		Diff. I.
Supposant $x = 1 = 2 = 3$, &c.		
on aura $xx + 307x$	$= 308$	
	$= 618$	310
	$= 930$	312
	$= 1244$	314
	&c.	&c.
$x = 23$.	$= 7590$	

THEOREME VII.

Soit l'équation quelconque du troisiéme degré, $\pm ax^3 \pm bxx \pm cx = d$.

Je dis que si l'on donne à x la suite des valeurs d'une progression Arithmetique quelconque e. $e+f$. $e+2f$. $e+3f$. $e+4f$ &c. les troisiémes differences des homogenes de comparaison représentez par d, seront égales à $6af^3$, c'est à dire à six fois le cube de la difference des termes f multiplié par le coefficient de la haute puissance a.

DEMONSTRATION.

Soit 1°. $x = e$.

Donc $\pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \pm ae^3 \pm bee \pm ce = d$.

Soit 2°. $x = e+f$.

 Donc

Donc

$$\left.\begin{array}{l} \pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \pm ae^3 \pm 3aeef \pm 3aeff \pm af^3 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \pm bee \pm 2bef \pm bff \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \pm ce \quad \pm cf \end{array}\right\} d$$

Soit 3°. $x = e + 2f$.

Donc

$$\left.\begin{array}{l} \pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \pm ae^3 \pm 6aeef \pm 12aeff \pm 8af^3 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \pm bee \pm 4bef \pm 4bff \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \pm ce \quad \pm 2cf \end{array}\right\} d$$

Soit 4°. $x = e + 3f$.

Donc

$$\left.\begin{array}{l} \pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \pm ae^3 \pm 9aeef \pm 27aeff \pm 27af^3 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \pm bee \pm 6bef \pm 9bff \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \pm ce \quad \pm 3cf \end{array}\right\} d$$

Les premieres differences sont,

$$\begin{array}{l} \pm 3aeef \pm 3aeff \pm af^3 \\ \qquad\quad \pm 2bef \pm bff. \\ \qquad\qquad\quad \pm cf \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \pm 3aeef \pm 9aeff \pm 7af^3 \\ \qquad\quad \pm 2bef \pm 3bff \\ \qquad\qquad\quad \pm cf \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \pm 3aeef \pm 15aeff \pm 19af^3 \\ \qquad\quad \pm 2bef \pm 5bff \\ \qquad\qquad\quad \pm cf \end{array}$$

Les secondes differences sont,

$$\begin{array}{l} \pm 6aeff \pm 6af^3 \\ \qquad\quad \pm 2bff \\ \pm 6aeff \pm 12af^3 \\ \qquad\quad \pm 2bff \end{array}$$

Enfin la troisiéme difference est $6af^3$. *Ce qu'il falloit démontrer.* Et supposant $e + f = g$, on aura $e + 2f = g + f$. $e + 3f = g + 2f$. $e + 4f =$
$= g$

$= g + 3f$; & il eſt évident que la démonſtration ſera la même pour les quatre valeurs g. $g + f$. $g + 2f$. $g + 3f$, que pour les quatre e. $e + f$. $e + 2f$. $e + 3f$, & ainſi de ſuite à l'infini. Donc les troiſiémes differences ſeront toutes $6af^3$.

COROLLAIRE GENERAL.

Dans quelque équation que ce ſoit, les differences de l'homogene d'un degré égal à celui de l'expoſant de la haute puiſſance, ſont toutes égales entr'elles & au produit continuel du coefficient de la haute puiſſance multiplié continuellement par la ſuite des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. juſques & compris l'expoſant, & par la puiſſance homogene de la difference des termes de la progreſſion Arithmetique, qui ont ſervi de racines à former les homogenes.

On peut ſuppoſer tel ou tels termes qu'on voudra évanouïs, les ſignes + & − combinez à diſcretion, & les coefficiens en entiers ou en fraction, rationaux ou irrationaux.

II. COROLLAIRE GENERAL.

On pourra former par addition ſimple la ſuite de tous les homogenes des équations ſemblables. Il ſuffit pour cela de ſuppoſer dans les équations du ſecond degré l'inconnue $= 1 = 2 = 3$. Dans les équations du troiſiéme degré, il ſuffit de ſuppoſer cette inconnue $= 1 = 2 = 3 = 4$. Dans celles du quatriéme $= 1 = 2 = 3 = 4 = 5$, & ainſi de ſuite. Car par l'addition continuelle des dernieres differences toûjours égales, on formera la ſuite des diffe-

 ren-

rences précédentes; & par l'addition de celles-ci on formera les ante-penultiémes, & ainsi de suite en retrogradant jusqu'aux homogenes de comparaison.

III. COROLLAIRE GENERAL.

On pourra donc résoudre par la seule addition toute équation proposée; ce qui est un veritable paradoxe.

REMARQUE I.

Il est évident que trouvant par addition simple la suite de tous les homogenes de comparaison, si l'homogene donné se trouve dans cette suite, la question est résolue; puisque la valeur supposée ou correspondante qui a formé cet homogene, est évidemment une des racines cherchées: après quoi l'on peut continuer d'operer de même sur l'équation abbaissée d'un ou de plusieurs degrez pour avoir les autres racines. Mais si l'homogene donné se trouve entre deux homogenes prochains, la racine cherchée est irrationelle, & sa valeur est connue à moins d'une unité près, puisqu'elle est entre deux valeurs qui ne different que d'une unité, & qui ont formé les deux homogenes prochains, l'un plus grand & l'autre plus petit, & c'est tout ce qu'on peut souhaiter. Je suppose toûjours l'équation préparée de maniere, qu'il n'y ait qu'une inconnue, sans fractions & sans incommensurables, qui sont les préparations ordinaires, & il n'est pas necessaire de faire évanouïr aucun terme moyen, ni coefficient de la haute puissance.

RE-

REMARQUE II.

En ſuppoſant $x = 1 = 2 = 3 = 4$, &c. l'homogene peut venir negatif; cequi marque ſeulement que x eſt plus grand que les nombres ſuppoſez. Mais ſi ſuppoſant $x = 1$ on trouve un homogene plus grand que le donné, x eſt une fraction irrationelle moindre que l'unité; & ſi l'on veut en approcher à l'infini, il n'y a qu'à ſuppoſer une autre équation multiple & géometriquement ſemblable.

EXEMPLES.

Soit l'équation propoſée $xx - 20x = 300$.
Si je ſuppoſe $x = 1 = 2 = 3 = 4$, &c.

	Diff. I.	Diff. II.
J'aurai $xx - 20x = -19$		
$= -36$	17	
$= -51$	15	2
$= -64$	13	2
&c.	&c.	&c.

On voit aiſément par-là que la plus petite valeur qu'on puiſſe ſuppoſer pour avoir un homogene $= 0$, c'eſt $x = 20$, & par conſéquent $x = 21$ donnera le premier homogene poſitif tel que je le ſuppoſe toûjours, & il peut & doit toûjours l'être; & s'il ne l'étoit pas dans une équation propoſée, il ſeroit aiſé de le rendre poſitif en changeant tous les ſignes des termes affectez de l'inconnue. Enfin ſi par la nature de l'équation les racines ſont toutes negatives, on les rendra poſitives par le changement des ſignes ſuivant les regles ordinaires.

Je reviens à l'exemple ci-dessus $xx - 20x = 300$, où j'ai supposé $x = 1 = 2 = 3$, &c.

Je vois par les differences premieres, 17, 15, 13, &c. qui vont toûjours en diminuant de 2, qu'au neuf & dixiéme termes cette difference sera 1, après quoi les homogenes negatifs vont en diminuant dans un sens contraire jusqu'à zero, comme on voit ci-dessous, & ensuite ils sont tous positifs:

$x = 0$, donc $xx - 20x = 0$
$x = 1$, donc $xx - 20x = -19$
$x = 2$, donc $xx - 20x = -36$
&c. $= -51$
$= -64$
$= -75$
$= -84$
$= -91$
$= -96$
$= -99$
$= -100$
$= -99$
$= -96$
$= -91$
&c.
$x = 20$, donc $xx - 20x = 0$
$x = 21$, donc $xx - 20x = 21$
$x = 22$, donc $xx - 20x = 44$
$x = 23$, donc $xx - 20x = 69$
&c. $=$ &c.

Cette observation, qui n'est que curieuse dans cet exemple, est absolument necessaire dans d'autres, où la haute puissance est fort élevée, où il y a plusieurs termes moyens affectez des signes + & − avec de grands nombres pour coefficiens; & si le premier homogene positif trouvé est plus grand que l'homogene donné,

donné, la racine est irrationelle, & on pourra en approcher à l'infini par les équations géometriquement semblables. Ainsi si l'équation donnée eût été $xx - 20 = 18$, on seroit assuré que la racine est irrationelle 20 & 21, & il n'y auroit qu'à supposer,

$$xx - 200x = 1800$$
$$\text{ou } xx - 2000x = 180000$$
&c.

ou telle autre équation qu'on voudroit géometriquement semblable. Il y a pourtant un choix à faire indépendamment de la progression décuple des nombres qui paroît la plus commode, mais qui n'approche pas le plus promptement qu'il soit possible. C'est ce que j'ai fait voir dans mon *Traité de l'Extraction & de l'Approximation des racines*. On trouvera donc toûjours aisément la plus petite valeur d'x, qui donnera un homogene positif. Car si l'homogene negatif va en diminuant, on verra par les differences à quel terme il sera positif, & s'il va en augmentant, il faut necessairement qu'il diminue en sens contraire avant que de devenir positif. Ainsi après deux ou trois substitutions dans les équations du second degré, après trois ou quatre substitutions dans les équations du troisiéme, & ainsi de suite en divisant par les dernieres differences égales les differences précédentes, le quotient dans le second degré, ajoûté à l'unité, donnera la valeur approchée en entiers, qui formera le plus grand homogene negatif, & par conséquent le double donnera la valeur approchée pour former l'homogene positif, du moins à une unité près. Dans les degrez plus élevez, on trouvera de même par la difference toûjours égale le ter-

me où la difference précédente doit finir, & par celle-ci le terme de la précédente, en retrogradant de même jusqu'à l'homogene.

Je sai que dans chaque cas particulier on peut donner des regles abregées pour trouver cette premiere & plus petite valeur d'x qui donne un homogene positif; ainsi dans l'équation $xx - ax = b$ il n'y a qu'à prendre d'abord $x = a + 1$. Mais il s'agit ici de trouver une methode qui soit en même temps très-simple & très-générale, & si l'on avoit par exemple cette équation,

$$x^5 - ax^4 + bx^3 - cxx - dx = e.$$

il ne seroit pas aisé de trouver d'une maniere générale la plus petite valeur d'x qui donnât e positif, même en y appliquant la methode *de maximis & minimis*; au lieu qu'en supposant $x = 1 = 2 = 3$, &c. les dernieres differences seront toûjours 2 dans le second degré, 6 dans le troisiéme, 24 dans le quatriéme, 120 dans le cinquiéme, &c. & par là on trouvera aisément ce qu'on cherche.

Lorsqu'on suppose $x = 1$, la somme des coefficiens positifs moins la somme des coefficiens negatifs donnera l'homogene de comparaison correspondant.

Lorsqu'on suppose $x = 2$, il faut écrire 2 multiplicateur sous le coefficient des x, 4 sous le coefficient des xx, 8 sous le coefficient des x^3, 16 sous le coefficient des x^4, & ainsi de suite, la somme des produits positifs diminuée de la somme des produits negatifs donnera l'homogene correspondant.

Lorsqu'on suppose $x = 3$, il faut écrire 3 sous le coefficient des x, 9 sous le coefficient des xx, 27 sous le coefficient des x^3, & ainsi de suite.

Rien

Rien n'empêche qu'on ne prenne au lieu des nombres, 1, 2, 3, 4, &c. les nombres 10, 20, 30, 40, &c. ou 100, 200, 300, &c. ou 1000, 2000, 3000, &c. si l'on juge que ceux-ci donneront plûtôt des homogenes positifs & approchants par excès ou par défaut de l'homogene donné; la substitution en sera aussi aisée que celle des nombres simples 1, 2, 3, &c. En un mot, il n'importe quels nombres on prenne en progression Arithmetique, la methode peut toûjours s'y appliquer. Mais dès qu'on a trouvé des homogenes positifs, il faut revenir à la progression Arithmetique, en augmentant ou en diminuant les valeurs d'x, selon que l'homogene trouvé est plus petit ou plus grand que l'homogene donné.

Enfin, si augmentant continuellement les valeurs d'x, l'homogene après avoir augmenté diminue, & que dans sa plus grande augmentation il soit encore plus petit que l'homogene donné, c'est une preuve que l'équation est impossible, & que toutes ses racines sont imaginaires. Par exemple, soit l'équation proposée $-xx+20x=120$, supposant $x=1=2=3$, &c. on trouve la suite des homogenes 19, 36, 51, 64, 75, 84, 91, 96, 99, 100, 99, 96, 91, &c. 19, 0, & ensuite les homogenes sont negatifs à l'infini; de sorte que le plus grand de tous est 100. Or le donné est 120, l'équation est donc impossible, & toutes les racines sont imaginaires. Quoique cette regle soit très-simple & très-générale, elle a besoin dans la pratique d'être abregée par la Regle suivante.

REGLE GENE'RALE
pour la résolution des équations.

Je suppose l'équation préparée à l'ordinaire, ensorte qu'elle n'ait qu'une inconnue délivrée des fractions & des incommensurables, & pour plus grande facilité le coefficient de la haute puissance réduit à l'unité, sans qu'il soit necessaire de faire évanoüir aucun terme moyen. Prenez pour valeurs de l'inconnüe les deux nombres entiers a & $a+1$. (Je donnerai dans la suite les regles necessaires pour faire cette supposition la plus juste qu'il soit possible par rapport à chaque espece d'équation) ensorte que les homogenes de comparaison soient positifs; & substituant ces deux valeurs dans l'équation, vous aurez deux homogenes. Si l'un des deux se trouve égal à l'homogene donné, ou que l'un se trouve plus grand & l'autre plus petit, l'équation est résolue; car dans le premier cas $x=a$ ou $a+1$, & dans le second une des valeurs est irrationelle entre a & $a+1$, & on peut en approcher à l'infini par le moyen des équations géometriquement semblables. On peut aussi dans toute équation où il y a quelque racine réelle negative, la rendre positive en augmentant sa valeur, ensorte que l'homogene de comparaison soit aussi positif, & qu'il n'y ait qu'une racine à chercher. C'est la forme la plus commode pour le calcul. Les équations dont les racines sont toutes imaginaires ne sont d'aucun usage.

Si l'homogene donné se trouve plus grand ou plus petit que chacun des deux homogenes trouvez, ce qui est le cas le plus ordinaire:

Pre-

Prenez, 1°. La difference des deux homogenes trouvez. 2°. La difference de l'homogene donné à l'homogene trouvé prochainement plus grand ou plus petit. 3°. Divisez cette derniere difference par la premiere, & ajoûtez le quotient au nombre *a* s'il est plus petit, ou bien ôtez ce quotient d'*a* s'il est plus grand que la racine cherchée, & la somme dans le premier cas, & la difference dans le second donneront une seconde valeur approchée, laquelle étant substituée donnera un nouvel homogene, sur lequel & sur le donné & le prochainement plus grand ou plus petit, on continuera d'operer de même en faisant cette Analogie, qui est sous-entendue dans la premiere operation. *Si tant de difference entre deux homogenes vient de tant de difference entre les racines qui les ont formez; de combien viendra la difference entre l'homogene donné & le trouvé prochainement plus grand ou plus petit?* Le quotient étant ajoûté ou soustrait selon que la racine supposée a produit un homogene plus petit ou plus grand que l'homogene donné, donnera une nouvelle valeur sur laquelle on continuera d'operer de même, & ainsi de suite jusqu'à ce qu'on trouve une racine exacte, ou deux racines qui ne different que d'une unité, & alors l'équation sera résolue.

Au lieu d'*a* & d'$a+1$, on peut supposer a & $a+b$, & chaque résolution particuliere d'une équation litterale servira de formule, & de regle générale pour la résolution de toute équation semblable. J'en ferai l'application au fameux cas irreductible du troisiéme degré.

Cette Methode comprend directement la résolution de toutes les Equations déterminées, qui ont pour racines des Nombres entiers, & in-

indirectement toutes celles qui n'ont pour racines que des fractions, ou des Nombres irrationaux; car il n'y a qu'à faire évanouïr suivant les Regles connues & ordinaires le Coefficient du premier Terme, & les Coefficiens irrationaux ou en fraction.

MANOMETRE, OU

Machine pour trouver le raport des raretez ou raréfactions de l'Air naturel d'un même lieu en différens temps, ou de différens lieux en un même ou en différens temps, &c.

Par M. VARIGNON.

* DANS les Memoires du 15. Decembre 1693. j'ai démontré une Methode générale pour connoître le raport de l'air rarefié dans la Machine du vuide à l'air naturel, c'est-à-dire, le raport de la masse de cet air rarefié à celle d'un pareil volume de l'air extérieur du lieu où se fait l'expérience; & par conséquent aussi le raport des densitez ou raréfactions de ces deux airs. Voici ce qui m'est venu depuis en pensée pour comparer les densitez ou raréfactions des airs naturels d'un même lieu en différens temps, ou de différens lieux en un mê-

* 14. Novembre 1705.

même ou en différens temps; & même des airs restez dans la même ou dans différentes Machines pneumatiques après quelque nombre que ce soit de coups de piston de chacune. Mais comme cette derniére comparaison dépend de la premiére, j'ai crû que pour mettre le Lecteur au fait, il falloit raporter ici ce que j'ai démontré de celle-là dans les Mem. de 1693. Le voici donc tel qu'il se trouve dans ces Memoires, à quelques abréviations & quelques exemples près. Nous passerons ensuite à la description & aux usages de nôtre Machine, à qui nous donnons le nom de *Manometre*, pour les raisons qu'on dira ci-après.

§. I.

Methode pour trouver le raport de l'air naturel à l'air rarefié dans la Machine du vuide, le raport du Recipient ou Balon de cette Machine à sa pompe, & le nombre des coups de piston necessaires dans toutes les suppositions possibles de ces raports.

En 1693. ayant eu occasion d'examiner combien il reste d'air dans la Machine du vuide après tel nombre de coups de piston qu'on aura voulu; je trouvai d'abord en général que *la quantité ou masse d'air naturel qui se trouve dans le Balon avant que de pomper, est toûjours à ce qu'il y en reste après tel nombre de coups de piston qu'on aura voulu; comme la capacité de la pompe & du balon pris ensemble, élevée à une puissance dont ce nombre soit l'exposant, est à une pareille puissance de la capacité seule du balon.* Ce que je trouvai ensuite revenir à une Regle que M. (*Jaq.*) *Bernoulli* venoit de donner sans analyse

 ni

ai démonstration dans la seconde These *De seriebus infinitis* de 1692. pour savoir combien il faut de coups de piston de la Machine pneumatique pour y rarefier l'air en raison donnée: *Logarithmum rationis*, disoit-il, *quam habet raritas aeris desiderati ad raritatem aeris naturalis, divide per logarithmum rationis quam habet cavitas Recipientis & Antliæ simul ad cavitatem solius Recipientis: indicabit quotiens quæsitum agitationum numerum*.

M. *Bernoulli* n'en disoit pas davantage: Voici l'Analyse qu'il supprimoit, ou du moins celle qui me conduisit à cette même découverte. Mais pour rendre cette Physique exacte, il faut auparavant convenir des termes.

I. *Définition* 1. On appelle ici *Air* tout ce que le piston de la pompe fait sortir de la Machine du vuide sans y pouvoir rentrer par les pores. Ce qui peut ainsi y rentrer, on l'appelle *Matiére subtile*.

Défin. 2. On appelle *Air naturel*, l'air tel qu'il est dans la Machine du vuide avant que de pomper. Et celui qui y reste après qu'on a cessé de pomper, on l'appelle *Air restant*.

Défin. 3. On appelle *Volume* d'un corps, ce que sa surface renferme d'espace. Et l'on prend pour sa *Masse*, la quantité de matiére dont il est fait. En ce sens deux boules de même diamétre, quoique l'une soit d'un tissu plus serré que l'autre, sont de même *volume*; mais celle qui est d'un tissu plus serré, a plus de *masse* que l'autre. C'est cette masse que l'on appelle *Quantité de matiére* d'un corps.

Défin. 4. On appelle *Rarefaction*, l'augmentation de volume d'un corps par l'éloignement de ses parties (imperceptibles) entr'elles; & *Conden-*

densation, la diminution de ce volume par l'approche de ces mêmes parties entr'elles.

Défin. 5. On appelle *Coup de pompe* ou *de piston*, l'allée & la venue du piston prises ensemble: de sorte que tirer le piston, & l'enfoncer à la même profondeur, ne passent ici que pour un seul coup de pompe ou de piston. Tant que le piston ne parcourt que le même espace, on dit que les *coups* sont *égaux*. L'espace qu'il parcourt au dedans de la pompe, on le prend pour la *capacité de cette pompe*. Par delà, c'est la *capacité du Balon*.

II. *Avertissement* 1. Dans la suite lorsqu'on parlera de Balon & de Pompe, cela ne s'entendra que de leurs capacitez telles qu'on les vient de définir.

Avert. 2. On supposera par tout que les coups de pompe d'une même experience sont égaux entr'eux: ce qui se fera aisément, en mettant des bornes fixes haut & bas, jusques ausquelles le piston ou levier (qui sert à le mouvoir) aille toûjours, & au delà desquelles il ne puisse jamais passer.

Avert. 3. Lorsqu'on dit simplement *Air naturel*, on entend toûjours ce que le Balon en contient avant que de pomper, ou après qu'on l'y a laissé librement rentrer. Et quand on dit que la rarefaction de l'air naturel est à celle de l'air restant en telle ou telle raison, on ne veut dire autre chose sinon que la quantité de matiére ou la masse de l'air restant est à celle de l'air naturel en cette même raison. On a crû pouvoir supposer cette réciprocation de raports, parceque (*art.* 1. *défin.* 3. & 4.) l'air en même volume y est d'autant plus rarefié qu'il y en a moins.

Avert.

Avert. 4. De même quand on dit que l'air est à l'air en telle ou telle raison, par exemple, que l'air naturel est à l'air restant :: $s^n . r^n$. on ne prétend parler que du raport de masse ou de quantité de matiére : on veut dire seulement que la masse ou la quantité de matiére de l'air naturel est à celle de l'air restant :: $s^n . r^n$.

Avert. 5. On suppose dans tout ceci que la Machine du vuide, dont il est ici question, soit juste & que rien n'y puisse rentrer que par les pores, ou que la matiére capable de passer par les pores.

Peut-être que dans l'execution cela ne se trouvera pas toûjours exactement vrai. Mais du moins la Regle suivante donnant précisément la quantité d'air qui y seroit restée, si cette machine eût été telle qu'on la suppose ici; il ne s'en faudra que ce qui pourroit s'y être glissé par les endroits où elle pourroit faire jour, qu'on ne sache précisément combien il y en reste après qu'on a cessé de pomper : au lieu qu'en négligeant tout le reste, comme l'on fait ordinairement, il s'en faudra toûjours ce que cette Regle donne, qu'on ne soit aussi près de la précision. La voici cette Regle.

THEOREME.

III. *En général la masse ou quantité d'air naturel qui se trouve dans le Récipient ou Balon de la Machine du vuide avant que de pomper, est toûjours à celle de l'air qui y reste après tel nombre de coups de piston qu'on aura voulu, comme la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble, élevée à une puissance dont ce nombre soit l'exposant, est à une pareille puissance de la capacité seule du Balon.*

DE-

DEMONST. Soit a la masse ou quantité d'air naturel qui étoit dans le Balon avant que de pomper; x, ce qu'il y en reste après qu'on a cessé de pomper; r, la capacité du Balon; s, la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble; & n, le nombre des coups de piston donnez pour épuiser le Balon. Je dis donc en général que a est toûjours à x, comme s^n à r^n, c'est-à-dire, $a.x :: s^n.r^n$.

Pour le voir il suffit de considérer qu'à chaque fois qu'on tirera le piston, l'air qui étoit dans le Récipient, se répandra dans tout l'espace qui fait la capacité de la Pompe & du Récipient pris ensemble: Car delà il suit manifestement que la masse ou quantité d'air qui restera dans le Récipient à chaque coup de pompe, doit toûjours être à ce qu'il y en avoit immédiatement auparavant, comme la capacité du Récipient est à celle de la Pompe & du Récipient pris ensemble, c'est-à-dire :: $r.s$.

Appellant donc a, b, c, e, f, g, &c. t, x, les différentes masses ou quantitez d'air qui se trouvent successivement dans le Récipient ou Balon, à mesure que l'on pompe: savoir a, celle de l'air naturel qui y étoit au premier coup de pompe, c'est-à dire, lorsqu'on a commencé de pomper; b, celle qui y étoit au second; c, celle qui y étoit au troisiéme; e, celle qui y étoit au quatriéme; & ainsi des autres jusqu'à la derniere x, qui y reste après tant de coups de piston qu'on aura voulu, dont le nombre soit n: on aura toûjours,

r°.

$1^\circ.\ a.\ b :: s.\ r.$
$2^\circ.\ b.\ c :: s.\ r.$
$3^\circ.\ c.\ e :: s.\ r.$
$4^\circ.\ e.\ f :: s.\ r.$
$5^\circ.\ f.\ g :: s.\ r.$
&c.

$n^\circ.\ t.\ x :: s.\ r.$

Donc $a.\ x :: s^n.\ r^n.$

C'est-à-dire que la masse ou quantité (a) d'air naturel qui étoit dans le Récipient avant que de pomper, est toûjours à la masse ou quantité (x) de ce qu'il y reste de cet air aprés tel nombre (n) de coups de piston qu'on aura voulu, comme la puissance n de l'espace qui fait la capacité de la Pompe & du Récipient pris ensemble, est à une pareille puissance de la capacité du seul Récipient. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REGLE.

IV. *Corol.* Donc en prenant l pour la marque ou la caractéristique des logarithmes des grandeurs qu'elle affecte ou précéde immédiatement: ensorte que la, lx, ls, lr, expriment les logarithmes des grandeurs, a, x, s, r, l'Analogie précédente (*art.* 3.) donnant $\frac{a}{x} = \frac{s^n}{r^n}$, donnera aussi $la - lx = ls^n - lr^n = nls - nlr$, pour Regle de tout ce que l'on peut exactement faire d'experiences dans la Machine du vuide. En voici quelques exemples dans les Problêmes suivans.

PRO-

PROBLEME I.

V. *Les capacitez du Balon & de la Pompe de la Machine du vuide étant données, ou seulement leur raport, avec le nombre des coups de piston donnez pour l'épuiser; trouver le raport de l'air naturel à l'air qui y reste après qu'on a cessé de pomper, & par conséquent aussi le raport des rarefactions de ces deux airs.*

SOLUT. Les noms demeurant les mêmes que ci-dessus art. 3. & 4. l'on aura (*art.* 4.) $la - lx = nls - nlr$. Donc $nls - nlr$ est le logarithme de la raison cherchée de l'air naturel à l'air restant. D'où l'on voit que le logarithme de la raison de l'air naturel à l'air restant, est toûjours égal au produit du nombre des coups de piston par le logarithme de la raison de la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble, à la capacité seule du Balon. Ainsi tout étant connu (*hyp.*) dans ce produit, la raison de l'air naturel à l'air restant sera aussi connue. Et par conséquent (*art.* 2. *avert.* 3.) le raport des rarefactions de ces airs le sera aussi. *Ce qu'il falloit trouver.*

VI. *Corol.* Cette raison étant donc, par exemple, comme p à q, l'on aura $a.x :: p.q.$ ou $aq = px$. Ce qui donnera $\frac{px}{q}$ pour l'air naturel (a), si l'on a l'air restant; ou $\frac{aq}{p}$ pour l'air restant (x), si l'on a l'air naturel: c'est-à-dire, la masse ou quantité d'air naturel $a = \frac{p}{q}$, en supposant celle de l'air restant $= 1$; ou celle-ci

ci $x = \frac{q}{p}$, en ſuppoſant celle de l'air naturel $= 1$. Ainſi l'on connoîtra ce qu'il y aura d'air de reſte dans le Balon après qu'on aura ceſſé de pomper ; & par conſéquent auſſi le raport de ſa rarefaction à celle de l'air naturel qui y étoit avant qu'on pompât, pourvû qu'on ait remarqué le nombre des coups de piſton, & qu'on ſache le raport de la Pompe au Balon.

Exemple. Soit, ſi l'on veut, le Balon de la Machine pneumatique en queſtion, décuple de ſa pompe ; 30, le nombre (n) des coups de piſton donnez pour l'épuiſer ; & qu'on demande ce qu'il y doit reſter d'air après ces 30 coups de piſton, ou quel ſera pour lors le raport de la rarefaction de l'air reſtant à celle de l'air naturel. Je réponds qu'il y en doit reſter environ une dix-huitiéme partie de ce qu'il y en avoit avant que de pomper ; & par conſéquent (*art.* 2. *avert.* 3.) que cet air reſtant y doit être environ dix-huit fois plus rarefié que l'air naturel.

Car en ce cas le logarithme $ls - lr$ de la raiſon du Balon plus la Pompe au ſeul Balon, ſera $= l11 - l10 = 10413927 - 10000000 = 413927$, lequel étant multiplié par $30 = n$, donnera 12417810 pour le logarithme $nls - nlr$ ($la - lx$) de la raiſon $\frac{a}{x}$ de l'air naturel à l'air reſtant. Donc en poſant l'air naturel $a = 1$, l'on aura -12417810 pour le logarithme de l'air reſtant x : or ce nombre eſt auſſi le logarithme d'environ $\frac{1}{18}$. Donc en ce cas l'air reſtant feroit environ une dix-huitiéme partie de l'air naturel du Balon ; & par conſéquent auſſi (*art.* 2. *avert.* 3.) la rarefaction de l'air reſtant dans le Balon après 30 coups de piſton, ſeroit à celle

de

le l'air naturel qui y étoit avant que de pomper, environ :: 18. 1. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME II.

VII. *Le raport de l'air naturel à l'air restant étant donné avec le nombre des coups de piston, trouver le raport de la Pompe au Balon.*

SOLUT. Les noms demeurant encore les mêmes que ci-dessus art. 3. & 4. l'on aura (*art.* 4.) $la - lx = nls - nlr$; & par conséquent $\frac{la - lx}{n} = ls - lr$. Donc $\frac{la - lx}{n}$ est le logarithme de la raison de la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble, à celle du seul Balon. Cette raison étant ainsi connue, par exemple, comme de p à q, l'on aura $s.r :: p.q$. Et $s - r.r :: p - q.q$; c'est-à-dire que le logarithme de la raison de l'air naturel à l'air restant, divisé par le nombre de coups de piston, a toûjours pour quotient le logarithme d'une raison dont l'antécédent moins le conséquent, est au conséquent, comme la Pompe est au Balon. Ainsi ce quotient étant (*hyp.*) connu, la raison de la Pompe au Balon le sera aussi. *Ce qu'il falloit trouver.*

VIII. *Corol.* On voit delà que la capacité du Balon étant connue, celle de la Pompe sera $= \frac{rp - rq}{q}$, & si l'on connoît la capacité de la Pompe, par exemple $s - r = e$, celle du Balon sera $= \frac{eq}{p - q}$. De sorte qu'en prenant la capacité (r) du Balon pour l'unité, l'on aura

ra $\frac{p-q}{q}$ pour celle de la Pompe ; & réciproquement si l'on prend la capacité (e) de la Pompe pour l'unité, l'on aura $\frac{q}{p-q}$ pour celle du Balon.

Exemple. Soit le raport donné de la masse de l'air naturel à celle de l'air resté dans le Balon de la Machine du vuide après 30 coups de piston, comme 18 à 1, c'est-à-dire, $a.x :: 18.1$. Et par conséquent aussi (*art.* 2. *avert.* 3.) le raport de leurs rarefactions :: 1. 18. Et qu'on demande le raport de la capacité du Balon à celle de la Pompe; je réponds que ce raport doit être environ comme 10 à 1, c'est-à-dire que la capacité du Balon doit être environ décuple de celle de la Pompe.

Car si l'on prend pour l'unité la masse de l'air rarefié au point qu'on le suppose dans la Machine en question après 30 coups de piston, c'est-à-dire $x = 1$, l'analogie $a.x :: 18.1$. donnée ci-dessus, rendra aussi $a = 18$. Ce qui donnera

$$ls - lr \left(\frac{la - lx}{n}\right) = \frac{l18 - l1}{30} = \frac{12552725}{30} = 418424\tfrac{1}{6}$$

pour le logarithme du raport $\frac{r}{s}$, lequel logarithme étant environ la difference des logarithmes de 11 & de 10, prouve que ce raport de s à r, est à peu près celui de 11 à 10. Ainsi en prenant 10 pour la capacité (r) du Balon, l'on aura environ 11 pour la somme (s) des capacitez de la Pompe & du Balon pris ensemble; & par conséquent le Balon sera environ décuple de sa Pompe.

Cette derniere conséquence suit encore du Co-

Corollaire (*art.* 8.) de ce Problême; puisqu'en ce cas l'on auroit environ $p. q :: 11. 10.$ Et par conséquent la capacité de la Pompe $= \frac{p-q}{q} = \frac{11-10}{10} = \frac{1}{10}$, en prenant celle du Balon pour l'unité; ou bien la capacité du Balon $= \frac{q}{p-q} = \frac{10}{11-10} = \frac{10}{1}$, en prenant celle de la Pompe pour l'unité. D'où l'on voit, dis-je, encore que la capacité du Balon doit être environ décuple de celle de la Pompe. *Ce qu'il falloit trouver.*

IX. *Schol.* Si outre les choses données dans ce Prob. 2. *art.* 7. l'on avoit aussi la capacité du Balon, celle de la Pompe se pourroit trouver encore autrement; ou si l'on avoit la capacité de la Pompe, celle du Balon se trouveroit encore aussi. Car la Regle de l'art. 4. donnant $la - lx = nls - nlr$, l'on auroit $\frac{la - lx}{n} + lr$ pour le logarithme (ls) de la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble. Ainsi tout y étant (*hyp.*) connu, cette capacité le seroit aussi. Il n'y auroit donc plus qu'à en retrancher, ou la capacité connue du Balon pour avoir celle de la Pompe, ou la capacité connue de la Pompe pour avoir celle du Balon.

PROBLEME III.

X. *Le raport de la Pompe au Balon étant donné, avec celui de l'air naturel à l'air restant; trouver le nombre des coups de piston necessaires, pour que ces raports se trouvent ensemble: par exemple, pour rarefier l'air en raison donnée dans une Ma-*

Machine pneumatique dont le Balon & la Pompe soient connus, ou d'une raison connue.

SOLUT. Les noms demeurant encore les mêmes que dans l'art. 3. & 4. l'on aura encore (*art.* 4.) $la - lx = nls - nlr$; & par conséquent $\frac{la - lx}{ls - lr} = n$. C'est-à-dire que comme le logarithme de la raison de la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble, à la capacité seule du Balon, est au logarithme de la raison de l'air naturel à l'air restant, ainsi l'unité est toûjours au nombre cherché des coups de pompe ; ou (ce qui revient au même) le quotient du second de ces logarithmes divisé par le premier, est toûjours égal à ce nombre cherché. Ce qui est la Regle de M. *Bernoulli*, & *ce qu'il falloit trouver.*

Exemple. Soit la capacité du Balon de la Machine pneumatique dont on veut se servir, décuple de celle de sa Pompe ; & qu'on demande le nombre des coups de piston necessaires pour y rarefier l'air 18 fois plus qu'il ne l'étoit avant que l'on pompât. Je réponds qu'il faudra environ 30 coups de piston pour cela.

Car puisque (*hyp.*) la capacité du Balon est décuple de celle de sa Pompe, si l'on prend celle-ci pour l'unité, celle (r) du Balon sera $= 10$; ce qui donnera leur somme $s = 11$. Pareillement puisqu'on veut que la rarefaction de l'air restant, soit à celle de l'air naturel contenu dans le Balon avant que de pomper :: 18. 1. la masse (x) de cet air restant doit réciproquement être (*art.* 2. *avertiss.* 3.) à celle (a) de cet air naturel :: 1. 18. De sorte qu'en prenant aussi

aussi $x = 1$, l'on aura de même $a = 18$. Donc en ce cas l'on aura $n \left(\frac{la - lx}{ls - lr}\right) = \frac{l18 - l1}{l11 - l13} =$

$$= \frac{12552725}{10413927 - 10000000} = \frac{12552725}{413927} = 30 + \frac{134915}{413927}.$$

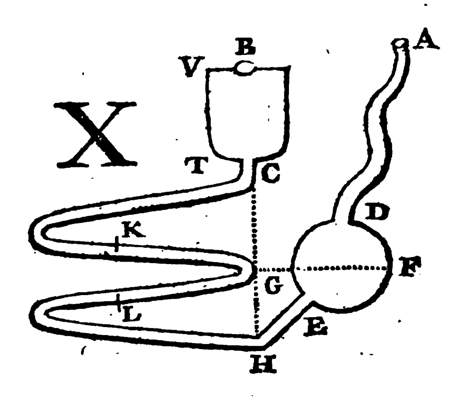
Ce qui signifie qu'il faut environ trente coups de piston, ou trente & un quart, pour rarefier l'air de la Machine supposée dans la raison que l'on demande.

Telle est la maniere de rendre exactes les experiences de la Machine pneumatique, qu'on suppose dans l'usage du Manometre dont il s'agit principalement ici, & dont on va donner la description.

§. II.

Manometre ou Machine pour trouver le raport des raretez ou raréfactions des Airs naturels d'un même lieu en différens temps, ou de différens lieux en même ou en différens temps; & même des Airs restez dans la même ou dans différentes Machines pneumatiques après quelque nombre que ce soit de coups de piston de chacune.

XI. Cette Machine est un Tuyau *CGHE*, qui porte à ses extrémitez deux ventres ou têtes *BC*, *DE*, dont la premiere *BC* doit être de figure cylindrique, pour en diviser plus aisément la capacité en parties égales à celles de ce tuyau, s'il est nécessaire de la diviser, comme il le seroit si la liqueur, dont ce tuyau doit être à demi rempli, pouvoit monter dans cette tête; ou du moins pour connoître plus aisément le raport de la capacité de cette même tête à celle de ce tuyau, ce qui seroit necessaire quand même il suffiroit de divi-

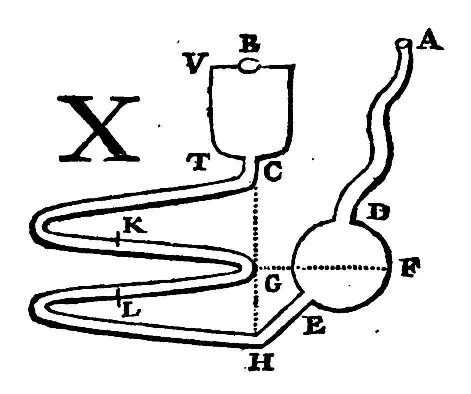


ſer la longueur de ce tuyau ſans diviſer la hauteur de ſa tête *B C*, comme il devroit ſuffire ſi la liqueur ne montoit jamais dans cette tête. La ſeconde *D E* ſera de telle figure qu'on voudra. Elles doivent être d'abord ouvertes toutes deux d'un petit trou en *B* & en *A*. Ce tuyau doit être replié en un paquet de la moindre hauteur poſſible : il n'importe de quelle maniére, pourvû qu'il ſoit toûjours en pente depuis le haut jusqu'au plus bas de ſes replis, c'eſt à dire ici, depuis *C* juſqu'en *H*; il faut pour la commodité du calcul, que l'axe ou les côtez de ſa tête cylindrique *B C* ſoient verticaux ; & que l'horizontale *G F* paſſe environ par le milieu de la longueur de ce tuyau & de ſa tête *D E*. Il doit être rempli d'une liqueur colorée, telle qu'eſt celle des Barometres doubles, juſqu'à environ ce milieu. Il faut enſuite ſcêler ou boucher fort exactement le trou *B*, & laiſſer l'autre *A* ouvert avec un bec fort long

long & fort délié pour rendre l'évaporation de la liqueur fort difficile, retortillé en plusieurs façons en cas que cette forme y puisse aussi contribuer: du moins elle n'y nuira pas. La capacité de la boule ou ventre *DE* doit être à peu près égale à celles du tuyau & de la tête *BC* prises ensemble: il vaut mieux qu'elle soit plus grande que plus petite; il doit y avoir une assez grande quantité de liqueur pour que la compression de l'air de la Machine causée par le froid, ou par le poids de l'air exterieur qui pese sur la liqueur, ou par tous les deux ensemble, ne fasse jamais descendre cette liqueur jusqu'en *H*, que je suppose le plus bas du tuyau, de peur qu'il n'y entre de l'air extérieur, qui (comme l'on va voir) romproit toutes les mesures de la Machine. Les capacitez du tuyau de cette Machine & de sa tête *BC*, doivent aussi être telles que l'air qui est dedans, ne s'étende pas tout à fait jusqu'au bas de ce tuyau dans sa plus grande dilatation, de peur qu'il ne s'échape par le bec *DA* qu'on suppose ouvert; ce qui seroit encore un inconvenient égal au premier. C'est-pourquoi ce tuyau ne sauroit être trop long ni trop délié, pourvû que la liqueur s'y puisse mouvoir comme dans les Baromêtres doubles ou Thermometres.

Au reste cette proportion des parties de nôtre Machine n'est pas si rigoureuse qu'il ne soit aisé de la connoître soit en Hyver, & soit en Eté par le moyen du Thermometre de *Florence*: & peut-être même en quelque temps que ce soit, en environnant ce Thermometre de glace qui le refroidisse autant que l'Hyver, & en l'approchant ensuite du feu, ou en le plongeant dans de l'eau chaude qui l'échauffe au-

 tant



tant & plus que l'Esté ; surtout en ajoûtant à la glace une colonne de mercure dans la branche de ce Thermometre par où l'air extérieur pese, laquelle soit égale ou même plus haute que la plus grande différence de hauteur qu'on ait observée jusqu'ici dans celui des Barometres ; & cela, pour suppléer à ce qu'il s'en faudroit alors que le poids de l'atmosphere ne fût aussi grand qu'on l'ait jamais observé. Ces deux extrémitez de compression & de dilatation de l'air du Thermometre de *Florence* feront aisément reconnoître les proportions suffisantes des parties de nôtre Machine, pour empêcher qu'il n'y entre ni sorte de l'air selon les différens temps, en quelque lieu qu'on *la* porte, qui font les deux inconveniens qu'il falloit éviter.

XII. Cette Machine ainsi décrite, voici les définitions de quelques termes qui servent à la démonstration de ses usages. L'espace *BCG*, que

que l'air resté dans cette Machine y occupoit au temps de sa construction, c'est à dire, le premier volume de cet air dans cette Machine, s'appellera son *volume primitif*, ou *espace primitif*; & l'espace, par exemple, *BCK* que le changement de temps y fera occuper à ce même air, s'appellera son *volume* ou *espace réduit*. La densité ou la rarefaction du volume primitif de l'air de la Machine, s'appellera aussi sa *densité* ou sa *rarefaction primitive*; & la densité ou la rarefaction de son volume réduit, s'appellera de même sa *densité* ou sa *rarefaction réduite*. Quant à la Machine X, on l'appellera *Manometre*, à cause qu'elle doit servir à mesurer la rarefaction de l'air extérieur, lequel s'appellera aussi *Air naturel*. C'est de ce que cette Machine fait le Barometre & le Thermometre tout ensemble à la maniére du Thermometre de *Florence*, qu'elle devient propre à cet usage: voici comment.

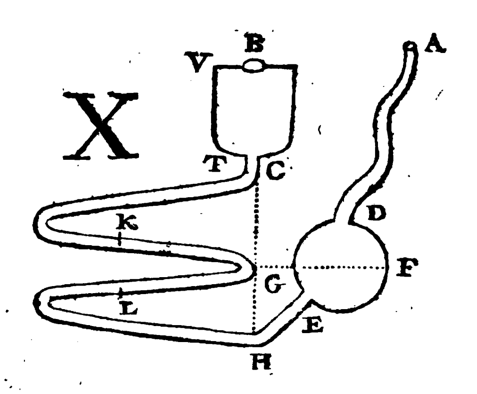
XIII. La maniére dont cette Machine vient (*art.* 11.) d'être remplie, fait assez voir que ce qu'il y a d'air dans l'espace primitif *BCG*, est homogene & semblable à celui du dehors, c'est à dire que cet espace contient un volume d'air naturel égal à *BCG*.

XIV. On voit aussi que lorsque la liqueur de ce tuyau sera à niveau, par exemple en *FG*, l'air *BCG* sera d'une rarefaction précisément égale à celle de l'air extérieur & naturel où se trouve pour lors la Machine. Car la colonne *GLH* soûtenant alors la colonne *FEH*, l'air *BCG* soûtiendra seul le poids de la colonne atmosphérique qui pese par le trou *A*. Donc cet air *BCG* sera pour lors autant comprimé par le

 poids

poids de l'atmosphere, que celui du lieu où se trouve le Manometre; & par conséquent la chaleur étant (*hyp.*) égale de part & d'autre, l'air *BCG* se trouve alors d'une condensation ou rarefaction précisément égale à celle de l'air extérieur.

XV. Il est vrai que lorsque la liqueur se



trouvera plus haute du côté de *G* que du côté de *F*, il s'en faudra précisément le poids de cette différence de hauteur, que l'air *BCG* ne soûtienne toute la colonne atmosphérique qui pese par le trou *A*; & si la liqueur se trouve plus haute du côté de *F* que du côté de *G*, outre la colonne atmosphérique, l'air *BCG* aura encore cette différence de hauteur à soûtenir, & en sera de cela plus comprimé que l'air extérieur. Mais cette différence de hauteurs de part & d'autre devant toûjours être moindre que *BH* qui sera aussi petite qu'on voudra, ou du moins à fort peu près, à cause des replis

du

du tuyau qui sont à discrétion, & presqu'aussi la hauteur de sa tête *BC*; cette différence de hauteurs n'est presque rien par rapport à celle d'une colonne de cette liqueur, capable de faire seule équilibre contre tout ce qu'il y a d'air qui pese par le trou *A*. Ainsi l'on peut sans beaucoup s'éloigner de la précision, regarder cette liqueur comme toûjours à niveau dans ce tuyau.

XVI. Or en cas on vient de voir (*art.* 14.) que l'air *BCG* seroit toûjours homogene & semblable à l'air du lieu où seroit le tuyau. Donc cette Machine est telle que, quelque changement qu'il arrive à l'air extérieur, l'air *BCG* sera toûjours d'une rarefaction ou condensation égale à celle de cet air extérieur; c'est à dire, homogene à l'air du lieu où le tuyau se trouvera. Et voilà à quoi sert que cette Machine fasse le Barometre & le Thermometre tout ensemble.

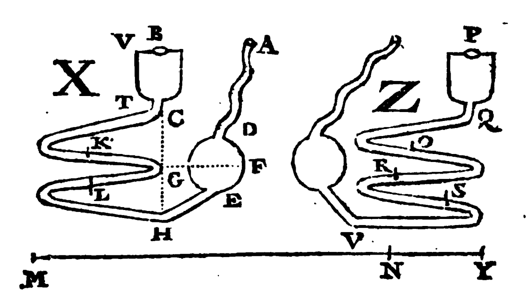
XVII. Il suit delà que lorsque le poids de l'air extérieur, ou la chaleur, ou tous les deux ensemble, feront que l'air *BCG* qui se terminoit auparavant en *G*, se termine par exemple en *K*; ce qu'il y avoit d'air dans *BCG*, se trouvera dans *BCK*, & cet air *BCK* sera homogene à l'extérieur qui environne alors le Manometre. Donc les masses, en pareils volumes, de cet air extérieur & de celui qui étoit d'abord en *BCG*, ou (ce qui revient au même) leurs densitez, seront alors entr'elles comme *BCG* à *BCK*, c'est à dire, comme l'espace primitif est à l'espace réduit. Ainsi en général on peut dire que *les densitez ou les masses en pareils volumes, des airs naturels de différens temps, sont toûjours en raison réciproque des espaces réduits d'un même Manometre, c'est-à-dire, en raison reciproque*

des espaces que ces airs extérieurs y font occuper à celui du tuyau; & par conséquent aussi leurs rarefactions en raison directe de ces espaces.

Par exemple, si dans le lieu *A* le premier Août 1704. le matin à 7 heures, l'air du Manometre X étoit en *L*; & que dans le lieu *B* le dernier Decembre à midi de la même année, cet air du Manometre X ait été en *K*; la densité de l'air extérieur ou naturel du premier Août 1704. à 7 heures du matin dans le lieu *A*, aura été à la densité de celui du dernier Decembre de la même année à midi, comme *BCK* à *BCL*; ou (ce qui revient au même) la rarefaction du premier aura été à celle du second, comme *BCL* à *BCK*. Et ainsi du reste, soit que *A* & *B* soient le même ou différens lieux.

XVIII. Voilà déja pour connoître avec un seul Manometre le raport des densitez ou des rarefactions des airs extérieurs & naturels de différens temps, soit en même ou en différens lieux. Mais pour avoir ce raport en différens lieux en même temps, ou plutôt pour l'avoir en général, il faut autant de ces Machines qu'il y aura de lieux dont on voudra comparer les densitez ou les rarefactions de l'air naturel & extérieur, savoir une en chacun de ces lieux: En voici la Regle.

Soient plusieurs Manometres X, Z, &c. remplis d'abord jusqu'en *G*, *R*, &c. d'un même air ou de différens airs quelconques, c'est à dire, d'airs pris en un ou en différens lieux, en un même ou en différens temps; lesquels Manometres soient ensuite transportez où l'on vou-



voudra : par exemple, X à *Paris*, & Z à *Rome*.

Soient m, μ, les masses ou quantitez d'air naturel laissées dans ces machines dans le temps de leur construction ; V, U, les volumes primitifs BCG, PQR, de ces masses, ou ce qu'elles y occupoient d'abord d'espace ; D, Δ, leurs densitez primitives, ou ce qu'elles en avoient alors ; u, v, leurs volumes réduits BCK, PQS, ou ce qu'elles y occupoient d'espace dans les lieux & dans les temps dont on veut comparer les expériences ; & d, δ, leurs densitez réduites, ou ce qu'elles y en avoient alors.

Manometres	X, Z.
Masses d'air comprises dans ces Manometres	m, μ.
Volumes primitifs de ces masses. . .	V, U.
Leurs densitez primitives.	D, Δ.
Leurs volumes réduits.	u, v.
Leurs densitez réduites.	d, δ.

 Cela

Cela posé, si l'on considére que la masse de quelque corps que ce soit, est toûjours comme le produit de son volume par sa densité, l'on aura $V \times D. U \times \Delta :: m. \mu : u\,d. v\,\delta$. Donc $\frac{V \times D}{u\,d} = \frac{U \times \Delta}{v\,\delta}$, ou $d. \delta :: \frac{V \times D}{u}. \frac{U \times \Delta}{u}$ sera une Regle générale par le moyen de laquelle le même ou différens Manometres donneront le raport des densitez, & par conséquent aussi des rarefactions des airs naturels d'un même lieu en différens temps, ou de différens lieux en même ou en différens temps.

REGLE.

$$d. \delta :: \frac{V \times D}{u}. \frac{U \times \Delta}{v}.$$

Si l'on doutoit que les masses fussent comme les produits de leurs volumes par leurs densitez, il n'y auroit qu'à supposer,

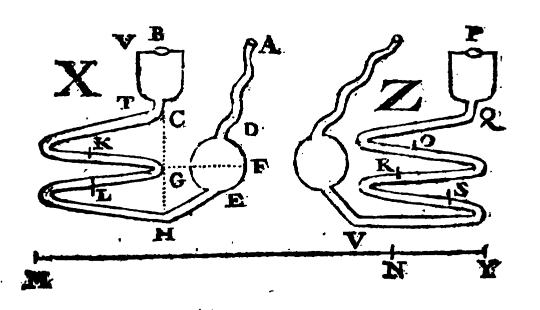
Trois masses . . . . m, M, μ.
Dont les volumes fussent . . . . u, u, v.
Et les densitez . . . . d, δ, δ.

Alors on auroit $\begin{cases} m. M :: d. \delta. \\ M. \mu :: u. v. \end{cases}$

Donc aussi $m. \mu :: u. d. v\,\delta$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

XIX. Pour faire usage de la Regle précédente, & en tirer tous les raports dont on vient de parler, il faut premiérement considerer que la graduation du Manometre X donnant en nombres le raport de l'espace ou volume primitif *BCG* (V) à l'espace ou volume réduit *BCK* (u); donne toûjours en nombres la valeur de la fraction $\frac{V}{u}$. Par la même raison la gra-

graduation du Manometre Z donnera aussi toûjours en nombres la valeur de la fraction $\frac{v}{v}$. Ainsi dans la Regle précédente (*art.* 18.) $d. \delta :: \frac{V}{u} \times D. \frac{v}{v} \times \Delta$. il n'y a plus qu'à trouver le raport des densitez primitives, D, Δ, pour avoir celui qu'on cherche entre les densitez réduites d, δ, c'est à dire, entre les densitez des airs extérieurs & naturels des lieux & des temps dans lesquels les Manometres X & Z ont donné les espaces réduits BCK (u) & PQS (v) où l'air de ces Machines se trouvoit avoir ces densitez réduites.



Secondement pour avoir le raport des densitez primitives D, Δ, que cet air avoit dans ces Manometres au temps de leur construction, il faut aussi considérer qu'en rassemblant ces Manometres dans un même lieu, & en les y observant en même temps, les densitez réduites de l'air qu'ils renferment, se trouvant alors

(*art.* 16.) égales à celle de l'air extérieur où ils se trouvent, elles doivent alors être égales entr'elles, c'est à dire que $d = \delta$. Donc aussi pour lors (*art.* 18.) $\frac{V}{u} \times D = \frac{v}{v} \times \Delta$, ou $D.\Delta :: \frac{v}{v}.\frac{V}{u}$. Ainsi les fractions $\frac{v}{v}$, $\frac{V}{u}$, résultantes de cette derniére observation faite sur les deux Manometres X & Z à la fois, c'est à dire en même lieu & en même temps quelconques, se trouvant en nombres par le moyen des graduations de ces Manometres, suivant ce qui vient d'être dit ; l'on aura aussi pour lors le raport des densitez primitives D, Δ, des airs des Manometres X, Z, en quelque différence de temps & de lieux qu'ils aient été remplis.

Donc en comparant ensuite tout ce qu'on peut avoir fait d'expériences avec ces deux Manometres en quelque différence de lieux & de temps que ce soit, la Regle $d.\delta :: \frac{V}{u} \times D.\frac{v}{v} \times \Delta$. de l'art. 18. donnera aussi le raport des densitez d, δ, qu'avoient alors les différens airs de ces Manometres, & par conséquent aussi (*art.* 16.) les différens airs extérieurs & naturels des lieux & des temps où ces expériences auront été faites. *Ce qu'il falloit trouver.*

Par exemple, soit l'air du Manometre Z observé à *Rome* en *S* le dernier Août 1704. à midi, & celui du Manometre X observé à *Paris* en *K* le premier Decembre de la même année à 10 heures du matin, ensorte que les graduations de ces Manometres donnent $PQS = \frac{1}{4}PQR$, & $BCK = \frac{1}{3}BCG$: c'est à dire

dire (*art.* 18.) $v = \frac{5}{4}U$, & $u = \frac{2}{3}V$. En ce cas l'on aura $\frac{U}{v} = \frac{4}{5}$, & $\frac{V}{u} = \frac{3}{2}$; ce qui étant substitué dans l'Analogie générale $d.\ \delta :: \frac{V}{u} \times D.\ \frac{U}{v} \times \Delta.$ de l'art. 18. donnera $d.\delta :: \frac{3}{2} D.\ \frac{4}{5} \Delta ::$ $15 D.\ 8 \Delta.$ pour l'expression du raport cherché entre les densitez d, δ, où l'air des Manometres X & Z étoit réduit à *Paris* & à *Rome* dans les temps précédens; de laquelle expression les densitez primitives D, de ce même air, restent encore à chasser par la substitution de l'expression de leur raport.

Pour cela, soit le Manometre Z, qui étoit à *Rome*, apporté à *Paris* avec le Manometre X; & que l'air de celui-ci & de l'autre y soit observé en même lieu & en même temps quelconque, par exemple le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, en L & en O, ensorte que BCL soit $= \frac{6}{5} BCG$; & $PQO = \frac{1}{2} PQR$: c'est à dire (*art.* 18.) $u = \frac{6}{5} V$, & $v = \frac{1}{2} U$; ou $\frac{V}{u} = \frac{5}{6}$, & $\frac{U}{v} = 2$. La Regle ou Analogie générale $d.\delta :: \frac{V}{u} \times D.\ \frac{U}{v} \times \Delta.$ de l'art. 18. donnera ici $d.\delta :: \frac{5}{6} D.\ 2 \Delta ::\ 5 D.\ 12 \Delta.$ Mais les densitez réduites d, δ, dont il s'agit ici, ayant été (*hyp.*) observées en même temps au même endroit de *Paris*, doivent (*art.* 16.) être égales chacune à celle de l'air extérieur de ce temps en cet endroit; & par conséquent aussi égales entr'elles. Donc l'on aura pareillement ici $5 D = 12 \Delta$; ce qui donne $D \Delta :: 12.5$. D'où

S 7 l'on

l'on voit qu'en quelque lieu & en quelque temps que les Manometrès X & Z ayent été construits, les densitez primitives D, Δ, de l'air qu'ils contiennent, c'est-à-dire, les densitez des airs extérieurs des lieux & des temps où ces Manometres ont été faits, étoient comme 12 à 5. lorsque ces airs y furent enfermez.

Le raport de ces densitez primitives D & Δ, étant ainsi trouvé, il n'y a plus qu'à substituer leurs expressions 12 & 5 dans l'Analogie $d. \delta :: 15 D. 8 \Delta$. trouvée ci-dessus pour l'expression du raport des densitez cherchées d, δ, de l'air des Manometres X, Z, ou des airs extérieurs de l'endroit de *Paris* où étoit le Manometre X le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, & de l'endroit de *Rome* où étoit le Manometre Z le dernier Août à midi de la même année; & l'on aura enfin pour ces mêmes densitez cherchées $d. \delta :: 15 \times 12. 8 \times 5 :: 180. 40 :: 9. 2.$

Ainsi nonobstant la différence des airs dont les Manometres X & Z peuvent avoir été remplis, selon la différence des temps & des lieux où ils l'ont été; non-seulement l'expérience faite sur tous les deux en même temps à *Paris*, savoir le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, donne le raport des densitez primitives de ces airs, comme 12 à 5; mais encore cette expérience jointe aux deux premiéres faites, l'une à *Paris* avec le Manometre X le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, & l'autre à *Rome* avec le Manometre Z le dernier Août de la même année 1704. à midi, fait voir

voir que dans ces deux expériences-ci faites en ces différens temps à *Paris* & à *Rome*, la densité réduite de l'air du Manometre X à *Paris*, étoit à la densité réduite de l'air du Manometre Z à *Rome*, comme 9 à 2 : Et par conséquent aussi (*art.* 16.) que la densité de l'air extérieur & naturel de l'endroit de *Paris* où étoit le Manometre X à 10 heures du matin le premier Decembre 1704. étoit à la densité de l'air naturel de l'endroit de *Rome* où étoit le Manometre Z le dernier Août de la même année à midi, comme 9 à 2 ; ou (ce qui revient au même) que la rarefaction de l'air de *Paris* étoit à celle de l'air de *Rome*, comme 2 à 9.

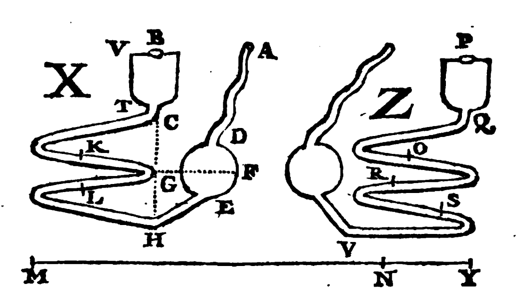
XX. Voilà de quelle maniére des expériences faites en différens temps & en différens lieux avec différens Manometres, donneront le raport des densitez ou des rarefactions de l'air naturel des lieux & des temps où ces expériences auront été faites, quelle qu'ait été la différence des densitez ou des rarefactions primitives de l'air de ces deux Manometres, c'est-à-dire, en quelque différence de temps ou de lieux qu'ils en ayent été remplis au temps de leur construction. Mais le calcul en seroit de la moitié plus court, & il ne seroit plus besoin de rassembler ces Manometres dans un même lieu pour les y observer en même temps, & pour en déduire (comme ci-dessus *art.* 19.) le raport des densitez primitives de l'air qu'ils contiennent, si cet air y avoit été enfermé en même temps & en même lieu : car cet air se trouvant alors le même dans ces Manometres X,

Z,

Z, les densitez primitives en seroient aussi les mêmes; ce qui dans toutes les expériences faites en telle différence de temps & de lieux qu'on voudroit avec ces Manometres remplis d'un même air, donneroit toûjours & partout $D = \Delta$. Donc avec de tels Manometres la Regle générale $d. \delta :: \frac{V}{u} \times D. \frac{v}{v} \times \Delta$. de l'art. 18. se changera en celle-ci $d. \delta :: \frac{V}{u}. \frac{v}{v}$. De sorte qu'en quelque temps & en quelque lieu qu'on s'en serve, il n'y aura que les valeurs ou le raport des fractions $\frac{V}{u}$, $\frac{v}{v}$, à trouver pour avoir celui des densitez d, δ, ou des rarefactions des airs extérieurs & naturels de ces pays en ces temps-là; au lieu qu'avec d'autres Manometres remplis de différens airs, il faudroit chercher de plus le raport des densitez primitives de ces airs; ce qui (comme l'on vient de voir *art.* 19.) doubleroit le calcul. Pour ce qui est de la valeur ou du raport des fractions $\frac{V}{u}$, $\frac{v}{v}$, les graduations des Manometres le donneront en nombres comme dans l'art. 19. Et avec cela seul l'analogie précédente $d. \delta :: \frac{V}{u}. \frac{v}{v}$. donnera aussi en nombres le raport des densitez d, δ, ou des rarefactions des airs naturels des lieux & des temps où les Manometres remplis d'un même air quelconque, auront servi à faire les expériences à comparer.

Par exemple, soient présentement les Manometres X & Z de *Paris* & de *Rome*, rem-

plis



plis d'un même air, c'eſt-à-dire, d'un air pris en même temps & en même lieu dans le temps de leur conſtruction en ce même lieu, d'où ils ayent enſuite été tranſportez, l'un à *Paris*, & l'autre à *Rome*. Suppoſons que l'air du Manometre X ait été obſervé à *Paris* en *K* dans le temps *t*, & que celui du Manometre Z l'ait été en *S* à *Rome* dans le temps θ: enſorte que les graduations de ces Manometres donnent encore $BCK = \frac{2}{3}BCG$, & $PQS = \frac{5}{4}PQR$: c'eſt-à-dire (*art.* 18.) $u = \frac{2}{3}V$, & $v = \frac{5}{4}U$; ou $\frac{V}{u} = \frac{3}{2}V$, & $\frac{U}{v} = \frac{4}{5}$. Donc ſuivant l'analogie précédente $d.\delta :: \frac{V}{u}.\frac{U}{v}$. l'on aura $d.\delta :: \frac{3}{2}.\frac{4}{5} :: 15.8$. Ce qui ſignifie que la denſité de l'air extérieur & naturel du temps *t* à *Paris*, étoit à celle du temps θ à *Rome* (c'eſt-à-dire des endroits de *Paris* & de *Rome*, où étoient alors les Manometres X & Z) comme 15 à 8. De ſorte

que

que si *t* & *θ* signifient le même temps, par exemple, le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin; on pourra dire qu'alors la densité de l'air naturel de *Paris* étoit à la densité de l'air naturel de *Rome*, comme 15 à 8. Pareillement si *t* signifie encore le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, mais que *θ* signifie le dernier Août de la même année à midi; il faudra dire encore que le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, la *densité* de l'air naturel de *Paris*, étoit à celle de l'air naturel de *Rome* du dernier Août à midi de la même année, comme 15 à 8; ou que les rarefactions de ces airs différens y étoient comme 8 à 15. Il en est ainsi de tous les autres lieux, soit en même ou en différens temps.

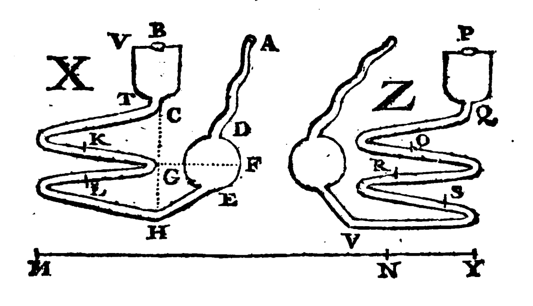
XXI. Pour ce qui est du raport des densitez ou des rarefactions de l'air naturel d'un même lieu en différens temps, on le trouvera encore de la même maniére avec différens Manometres remplis d'un même air, c'est-à-dire, d'un air pris en même temps & en même lieu.

Par exemple, si l'on veut que la Machine Z, au lieu d'être à *Rome*, soit aussi à *Paris* avec la Machine X, & que l'air de cette Machine Z y soit encore en *S* le dernier Août 1704. à midi; il faudra encore dire qu'à *Paris* la densité de l'air naturel du premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, étoit à celle que ce même air y avoit le dernier Août de la même année à midi, comme 15 à 8.

XXII. Le raport des densitez ou des rarefactions de l'air exterieur & naturel d'un même ou de différens lieux en différens temps, se peut

peut encore trouver avec le seul Manometre X. Car cette supposition rendant $V=U$, à cause que ces volumes primitifs V, U, se trouvent alors le même BCG; la Regle ou l'analogie $d. \delta :: \frac{V}{u}. \frac{U}{v}.$ de l'art. 20. donnera pour lors $d. \delta :: \frac{V}{u}. \frac{U}{v} :: v. u.$ c'est-à-dire (*art.* 18.) que les densitez réduites de l'air du Manometre X, ou celles de l'air naturel des temps & des lieux où l'on s'en sert, sont toûjours entr'elles en raison réciproque des volumes ou des espaces réduits que l'air de cette Machine y occupe alors, ainsi que nous l'avons déja trouvé ci-dessus art. 17.

Par exemple, si après avoir observé l'air du Manometre X en *K* dans le lieu *A* le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, en sorte que BCK se soit trouvé $=\frac{2}{3}BCG$; on transporte ce Manometre dans le lieu *B*, &



qu'on

qu'on y obſerve l'air en *L* le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, enſorte que *BCL* ſoit = $\frac{6}{5}$ *BCG*: Alors (en prenant encore *d*, δ, ſuivant l'art. 18. pour les denſitez réduites de l'air du Manometre X dans les eſpaces réduits *BCK*, *BCL*,) on aura *d*. δ :: *BCL*. *BCK* :: $\frac{6}{5}$ *BCG*. $\frac{2}{3}$ *BCG* :: $\frac{6}{5}$. $\frac{2}{3}$ :: 18. 10 :: 9. 5. Et par conſéquent auſſi la denſité de l'air extérieur & naturel du lieu *A* le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, ſeroit à la denſité de l'air naturel du lieu *B* le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, comme 9 à 5. De ſorte que ſi *A* & *B* ne ſont que le même lieu, par exemple, le même endroit de *Paris*, il faudra dire qu'en cet endroit de *Paris* la denſité de l'air extérieur & naturel du premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, aura été à celle de l'air naturel du 15. Avril 1705. à 8. heures du matin en ce même endroit de *Paris*, comme 9 à 5. Ou (ce qui revient au même) que dans ces deux temps les rarefactions de l'air extérieur & naturel de cet endroit de *Paris*, étoient comme 5 à 9. Il en eſt ainſi d'une infinité d'autres exemples qu'on pourroit encore apporter de tout ceci.

XXIII. Il n'y a donc plus qu'à diviſer exactement chacun des eſpaces *BCGH*, *PQRV*, &c. depuis le plus haut *B*, *P*, &c. juſqu'au plus bas *H*, *V*, &c. des Manometres X, Z, &c. de la maniére que voici pour le Manometre X, dont (*hyp.*) *G* eſt le terme inférieur de l'eſpace primitif *BCG*.

Imaginons d'abord une ligne droite *MN* égale à la longueur de la partie du tuyau *CKG*; prolongeons enſuite cette ligne du côté de *T*, d'une

d'une quantité *NY* à laquelle soit *MN*, comme la capacité de cette partie *CKG* du tuyau est à la capacité de toute sa tête *BC*. Soit ensuite la ligne entiere *MY* divisée en autant de parties égales que faire se pourra sans confusion, en commençant à compter 1, à la premiére division du côté de *Y*, & en continuant de suite par 2, 3, 4, 5, 6, &c. jusqu'à *M* selon l'ordre des nombres naturels.

Cette ligne *MY* étant ainsi divisée & marquée, il faudra en porter les divisions & les marquer sur une autre ligne qui suive tous les contours *CKGH* du tuyau du Manométre X, & tracée sur la planche contre laquelle il doit être appliqué. Le point de cette seconde ligne, qui sera vis à vis de *G*, doit être marqué du même chiffre que le point *M* de la premiére ligne *MY*; lequel chiffre doit être celui du nombre des parties dans lesquelles cette ligne *MY* aura été divisée: par exemple 100, si cette ligne a été divisée en 100 parties égales; 1000, si elle a été divisée en 1000; & ainsi de tout autre nombre de parties égales dans lesquelles on pourroit l'avoir divisée. Supposons qu'elle l'ait été en 100; & qu'ainsi le point *M* de la ligne *MY*, soit marqué 100; & tous les points de division depuis celui-là jusqu'au dernier qui précede immédiatement *Y*, soient marquez de suite par 99, 98, 97, 96, &c. jusqu'à cette derniére division qui sera marquée 1. Le point *G* de la ligne qui suit tous les contours du tuyau du Manometre X, doit donc ici être marqué par le nombre 100; la division suivante du côté de *C*, marquée par 99; celle d'après, vers *C* encore, marquée par 98; & ainsi de suite

suite jusqu'en *C*, par 97, 96, 95, 94, &c. en rétrogradant selon l'ordre renversé des nombres naturels: de sorte que si le bout *NY* de la ligne *MY*, contient par exemple, 15 parties de la division supposée; la marque 15 du point *N*, devra aussi être celle du point *C* du Manometre.

On en demeureroit là du côté de *C*, si l'on étoit sûr que la liqueur ne pût monter dans la tête *BC* du Manometre; mais si elle peut y monter, il faudra diviser aussi la hauteur *TV* de cette tête en autant de parties égales entr'elles que *NY* en contient de celles de la ligne *MN* ou *CKG*, par exemple ici en 15; la premiére division d'après *T* vers *V*, doit être marquée par 14; la suivante encore vers *V*, marquée par 13; & ainsi de suite jusqu'à la derniére qui précéde immédiatement le point *V*, laquelle seroit enfin marquée par 1, si la compression de l'air pouvoit se réduire jusques-là. Mais cela est si éloigné de la vrai-semblance, que la plûpart de ces derniéres divisions paroissent assez inutiles: de sorte qu'elles ne semblent devoir être continuées jusqu'à cette extrémité, que dans l'incertitude du petit espace auquel l'air du Manometre peut être réduit. Il est pourtant à remarquer que quand on seroit sûr de celles qui doivent être inutiles, il ne faudroit pas laisser de les faire, parcequ'elles peuvent servir à regler les autres.

Après avoir reglé les divisions du Manometre X depuis *G* jusqu'en *B*, c'est-à-dire, de tout son espace primitif *BCG*: Il faut maintenant regler celles du reste *GLH* de son tuyau jusqu'au plus bas *H* de tous ses points. Il n'y a

a qu'à diviser le reste depuis *G* jusqu'en *H*, de la ligne qu'on suppose suivre tous les contours de ce tuyau sur la planche où il est appliqué; en parties égales à celles de son autre partie *CKG*; après cela, marquer par 101, la premiére division qui suit immédiatement le point *G* vers *H*; marquer par 102, la suivante encore vers *H*; celle d'après, par 103; & ainsi de suite jusqu'en *H* par 104, 105, 106, &c. de sorte que si la capacité de *GLH* se trouve égale à celle de *GKCB*, le point *H* aura 200 pour sa marque; & avec de telles divisions ainsi marquées le Manometre X sera gradué d'une maniére propre à s'en servir comme ci-dessus. On gradûra de même le Manometre Z, & tel autre qu'on voudra.

Il est pourtant ici à remarquer que si au lieu de prendre la droite *MN* égale à la longueur de la partie *CKG* du tuyau du Manometre X, on l'eût prise égale à sa longueur *CKGLH*, & que l'on eût divisé (comme l'on vient de faire) *MY* en parties égales entr'elles, l'on auroit trouvé tout d'un coup toutes les divisions de cette longueur de tuyau *CKGLH*, comme l'on vient de trouver celles de sa partie *CKG*. Mais alors le commencement *G* de son espace primitif *BCKG* auroit pû se trouver marqué d'une fraction qui auroit rendu le calcul moins facile qu'il ne l'est par le nombre entier qui s'y trouve toûjours suivant la division précédente; c'est pour cela qu'on l'a préferée à celle-ci.

Il est encore à remarquer qu'on suppose par tout ici que le tuyau *CKGLH* est de même diamètre dans toute sa longueur; ce qui se peut véri-

vérifier par l'expérience. Et en cas qu'il ne le soit pas, on le divisera en le remplissant de quelque liqueur, comme de vif argent, par portions égales entr'elles, si petites qu'on voudra pour le diviser en plus de parties : la tête *BC*, quelle qu'elle soit, se divisera de même en parties égales à celles-là. Il en est ainsi du Manometre Z, & de tel autre qu'on voudra.

USAGE DU MANOMETRE

Pour vérifier les expériences de la Machine pneumatique.

XXIV. Entre plusieurs usages que le Manometre peut avoir dans la Physique, un des principaux c'est de pouvoir servir à vérifier & à répéter au juste, ou du moins à fort peu près, les expériences de la Machine pneumatique, en y joignant la Regle de l'art. 4. ci-dessus, par laquelle on a vû (*art.* 5.) qu'on peut déterminer de combien l'air qui reste dans cette Machine du vuide, après tel nombre de coups de piston qu'on aura voulu, y est plus rarefié qu'auparavant.

Il est manifeste que des expériences qui ne dépendent que de la rarefaction de l'air, réussiroient toûjours également si on savoit les faire dans des airs également rarefiez ; & que faute de cette justesse ces expériences répétées doivent différer d'autant plus entr'elles, qu'elles se feront dans des airs de raréfactions plus inégales. Ainsi quand une telle expérience avancée par un Auteur ne nous réussiroit pas, quelque soin que nous eussions pris à la faire, il ne faudroit pas pour cela le condamner, mais seulement

lement douter si nous avons porté l'air de nôtre Machine pneumatique au même degré de rarefaction, auquel il étoit dans celle de cet Auteur lorsqu'il y a fait cette expérience. Pour l'y porter il faudroit que cet Auteur nous donnât les capacitez de la pompe & du balon de sa Machine pneumatique, ou seulement leur raport, avec le nombre des coups de piston donnez dans son expérience; & cela joint au Manometre & à la Regle dont je viens de parler, nous donneroit le nombre des coups de piston nécessaires pour réussir dans quelqu'autre Machine pneumatique que ce fût, dont les capacitez de la pompe & du balon seroient pareillement connues, ou du moins leur raport: Voici comment.

Les capacitez de la pompe & du balon de la Machine pneumatique de l'Auteur dont il s'agit ici, étant connues ou seulement leur raport, avec le nombre des coups de piston qu'il aura donnez dans son expérience, la Regle de l'art. 4. dont je viens de parler, donneroit comme dans le Prob. 1. art. 5. le raport des raretez ou rarefactions de l'air resté dans cette Machine, & de l'air exterieur du lieu où elle avoit été remplie. Ensuite par le moyen du Manometre, on connoîtroit aussi de la maniére qu'on le vient de voir dans les art. 19. 20. 21. & 22. le raport des rarefactions de cet air exterieur du lieu, par exemple de *Londres*, où cette experience auroit été faite, dans le temps qu'elle y a été faite, & de l'air exterieur du lieu, par exemple de *Paris*, & du temps où on la veut répéter. Ainsi par le moyen de la Regle de l'art. 4. & de nôtre Manometre, on connoîtra déja le raport des rarefactions de l'air resté dans

la Machine du vuide à *Londres* où l'on suppose que l'experience a été faite, & de l'air exterieur du lieu de *Paris* où l'on veut la répéter dans le temps qu'on l'y veut répéter. Enfin par le Prob. 3 art. 10. de la Regle de l'art. 4. on connoîtroit aussi le nombre des coups de piston néceſſaires pour donner à l'air de telle autre Machine pneumatique dont on voudroit se servir à *Paris*, & dont les capacitez du balon & de la pompe seroient données, ou seulement leur raport, une rarefaction qui seroit à celle de l'air exterieur du lieu où l'on voudroit répéter cette experience, en même raison que celle qu'on auroit déja trouvée entre les rarefactions de l'air resté dans la Machine pneumatique de *Londres*, & de ce même air exterieur de *Paris*. Donc par le moyen de cette Regle & du Manometre, on sauroit le nombre des coups de piston néceſſaires pour réduire l'air de la Machine pneumatique de *Paris*, où l'on veut répéter l'experience de *Londres*, au même degré de rarefaction auquel il étoit dans celle de *Londres* lorsque cette experience y a été faite. Par conséquent alors cette experience, qu'on suppose ne dépendre que de la rarefaction de l'air, se trouveroit la même à *Paris* qu'à *Londres*.

XXV. On trouvera de même le nombre des coups de piston néceſſaires pour donner à l'air de la Machine pneumatique de *Paris*, une rarefaction qui soit à celle de l'air resté dans la Machine pneumatique de *Londres*, en telle raison qu'on voudra : puisqu'ayant trouvé (comme ci-deſſus *art.* 24.) le raport des rarefactions de l'air resté dans cette Machine de *Londres*, & de l'air exterieur de *Paris*, qu'on veut rarefier

en

en raiſon donnée par raport à celui-là; l'on aura pareillement le raport des rarefactions de cet air exterieur, & de l'air qui doit reſter pour cela dans la Machine pneumatique de *Paris*; & par conſéquent auſſi (*Prob*. 3. *art*. 10.) le nombre des coups de piſton de cette Machine, pour y donner à l'air une rarefaction qui ſoit à celle de l'air reſté dans la Machine de *Londres*, en la raiſon ſouhaitée.

On trouvera encore de même le raport des rarefactions des airs reſtez en differens temps & en differens lieux dans la même ou dans differentes Machines pneumatiques après un nombre quelconque de coups de piſton de chacune, les raports de leurs pompes à leurs balons étant auſſi donnez avec le nombre des coups de piſton de chacune, & avec l'état des Manometres dans ces differens temps & lieux. Car le Prob. 1. art. 5. donnant alors le raport de l'air reſté dans chacune de ces Machines pneumatiques, à l'air naturel & exterieur du lieu & du temps où l'on a fait l'experience; & les Manometres donnant auſſi, comme dans les art. 19. 20. 21. & 22. le raport de ces airs naturels & exterieurs, ou de leurs rarefactions; l'on aura par conſéquent par le tout enſemble le raport des airs reſtez, ou de leurs rarefactions dans ces differentes Machines pneumatiques, ou dans la même, en même lieu & en differens temps, ou en differens lieux, en même ou en differens temps, quel qu'ait été le nombre des coups de piſton de chacune.

Avertiſſement.

XXVI. Il eſt facile de voir par ce que l'on vient de dire de quelle conſéquence il eſt pour

la Physique, que les Auteurs qui nous donnent de telles experiences, y joignent aussi les capacitez de la pompe & du balon de chacune de leurs Machines pneumatiques, c'est-à-dire, ce qu'il reste de ces capacitez qui contient de l'air lorsque le piston est le plus enfoncé, & de combien ce reste de capacité augmente lorsqu'on retire le piston; & qu'ils y ajoûtent aussi le nombre des coups de piston donnez dans chacune de ces experiences, avec l'état où l'air se trouvoit alors dans leurs Manometres comparez aux nôtres, comme ci-dessus art. 19. & 20. afin de pouvoir répéter & verifier leurs experiences en tel lieu & en tel temps qu'on voudra.

Au reste, quoique les raports ou les proportions trouvez dans tout ceci, suivent exactement de la Physique qu'on y suppose: cependant comme cette Physique n'est pas précisément dans les conditions d'où on la tire, mais seulement à peu près, ainsi que je l'ai marqué dans l'art. 15. ces raports ou proportions ne doivent aussi être pris qu'à peu près, & non en rigueur géometrique; ce qu'on trouvera peut-être encore d'une grande justesse pour de la Physique aussi composée que celle-ci. La dexterité de l'Ouvrier est sur tout nécessaire pour executer exactement la construction du Manometre, dont l'exécution fournira peut-être des observations qui serviront à le perfectionner: je le souhaite pour l'avancement de la *Physique*, & je n'y prétens d'autre part que celle d'y avoir fait penser.

OB-

OBSERVATIONS SUR LES MALADIES DES PLANTES.

Par M. TOURNEFORT.

* TOUS les corps organiſez ſont ſujets à certains changemens que l'on peut appeller maladies, par rapport à leur état naturel. Un arbre, par exemple, dont le tronc ſe pourrit, ou qui perd ſes feuilles avant la ſaiſon eſt malade, parce qu'on ne l'appelle ſain que lorſque ſes parties ſont bien conditionnées.

On peut rapporter les maladies des Plantes aux cauſes ſuivantes. 1°. A la trop grande abondance du ſuc nourricier. 2°. Au défaut ou manque de ce ſuc. 3°. A quelques mauvaiſes qualitez qu'il peut acquerir. 4°. A ſa diſtribution inégale dans les differentes parties des Plantes. 5°. Enfin à des accidens exterieurs.

La trop grande abondance de ſuc nourricier le fait ſortir de lui-même hors de ſes vaiſſeaux: ainſi les eſpeces de Pins diſtillent naturellement preſque pendant toute l'année. L'épanchement eſt encore plus grand, ſi l'on fait des inciſions à ces arbres à coups de hache. La liqueur qui en découle s'appelle Terebentine lorſqu'elle conſerve ſa fluidité, & Galipot ou Réſine quand elle

* 14. Novembre 1705.

elle devient ſolide: mais ſi ce même ſuc faute de vîteſſe ſe grumelle dans ſes propres tuyaux; s'il eſt obligé de s'y arrêter parcequ'ils ſont devenus craſſeux, & par conſéquent plus étroits qu'ils n'étoient; alors le ſuc qui continue de monter de la racine s'imbibe peu à peu dans les trachées, que l'on peut appeller les poûmons des Plantes, il en interrompt le commerce de l'air; & la circulation étant interceptée, ces arbres ſont ſuffoquez, & meurent par la même raiſon que les animaux que l'on étouffe.

Les Sapins ne ſont pas ſujets à cette maladie. Leur ſuc nourricier eſt moins abondant, plus fluide, & les vaiſſeaux qui traverſent l'écorce de ces arbres ſont plus gros: cette écorce eſt moins épaiſſe auſſi, d'où vient que dans le Printemps on voit les Sapins qui l'ont unie, & ſans crevaſſes, couverts de veſſies groſſes comme des noix. On peut comparer ces veſſies aux varices qui s'élevent ſur les jambes de pluſieurs perſonnes. Celles du Sapin ſont de veritables dilatations des vaiſſeaux qui avoient le plus de ſoupleſſe, & qui ont le moins réſiſté au cours du ſuc nourricier. La plûpart ſont ovales, rangées en travers, & pleines d'une excellente Terebentine plus claire, plus fluide que l'ordinaire, & qui ſent l'écorce de citron comme le baume du Levant.

Dans les pays chauds la trop grande abondance de ſéve produit au bout des branches des arbres que l'on taille en buiſſon, des tumeurs d'une ſubſtance ſpongieuſe qui ſe carie facilement, & ces arbres en portent bien moins de fruit. Si l'on coupe du bois plus qu'il ne faut aux arbres à haute tige, ils donnent peu de fruit;

par-

parceque la féve trop abondante par rapport au bois qu'elle doit nourrir ne fait pousser que de nouvelles branches, au lieu de faire fleurir les vieilles dont les vaisseaux sont plus difficiles à pénétrer; ainsi le grand secret dans la culture des arbres fruitiers, c'est de ne couper que les branches qui se croisent, & qui les rendroient difformes; mais les mains démangent aux curieux.

La langueur & la mort de plusieurs Plantes montrent bien que le suc nourricier commence à leur manquer. Les feuilles ne jaunissent, ne se fanent, & ne tombent hors de leur saison que faute de nourriture, soit qu'elle leur soit dérobée par les petits vers qui s'y attachent, soit que le mal vienne des racines. Ces parties perdent peu à peu leur ressort. Elles se carient, se chancissent, & leurs couloirs se remplissent d'un certain limon qui empêche la filtration des sucs propres pour les autres parties. Si les racines se carient, le fumier de Vache ou de Cochon les rétablit, & arrête la carie, de même que le Storax liquide arrête la gangrene des animaux. Si elles sont chancies, il n'y a qu'à les bien laver dans l'eau claire pour détacher & entraîner tous ces petits filets de mousses qui commençoient à s'y engendrer. Pour ce qui est du limon qui fait le relâchement des fibres, & ensuite des obstructions, le terreau & la fiente de pigeon y remedient. La cendre de vigne, la chaux, la fiente de poule & de pigeon mêlées en Automne avec la terre qui couvre les racines des Oliviers & des Orangers paresseux, les excitent à fleurir & à porter des fruits: mais ces sortes de remedes ne conviennent pas à toutes sortes de Plantes. L'urine, l'eau de chaux,

l'eau de fumier un peu trop forte, les couches même trop chaudes deſſechent & brûlent, comme l'on dit, le chevelu des racines.

Ce n'eſt pas ici le lieu de parler de la mauvaiſe qualité de la féve, qui vient du défaut des terres ; je réſerve cette diſcuſſion pour un Traité d'Agriculture raiſonnée qui eſt déja fort avancé. Je ne parlerai donc que d'un vice qui rend les Plantes ſteriles dans les meilleurs fonds, où le ſuc nourricier devient ſi gluant qu'il ne ſauroit circuler, ni faire déveloper les parties qui doivent paroître ſucceſſivement les unes après les autres.

La Squille, l'Oignon portant laine, les eſpeces d'Aloes, & pluſieurs Plantes graſſes *fleuriſſent* avec beaucoup plus de facilité dans les pays chauds, parceque la terre fournit un ſuc aſſez maigre, que la chaleur fait couler aiſément ; au lieu que dans les pays froids ce ſuc eſt gluant, & devient comme une eſpece de mucilage qui ne ſauroit faire ſortir les tiges du fond de leurs racines. Le ſeul remede eſt d'élever ces ſortes de Plantes ſur couche, & dans des terres ſablonenſes. Malgré cette précaution les Oignons qui viennent des *Indes* ne fleuriſſent qu'une ſeule fois dans ce pays-ci, parceque la jeune tige qui eſt dans le fond de la racine ſe trouve aſſez dévelopée avant le tranſport pour pouvoir s'élever & s'épanouïr, mais après cela le ſuc nourricier qui devient trop gluant, n'a pas la force de faire déveloper le jeune embryon qui eſt dans le cul de l'Oignon, & qui ne devoit paroître que dans un an.

La plûpart des Narciſſes & des Jacinthes, dont on coupe les feuilles après que leur fleur eſt paſſée, ne fleuriſſent pas bien ſouvent l'an-

née

née d'après. Il semble que le suc glaireux qui étoit en mouvement dans les racines de ces Plantes, & qui passoit à l'ordinaire dans les feuilles, se décharge sur la jeune tige qui est au fond de la racine : il s'imbibe, il s'épaissit, il se fige dans cet embryon, & l'empêche de se déveloper dans le Printemps.

La sterilité de plusieurs Plantes ne dépend pas toûjours de la mauvaise qualité du suc nourricier. Souvent c'est une maladie qui vient de la distribution imparfaite de ce suc. J'ai vû un des plus beaux Pommiers du monde, dont la séve se répandoit si facilement dans les feuilles, qu'il ne fleurissoit pas. On l'ébrancha pendant l'Eté dans le dessein de l'arracher en Automne; mais il s'avisa, s'il m'est permis de me servir de ce terme, de pousser des branches toutes chargées de boutons à fleurs, qui ne s'épanouïrent pas seulement, mais qui donnerent quelques avortons de fruits. Cet heureux changement lui sauva la vie. Le Pommier continua de fleurir, & de donner de bons fruits pendant long-temps. N'est-on pas obligé dans certaines années de faire manger aux bestiaux les bleds qui poussent trop de feuilles, afin de contraindre le suc nourricier de gonfler la tige, & la faire élever en chalumeau? Les Orangers & les Figuiers qui sont plantez dans de petites quaisses, donnent beaucoup plus de fruit que ceux dont la séve trouve à s'étendre dans les racines, au lieu de faire éclorre les fleurs & les embryons des fruits. On châtie les racines en les resserrant dans un petit terrain. C'est par cette methode que l'on a de bonnes graines de Pervenche & d'*Epimedium*, qui en pleine terre s'amusent à tracer, & ne nouent pas.

Pour ce qui eſt des maladies cauſées par des accidens exterieurs, elles ſurviennent ordinairement par la grêle, par la gelée, par la moiſiſſure, par les Plantes qui naiſſent ſur d'autres Plantes, par la piqueure des inſectes, par differentes tailles ou inciſions que l'on fait aux Plantes.

La grêle qui tombe ſur les feuilles en meurtrit les fibres, & fait extravaſer le ſuc nourricier qui forme une dureté élevée en tumeur. Si la pluye tombe avec la grêle, l'impreſſion du coup eſt bien moindre, parceque les fibres amollies par l'eau obéïſſent au coup. D'ailleurs cette eau détergeant & emportant le ſuc qui commence à s'épancher, donne lieu aux fibres de ſe rétablir par leur reſſort, à peu près comme il arrive aux parties meurtries que l'on étuve ſur le champ.

La gelée au contraire fait perir les Plantes lorſqu'elles ſont mouillées, parceque l'eau qui ſe gele dans leurs pores les déchire en ſe dilatant, tout comme elle fait caſſer les vaiſſeaux où elle eſt enfermée.

La moiſiſſure eſt encore une maladie bien dangereuſe, qui attaque les Plantes pendant l'Hyver dans les ſerres qui ſont humides. L'humidité y fait éclorre les œufs ou les graines de certaines eſpeces de mouſſes & de champignons qui ſe trouvent dans le raiſeau de l'écorce: de même que cela arrive aux peaux de maroquin & de veau que l'on tient dans des caves. Le microſcope fait voir que la chanciſſure n'eſt qu'un parterre de Plantes que l'on vient de nommer; cependant leur racine, quelque menue qu'elle ſoit, acquiert un certain volume qui dilate peu à peu les parois du pore qui lui

tient

tient lieu de pot, & ces parois sont enfin déchirées, parceque tous les pores voisins sont remplis de pareil embarras. La disposition prochaine à se pourrir par trop d'humidité où se trouvent les fibres de l'écorce facilite ce déchirement, qui est bien-tôt suivi de la gangrene.

Pour éviter ce mal, il n'y a qu'à tenir les serres bien seches. On y conserve pendant les Hyvers les plus rudes les Plantes même qui viennent des pays brûlez, pourvû qu'on les enferme dans des boetes bien vitrées, & qui ne soient gueres plus hautes que les Plantes. Bien loin que la gelée s'y fasse sentir, ou que la moisissure s'y introduise, l'air que l'on y renouvelle pendant que le Soleil est dans sa force, y est aussi sec que dans les mois les plus doux de l'année. Avec le secours de gros fumier dont on garnit le bas de ces boetes, on entretient les Plantes dans ce pays-ci plus heureusement qu'avec les fourneaux dont on se sert dans les pays froids. C'est un secret dont l'invention est dûe à un de nos plus illustres Academiciens, Mr. *Fagon*, dont le nom seul fait le plus parfait éloge.

Le Lierre, la Vigne de *Canada*, le Jasmin de *Virginie*, plusieurs especes de *Bignonia*, la Cuscute, le Guy, l'Hypociste, le Lichen font moins de tort aux Plantes que la chancissure, quoiqu'elles vivent aux dépens des autres Plantes Parasites; car leurs racines ne reçoivent leur nourriture que de l'écorce des autres, qu'elles détruisent à la fin de même que le crepi des murailles.

On a fait voir dans l'*Histoire des Plantes qui naissent aux environs de Paris*, comment les fruits

de Guy s'attachoient par leur glu à l'écorce des arbres, & comment ils y pouſſoient peu à peu de petites racines. Ces racines pénétrent bien avant dans le corps ligneux, & s'y greffent ſi bien qu'elles ne ſont plus que le même corps avec l'arbre dont elles ont pris poſſeſſion.

Il n'eſt pas ſi facile d'expliquer de quelle maniere l'Hypociſte ſe multiplie. Cette Plante ne croît jamais que ſur les racines de quelques arbuſtes, que l'on appelle des Ciſtes, qui ſe plaiſent dans les landes les plus ſeches des pays chauds. Environ deux pouces au-deſſus du collet de ces arbuſtes, ſort en maniere d'œilleton une plante bien differente du Ciſte, charnue comme une aſperge, accompagnée de quelques écailles au lieu de feuilles, & garnie d'un bouquet de fleurs en cloche, qui laiſſent chacune un fruit gros comme une noiſette, aſſez rond, charnu, rempli de ſemences menues couvertes d'une humeur gluante qui ſe deſſeche lorſqu'elles ſont mûres, mais qui revient quand on les humecte. Comme cette Plante pouſſe audeſſus du collet de la racine, qui eſt quelquefois couvert d'environ demi pied de terre, je ne vois pas d'autre chemin pour y faire paſſer les graines que les crevaſſes de la terre, qui dans l'Eté ſont fort communes dans les landes des pays chauds, & qui ſe reſſerrent aux premieres pluyes : ainſi la glu dont elles ſont envelopées s'humectant peu à peu, ne les colle pas ſeulement contre les racines du Ciſte, mais elle les fait éclorre, & leur ſert de premiere nourriture.

Il faut préſentement examiner les tumeurs des Plantes, & ſans nous arrêter à celles qui leur ſont naturelles, ou qui viennent d'une

me-

méchante conformation, nous nous attacherons seulement à celles qui naissent à l'occasion de la piqueure des insectes. Ces petits animaux qui n'ont pas la force de bâtir leurs nids avec de la paille ou d'autres matieres comme font les oiseaux, vont décharger leurs œufs dans les parties des Plantes qui les accommodent le mieux. La piqueure est suivie d'une tumeur, & cette tumeur est une suite de l'épanchement du suc nourricier, qui s'imbibant dans les pores voisins, les fait gonfler à mesure qu'il en dilate les fibres. L'œuf ne manque pas d'éclorre au milieu de ce nid, & le ver ou le puceron qui en sort y trouve sa nourriture toute préparée. C'est ainsi que se forment les noix de galle, & toutes les tumeurs que l'on observe sur les Plantes piquées.

Ce que l'on appelle en Levant les Pommes de la Sauge, sont des tumeurs qui naissent sur de belles especes de Sauge à l'occasion d'une semblable piqueure. Ces Pommes qui ont neuf ou dix lignes de diamêtre sont presque rondes, gris cendré, cottoneuses, d'une chair blanche, un peu transparente, douce, & d'un goût fort agréable. On en porte des paniers dans les marchez. Cependant quoi que ces especes de Sauge viennent parfaitement bien dans le Jardin du Roi, on n'y voit point de ces sortes de Pommes, parce qu'apparemment il n'y a pas de nos insectes qui ayent du goût à les piquer.

Il se peut faire aussi que la séve du pays contribue à la bonté de ces sortes de productions. Nous n'avons que de très-mauvaises noix de galles sur nos Chênes, & je ne vois point de tubercules sur nos Plantes qui soient bons à

manger. Ceux qui se forment sur l'Eglantier & sur le Chardon hemorroïdal ne servent que pour la Medecine, encore leurs vertus me paroissent bien suspectes.

La graine d'Ecarlate merite plus d'attention. On observe une petite espece de punaise, couverte d'un duvet très-fin, attachée sur les branches d'une sorte de Chêne verd, qu'on appelle Kermes, lequel se trouve en abondance dans les pays chauds. Après que la punaise a piqué les environs de la queue des feuilles de cet arbrisseau, la tumeur s'arrondit, & forme des grains d'environ deux lignes de diamêtre, remplis d'une substance d'un rouge très-vif qui envelope l'œuf d'un petit ver, & ce ver dans la suite laisse échaper une petite mouche. Le rouge vif qui se desseche est le pastel de l'Ecarlate que l'on emploie si utilement pour les teintures, & pour la confection d'Alkermes.

Les moucherons, quelque petits qu'ils *soient*, s'en prennent souvent aux plus grands arbres. Ils piquent les feuilles des Ormes dans le Printemps, & donnent lieu à la formation de vessies grosses quelquefois comme le poing. Elles se remplissent d'un baume excellent pour les blessures, dans lequel on voit flotter des pucerons verdâtres, sortis des œufs des moucherons; & ce qu'il y a de plaisant, c'est que ces pucerons sont comme autant de masques qui couvrent de nouveaux moucherons.

Il en est de même des cornets du Terebinthe. Ils grouillent en pucerons qui nagent dans une Terebentine claire, odorante, épanchée dans des cornets coriaces qui se sont formés sur le Terebinthe à l'occasion de la piqueure des moucherons.

Il

Il n'est pas aisé de comprendre comment se forment les Ruches que l'on trouve sur les extrémitez des branches de la *Picea*; cependant ces Ruches, quelque regulieres qu'elles soient, sont l'ouvrage des moucherons. Un Essain de ces petits animaux vient piquer les branches de la *Picea* dans le temps qu'elles sont encore tendres. Chaque moucheron fait son trou à la naissance d'une jeune feuille justement dans l'aisselle, c'est-à-dire dans l'endroit où la base de la feuille est attachée en travers contre la tige. Ainsi le suc nourricier qui s'extravase, élargit le trou de la piqueure, & fait écarter la base de cette feuille qui n'est encore que collée contre la tige; d'où vient que cette espece de playe prend d'abord la forme d'une petite bouche à levres velues, & ensuite celle d'une gueule qui laisse voir le creux de chaque cellule. Ces cellules toutes ensemble composent la Ruche. Elles sont pleines dans l'Eté de pucerons verdâtres ou rougeâtres semblables à ceux qui naissent sur les herbes potageres. Chaque puceron mis sur le creux de la main se dévelope dans moins d'un demi quart-d'heure, & laisse échaper un petit moucheron.

La caprification, ou la maniere d'élever les Figuiers, dont les Anciens ont parlé avec tant d'admiration, n'est pas imaginaire, comme bien des gens le pensent; elle se pratique tous les ans dans la plûpart des Isles de l'*Archipel* par le moyen des moucherons: les Figuiers y portent beaucoup de fruit; mais ces fruits qui font une partie des richesses du pays ne profiteroient pas, si l'on ne s'y prenoit de la maniere que je vais décrire. On cultive dans ces Isles deux sortes de Figuiers: La premiere espece s'appelle *Or-*

nos,

nos, du Grec litteral *Erinos*, qui signifie le Figuier sauvage, ou le *Caprificus* des Latins. La seconde espece est le Figuier domestique : le sauvage porte trois sortes de fruits, qui ne sont pas bons à manger, mais qui sont absolument necessaires pour faire meurir ceux des Figuiers domestiques : les fruits du sauvage sont nommez *Fornites*, *Cratitires* & *Orni*.

Ceux qu'on appelle *Fornites* paroissent dans le mois d'Août, & durent jusqu'en Novembre sans meurir : il s'y engendre de petits vers de la piqueure de certains moucherons que l'on ne voit voltiger qu'autour de ces arbres. Dans les mois d'Octobre & de Novembre ces moucherons piquent d'eux-mêmes les seconds fruits des mêmes pieds de Figuier. Ces fruits que l'on nomme *Cratitires* ne se montrent qu'à la fin de Septembre, & les *Fornites* tombent peu à peu après la sortie de leurs moucherons. Les *Cratitires* au contraire restent sur l'arbre jusqu'au mois de Mai, & renferment les œufs que les moucherons des *Fornites* y ont laissez en les piquant. Dans le mois de Mai la troisiéme espece de fruits commence à pousser sur les mêmes pieds des Figuiers sauvages qui ont produit les deux autres. Ce fruit est beaucoup plus gros, & se nomme *Orni*. Lorsqu'il est parvenu à une certaine grosseur, & que son œuil commence à s'entr'ouvrir, il est piqué dans cette partie par les moucherons des *Cratitires*, qui se trouvent en état de passer d'un fruit à l'autre pour y décharger leurs œufs.

Il arrive quelquefois que les moucherons des *Cratitires* tardent à sortir dans certains quartiers, tandis que les *Orni* de ces mêmes quartiers

tiers sont disposez à les recevoir. On est obligé dans ce cas-là d'aller chercher des *Cratitires* dans un autre quartier, & de les ficher à l'extrémité des branches des Figuiers dont les *Orni* sont en bonne disposition, afin que les moucherons les piquent. Si l'on manque ce temps-là, les *Orni* tombent, & les moucherons des *Cratitires* s'envolent s'ils ne trouvent pas des *Orni* à piquer. Il n'y a que les Païsans qui s'appliquent à la culture des Figuiers qui connoissent le vrai temps auquel il faut y pourvoir, & pour cela ils observent avec soin l'œuil de la Figue; car cette partie ne marque pas seulement le temps que les piqueurs doivent sortir, mais aussi celui où la Figue peut être piquée avec succès. Si l'œuil est trop dur & trop serré, le moucheron n'y sauroit déposer ses œufs, & la Figue tombe lorsque cet œuil est trop ouvert.

Ce n'est pas-là tout le mystere; ces trois sortes de fruits ne sont pas bons à manger, ils sont destinez par l'Auteur de la nature, comme nous l'avons dit, pour faire meurir les Figues des Figuiers domestiques. Voici l'usage qu'on en fait.

Dans les mois de Juin & de Juillet les Païsans prennent les *Orni* dans le temps que leurs moucherons sont prêts à sortir, & les vont porter sur les Figuiers domestiques. Ils enfilent plusieurs de ces fruits dans des fétus, & les placent sur ces arbres à mesure qu'ils le jugent à propos. Si l'on manque ce temps-là, les *Orni* tombent, & les fruits du Figuier domestique ne meurissant pas, tombent aussi dans peu de temps. Les Païsans connoissent si bien ces précieux momens, que tous les matins en fai-

faiſant leur revûe ils ne tranſportent ſur les Figuiers domeſtiques que les *Ormi* bien conditionnez, autrement ils perdroient leur recolte. Il eſt vrai qu'ils ont encore une reſſource quoique legere ; c'eſt de répandre ſur les Figuiers domeſtiques les fleurs d'une Plante qu'ils nomment *Aſcolimbros* *. Il ſe trouve quelquefois dans les têtes de ces fleurs des moucherons propres à piquer ces Figues, ou peut-être que les moucherons des *Ormi* vont chercher leur vie ſur les fleurs de cette Plante. Enfin les Païſans menagent ſi bien les *Ormi*, que leurs moucherons font meurir les Figues du Figuier domeſtique dans l'eſpace d'environ quarante jours.

Ces Figues fraîches ſont fort bonnes. Pour les ſecher on les expoſe au Soleil pendant quelque temps, après quoi on les paſſe au four afin de les conſerver pendant le reſte de l'année. C'eſt une des principales nourritures des *Païſans* de l'*Archipel* ; car ils n'ont ordinairement que du pain d'orge, & des Figues ſeches. Il s'en faut bien pourtant que ces Figues ſoient auſſi bonnes que celles que l'on ſeche en *Provence*, en *Italie* & en *Eſpagne*. La chaleur du four fait perdre tout leur bon goût ; mais d'un autre côté elle fait perir les œufs que les piqueurs de l'*Ormi* y ont déchargez, & ces œufs ne manqueroient pas de produire de petits vers qui endommageroient ces fruits.

Voilà bien de la peine & du temps perdu, dira-t-on, pour n'avoir que de méchantes Figues. Je ne pouvois aſſez admirer la patience des *Grecs* qui paſſent plus de deux mois à porter les piqueurs d'un Figuier à l'autre ; mais j'en

* *Scolymus Chryſanthemos. C.B. Pin.*

j'en appris bien-tôt la raiſon : car leur ayant demandé pourquoi ils ne cultivoient pas les eſpeces de Figuiers que l'on éleve en *France* & en *Italie* ; ils me répondirent que la grande quantité de fruits qu'ils retiroient de leurs Figuiers les leur faiſoit préferer aux nôtres. Un de leurs arbres produit ordinairement juſqu'à deux cens quatre vingt livres de Figues, au lieu que les nôtres n'en produiſent pas vingt-cinq livres.

Peut-être que les piqueurs contribuent à la maturité des fruits du Figuier domeſtique, en faiſant extravaſer le ſuc nourricier dont ils déchirent les tuyaux lorſqu'ils y déchargent leurs œufs. Peut-être auſſi qu'avec ces œufs ils laiſſent échaper quelque liqueur qui fermente doucement avec le lait de la Figue, & en attendrit la chair. Nos Figues en *Provence*, & à *Paris* même, meuriſſent bien plûtôt ſi on pique leurs yeux avec une paille, ou avec une plume graiſſée d'huile d'olive. Les Prunes & les Poires qui ont été piquées par quelque inſecte meuriſſent bien plûtôt auſſi, & même la chair qui eſt autour de la piqueure eſt de meilleur goût que le reſte. Il eſt hors de doute qu'il arrive un changement conſiderable à la tiſſure des fruits piquez. Il ſemble que la principale cauſe en doit être rapportée à l'épanchement de ſucs qui ne s'alterent pas ſeulement lorſqu'ils ſont hors de leurs vaiſſeaux, mais qui alterent les parties voiſines ; de même qu'il arrive aux tumeurs des animaux ſurvenues à l'occaſion des piqueures de quelque inſtrument aigu.

Après avoir examiné les tumeurs des Plantes, il faut examiner les bleſſures que l'on y fait pour les enter les unes ſur les autres, ou pour en tirer des liqueurs propres pour l'uſage

de

de la vie. Vous ne trouverez pas mauvais, Messieurs, que j'aye l'honneur de vous entretenir de la maniere dont on tire le mastic en larmes des Lentisques dans l'Isle de *Scio*.

Ce n'est pas la culture, comme l'on s'imagine, qui rend ces arbres propres à donner du mastic ; car dans *Scio* même il se trouve beaucoup de Lentisques qui ne rendent presque rien, & qui cependant sont aussi beaux que les autres ; cela n'est pas surprenant. Combien y a-t-il de Pins dans nos forêts qui ne donnent presque pas de résine, quoiqu'ils soient de même espece que ceux qui en fournissent beaucoup ? Ne voit-on pas la même chose parmi ces sortes de Cedres dont on tire l'huile de Cade* ? La tissure des racines & du bois varie considerablement dans les individus de même espece. L'experience donc a fait connoître aux habitans de *Scio*, que la meilleure précaution que l'on pouvoit prendre pour avoir beaucoup de mastic, étoit de conserver & de provigner les Lentisques qui naturellement en donnent beaucoup. C'est pour cette raison que ces arbres ne sont pas alignez dans les champs, mais qu'ils sont disposez par pelotons ou bosquets gros ou petits, écartez fort inégalement les uns des autres. On décharge les vieux pieds de nouveaux jets qui empêcheroient qu'on ne les incisât commodément. Du reste on ne laboure pas la terre qui est au dessous. On arrache seulement les Plantes qui y naissent. On la balaye proprement pour y recevoir le mastic, & il est necessaire qu'elle soit dure & bien applanie.

On

* *Cedrus folio Cupressi, major, fructu flavescente* C.B. *Pin.*

On commence les incisions le premier jour du mois d'Août, coupant avec de gros coûteaux en travers & en plusieurs endroits l'écorce des troncs des Lentisques, sans toucher aux jeunes branches. Le lendemain des incisions le suc nourricier en distille par petites larmes, qui s'unissant ensemble forment les grains de mastic. Ces grains se durcissent sur la terre, & composent quelquefois des plaques assez grosses. Le fort de la recolte du mastic est vers le 15. Août, pourvû que le temps soit sec & serain; car si la pluye détrempe la terre, elle y envelope les larmes & les fait perdre. Voilà la premiere recolte du mastic. Les mêmes incisions en fournissent encore vers la *S. Michel*, mais en moindre quantité.

A l'égard de la Terebentine de *Scio*, on la recueille en la même Isle, en coupant en travers avec une hache les troncs de gros Terebinthes. Ces incisions se font depuis la fin de Juillet jusqu'en Octobre. La Terebentine qui en distille tombe sur des pierres plates que les Paysans placent sous ces arbres. Ils l'amassent avec de petits bâtons, & la font couler dans des bouteilles; mais ils ne prennent aucun soin des Terebintes, quoique de toutes les especes de Terebentine celle-ci soit la plus estimée. Ces arbres naissent à *Scio* sur les bords des vignes, & le long des grands chemins.

Pour remplir le dénombrement des causes ausquelles l'on a rapporté les maladies des Plantes, il nous reste à parler des bosses qui naissent autour des greffes. Comme les vaisseaux de la greffe ne répondent pas bout à bout aux vaisseaux du sujet sur lequel on l'a appliquée, il n'est pas possible que le suc nourricier

les

les enfile en ligne droite, si bien que le cal bossu est inévitable. D'ailleurs il se trouve bien de la matiere inutile dans la filtration qui se fait de la seve qui passe du sujet dans la greffe; & cette matiere qui ne sauroit être vuidée par aucuns vaisseaux ni déferens, ni excretoires, ne laisse pas d'augmenter la bosse.

Les levres de l'écorce des arbres que l'on taille pour enter, ou pour émonder, se tumefient d'abord par le suc nourricier qui ne sauroit passer outre, à cause que l'extrémité des vaisseaux coupez est pincée, & comme cauterisée par le ressort de l'air. Il s'y fait donc comme une espece de bourlet, qui s'étend insensiblement de la circonference vers le centre par l'allongement des fibres, & la blessure se couvre par une espece de calotte qui envelope le bois coupé. Les fibres du chicot au contraire ne pouvant pas s'allonger, se dessechent, & deviennent extrémement dures. C'est ce qui forme les nœuds dans le bois. On en voit souvent dans les planches de sapin, qui s'en détachent comme une cheville que l'on chasse de son trou. Le bois des arbres qui ont été souvent taillez est revêche (comme disent les Ouvriers) parcequ'il est tout traversé de gros chicots endurcis, dont les fibres n'ont pas la même direction que celle du reste du corps ligneux.

EX-

EXPERIENCE

Sur la chaleur que nous peuvent causer les rayons du Soleil réflechis par la Lune.

Par M. DE LA HIRE le fils.

* ON sait qu'un assez grand nombre de personnes attribuent à la Lune beaucoup de qualitez sans avoir des raisons fondées sur de bonnes experiences. Je n'entreprendrai point de faire le détail de ces qualitez ayant remarqué que presque tous ceux qui lui en attribuoient étoient de differens sentimens. Celle, à ce qu'il me semble, qu'on auroit pû lui attribuer avec plus de raison, auroit été la chaleur; parceque sa lumiere n'est que celle du Soleil réflechie qui en doit causer une, comme tout le monde sait: Cependant comme on n'avoit point fait, que je sache, d'experience pour détruire ni pour soûtenir les raisons qu'on auroit eues de lui attribuer cette qualité, j'ai fait celle qui suit le plus exactement qu'il m'a été possible pour savoir ce qu'on en devoit croire.

Au mois d'Octobre de cette année 1705, la Lune étant dans le meridien le jour de son opposition, le Ciel étant fort serein, j'y exposai le miroir ardent de 35 pouces de diamêtre qui est à l'Observatoire, & vers le foyer je mis la bou-

* 28. Novembre 1705.

boule d'un Thermometre à air de M. *Amontons*, qui eſt le plus ſenſible que nous ayons; enſorte que cette boule qui a 2 pouces de diamêtre recevoit exactement ſur toute ſa ſurface tous les rayons qui alloient ſe raſſembler au foyer; & ayant examiné la hauteur du mercure dans le tuyau après l'y avoir laiſſé quelque temps, je ne la trouvai point differente de ce qu'elle étoit auparavant, quoique les rayons fuſſent raſſemblez dans un eſpace 306 fois plus petit que leur état naturel, & qu'ils duſſent par conſéquent augmenter la chaleur apparente de la Lune de 306 fois.

Il ſemble que ſi une experience comme celle-ci, où non-ſeulement on raſſemble les rayons de la Lune dans un eſpace 306 fois plus petit que leur état naturel, mais où on les oblige de ſe croiſer en ſe raſſemblant; ce qui augmente l'effet de ces rayons réunis, comme il eſt évident en expoſant le miroir au Soleil, ne nous montre aucune chaleur apparente, nous devons croire qu'elle ne peut pas faire ſur nos corps aucune impreſſion d'une chaleur ſenſible.

DU

DU MOUVEMENT DES PLANETES SUS LEURS ORBES,

En y comprenant le mouvement de l'Apogée ou de l'Aphelie.

Par M. VARIGNON.

* DANS les Memoires de 1700. pag. 280 j'ai déterminé les forces centrales ou les pésanteurs nécessaires aux Planetes vers le dedans de leurs Orbes, pour les leur faire décrire dans tous les Systêmes tant anciens que modernes; & alors je ne considerois que le mouvement de ces Planetes sur les Orbes qu'on leur suppose d'ordinaire. Mais si l'on y ajoûte le mouvement de l'Apogée ou de l'Aphelie, en faisant aussi tourner ces Orbes sur quelqu'un de leurs points; en ce cas le véritable mouvement de chaque Planete emportée par le mouvement circulaire de son Orbe autour de ce point fixe, pendant qu'elle parcourt ce même Orbe, se trouvera composé de ces deux-ci; & la force centrale de cette Planete vers ce point, propre à lui faire décrire la Courbe qui résulte de cette composition de mouvemens, se trouvera aussi composée de celles que ces deux mou-

* 5. Decembre 1705.

mouvemens séparez requiérent vers ce même point. C'est ce que l'on va voir suivre immédiatement de cette Courbe, qui est la seule que la Planete puisse réellement décrire : La voici, quel que soit l'Orbe supposé de la Planete.

PROBLEME.

Une Courbe quelconque ALB* *étant donnée, dont le plan se meuve de* A *vers* G *autour d'un de ses points* C *fixe sur le plan immobile* RSXZ, *pendant qu'un corps quelconque* L *décrit cet Orbe sur le plan mobile, lequel emportant avec lui ce corps* L, *lui fait réellement tracer une autre Courbe* AHIM *sur le plan immobile* RSXZ: *On demande la nature de cette Courbe* AHIM *formée par cette composition de mouvemens.*

I. SOLUT. Imaginons l'arc *AL* tracé par le corps *L* sur le plan mobile *ALB*, pendant que ce plan passe en *alb*. Il est visible que si l'on fait l'angle $LCl = ACa$, & qu'on prenne $Cl = CL$, le point *l* du plan fixe *RSXZ* sera celui où se rencontrera le point *L* de la Courbe *ALB* lorsque son plan mobile sera en *alb*, c'est-à-dire, le point où sera pour lors le corps *L* ou le point *décrivant*; & par conséquent un de ceux de la Courbe *AHIM* qu'il doit tracer sur le plan immobile *RSXZ* par le concours de son mouvement suivant *ALB* sur ce plan mobile, & de celui de ce plan de *A* vers *G* autour de son point fixe *C* sur le plan immobile *RSXZ*.

De même le plan mobile *ALB* étant en *alb*, si l'on conçoit qu'il continue de se mouvoir vers

* FIG. I.

vers G, & qu'il passe en $\alpha\lambda\beta$ dans le temps que le corps *décrivant* parcourt lf sur ce plan, c'est-à-dire (en imaginant du centre C par f, l'arc de cercle $\lambda f e F E O P$) dans le temps qu'il auroit décrit LF sur ce même plan, si ce plan fût demeuré en ALB; & qu'après avoir fait l'angle $fc\lambda = aC\alpha$, l'on prenne $C\lambda = Cf$; le point λ du plan fixe $RSXZ$, sera aussi celui où se rencontrera le point f de la Courbe alb, c'est-à-dire, le point F de la Courbe ALB, lorsque son plan mobile sera en $\alpha\lambda\beta$: De sorte que $l\lambda$ sera la partie de la Courbe $AHIM$, que le point *décrivant* tracera sur le plan immobile $RSXZ$ dans le temps qu'il tracera lf ou LF sur le plan mobile alb ou ALB, & que ce plan passera de alb en $\alpha\lambda\beta$. Par conséquent en prenant cette partie lf ou LF de la Courbe donnée alb ou ALB, pour infiniment petite, c'est-à-dire, les positions alb & $\alpha\lambda\beta$ du plan mobile ALB, pour infiniment proches l'une de l'autre; l'on aura $l\lambda$ pour l'élément de la Courbe cherchée $AHIM$.

Si l'on prolonge les arcs circulaires IL & λF jusqu'à la rencontre des rayons Ca & $C\alpha$ en N & en O; l'on aura aussi NO pour l'élément d'une autre Courbe ANQ, dont la rencontre N ou O avec l'un ou l'autre de ces arcs, déterminera le lieu a ou α de l'Apogée ou de l'Aphelie pour le temps que la Planete sera en l ou en λ. C'est pour cela que cette Courbe s'appellera dans la suite *Déterminatrice de l'Apogée ou de l'Aphelie*. La précédente $AHIM$ s'appellera l'*Orbe immobile* ou *réel* de la Planete; & la donnée ALB, son *Orbe mobile* ou *supposé*.

II. Cette construction donnera de plus les élémens $LE = le$, $EF = ef$, $PO = f\lambda$, de

même que les angles $ACa = LCl = FCf$, $LCF = lCf$, $aC\alpha = fC\lambda$.

Donc en nommant AC, b; Aa, x; LC ou FC, r; EF ou ef, dz; & $e\lambda$, dy; l'on aura non-seulement LE ou $le = dr$; mais encore aC (b). OC (r) :: $a\alpha$ (dx). PO ou $f\lambda = \frac{rdx}{b}$. Par conséquent l'équation $dy = dz + \frac{rdx}{b}$, ou $dz = dy - \frac{rdx}{b}$ exprimera la nature de chacune des Courbes $AHlM$ & ANQ, selon qu'on y substituera la valeur de dx ou de dy, avec celle de dz résultante en dr de l'équation donnée de l'Orbe mobile ALB.

III. Pour cela il faut considerer que puisque (*hyp.*) l'Apogée ou l'Aphelie parcourt $a\alpha$ dans l'instant que la Planete parcourt $l\lambda$, si l'on suppose à la maniere de *Kepler* que les espaces ACa, sont entr'eux comme les tems employez par l'Apogée ou par l'Aphelie à parcourir les arcs correspondans Aa, & que les espaces $AClHA$ sont aussi entr'eux comme les temps employez par la Planete à parcourir les arcs correspondans AHl: Cela (dis-je) supposé, les élémens contemporains $aC\alpha$, $lC\lambda$, de ces espaces seront entr'eux en raison constante; par exemple, $aC\alpha$ $\left(\frac{bdx}{2}\right)$. $lC\lambda$ $\left(\frac{rdy}{2}\right)$ :: $m.n$. Ce qui donnera $dx = \frac{mrdy}{nb}$, & $dy = \frac{nbdx}{mr}$. Donc en substituant successivement ces valeurs de dx, dy, dans l'équation générale $dz = dy - \frac{rdx}{b}$ de l'art. 2. l'on aura $dz = dy - \frac{mrrdy}{nbb} = \frac{\overline{nbb - mrr}}{nbb} \times dy$,

&

& $dz = \frac{nbdx}{mr} - \frac{rdx}{b} = \frac{nbb - mrr}{mbr} \times dx$ pour les équations-ſpécifiques des Courbes *AHIM*, *ANQ*, après que l'on y aura auſſi ſubſtitué la valeur de dz réſultante en dr de l'équation donnée de l'Orbe mobile *ALB*.

IV. Mais antérieurement à cela, & encore en général, l'analogie précédente (*art.* 3.) $\frac{bdx}{2} . \frac{rdy}{2} :: m . n.$ donnant $dx . dy :: \frac{m}{b} . \frac{n}{r}$. l'on aura auſſi $\frac{rdx}{b} (OP) . dy (\lambda e) :: \frac{mr}{bb} . \frac{n}{r} :: mrr . nbb$. Donc les élémens contemporains *PCO*, *eCλ*, des eſpaces *ACNA*, *ACIHA*; & par conſéquent auſſi ces eſpaces contemporains ſont entr'eux comme mrr eſt à nbb.

De plus l'analogie $\lambda e . OP :: nbb . mrr$. donnant $\lambda e . \lambda e - OP (FE) :: nbb . nbb - mrr$. l'on aura auſſi les eſpaces contemporains *ACIHA*. *ACLA* $:: nbb . nbb - mrr$. Donc les trois eſpaces contemporains *ACNA*, *ACIHA*, *ACLA*, ſont entr'eux comme mrr, nbb, $nbb - mrr$, le ſecond valant les deux autres.

EXEMPLE.

V. Pour faire maintenant quelque uſage de ce que l'on vient de trouver en général, que l'Orbe mobile *ALB* ſoit une Ellipſe, dont $AB = a$ ſoit le grand axe; & $DC = c$ la diſtance de ſes foyers *C*, *D*; ſon équation (par raport au foyer *C*) ſera $dz = \frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$ en ſuppoſant $bb = aa - cc$. Si l'on ſubſtitue cette valeur de dz dans les deux dernieres équa-

 tions

tions $dz = \frac{\overline{nbb - mrr}}{nbb} \times dy$, $dz = \frac{\overline{nbb - mrr}}{mbr} \times dx$ de l'art. 3. elles se changeront en $\frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}} = \frac{\overline{nbb - mrr}}{nbb} \times dy$, $\frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}} = \frac{\overline{nbb - mrr}}{mbr} \times dx$: c'est-à-dire que $dy = \frac{nbbbdr}{\overline{nbb - mrr} \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, & $dx = \frac{mbbrdr}{\overline{nbb - mrr} \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, dont la premiere est l'équation de l'Orbe immobile cherché *AHlM*, & la seconde est celle de la Courbe *ANQ* déterminatrice du mouvement de l'Apogée ou de l'Aphelie.

VI. On a vû dans les Memoires de 1700. & de 1701. quelles doivent être les pésanteurs ou les forces centrales des Planetes vers un des foyers d'une Ellipse immobile pour la pouvoir décrire : Voici présentement quelles doivent être leurs pésanteurs ou forces vers ce foyer *C*, où l'on suppose que le Soleil est placé, pour décrire comme dans l'art. 1. l'Orbe immobile *AHlM* par le concours de leur mouvement autour de cette Ellipse, & de celui de cette Ellipse elle-même autour de ce foyer fixe *C*.

Soient t les temps employez par le corps l à décrire cette Courbe *AHlM*. L'on aura (*art.* 3.) chaque instant dt en raison de l'espace élémentaire $lC\lambda \left(\frac{rdy}{2}\right)$ décrit par le rayon Cl pendant cet instant, par exemple, $dt = rdy$. Mais en nommant aussi $l\lambda$, ds; & f, la force centrale tendante en *C* : la Regle générale des forces centrales des Memoires de 1700. pag. 110 & 286

où

où *NP* ($-dr$) s'appelloit dx; & ces forces, y; donnera ici $f = \frac{dsdds}{dxdt^2} = \frac{dsdds}{-drdt^2}$ pour cette Regle dans laquelle $lC\lambda$ ($\frac{1}{2}rdy$) ou dt doit être constant.

Cela posé, l'équation de la Courbe *AHIM*, trouvée dans l'art. 5. donnant

$$\frac{\overline{nbb - mrr}^2 \times \overline{4ar - 4rr - bb}}{nnbbh^4} \times dy^2 + dy^2 = dr^2 + dy^2 = ds^2,$$

donnera aussi $\frac{nnh^4 - 2mnhhrr + mmr^4 \times \overline{4ar - 4rr - bb}}{nnbbh^4} + \frac{nnbbh^4}{nnbbh^4} = \frac{ds^2}{dy^2}$; ou $\frac{ds^2}{rrdy^2}$ $\left(\frac{ds^2}{dt^2}\right) =$

$$= \frac{\overline{nnh^4 - 2mnhhrr + mmr^4} \times \overline{4ar - 4rr - bb} + nnbbh^4}{nnbbh^4rr} =$$

$$= \frac{4nnarh^4 - 4nnrrh^4 - 8mnar^3bb + 8mnhhr^4 + 2mnbbhhrr}{nnbbh^4rr}$$

$$\frac{+ 4mmar^5 - 4mmr^6 - mmbbr^4}{nnbbh^4rr} =$$

$$= \left\{ \frac{4nnah^4 - 4nnrh^4 - 8mnarrbh + 8mnhhr^3 + 2mnbbhhr + 4mmar^4 - 4mmr^5 - mmbbr^3}{nnbbh^4r} \right.$$

Donc en faisant dt constante suivant la Regle, l'on aura $\frac{2dsdds}{dt^2} =$

$$= \left\{ \frac{\begin{matrix} -4nnrh^4 - 16mnarrbb + 24mnhhr^3 + 2mnbbhhr \\ + 16mmar^4 - 20mmr^5 - 3mmbbr^3 - 4annh^4 \\ + 4nnh^4r + 8arrmnbb - 8mnhhr^3 - 2mnbbhhr \\ - 4mmar^4 + 4mmr^5 + mmbbr^3 \end{matrix}}{nnbbh^4rr} \right. \times dr =$$

$$= \left\{ \frac{\begin{matrix} -8mnarrbh + 16mnbbr^3 + 12mmar^4 \\ - 16mmr^5 - 2mmbbr^3 - 4annh^4 \end{matrix}}{nnbbh^4rr} \right. \times dr.$$

Donc enfin $\left\{ \frac{\begin{matrix} 4mnarrbh - 8mnbbr^3 - 6mmar^4 \\ + 8mmr^5 + mmbbr^3 + 2annh^4 \end{matrix}}{nnbbh^4rr} \right. =$

$= \frac{dsdds}{-drdt^2} = f$ qui exprimera la pésanteur ou la force centrale vers C nécessaire à la Planete l pour décrire l'Orbe immobile $AHlM$. *Ce qu'il falloit trouver.*

VII. Si l'on veut maintenant que cette Planete l soit la Terre, & C le Soleil, ou réciproquement : le mouvement annuel de l'Aphelie, ou de l'Apogée se trouvera de $1'. 1''. 10'''$, suivant le Pere *Riccioli* dans son *Almag.* Tom. 1. Liv. 3. Chap. 25. pag. 158. Donc puisque (*art.* 4.) $nbb. mrr :: \lambda e. OP :: \lambda Ce. OCP$. Et que ces angles instantanez & contemporains sont entr'eux comme leurs sommes annuelles, c'est-à-dire ici, comme une révolution entiere de 360. deg. de la Terre autour du Soleil, ou du Soleil autour de la Terre, aux $1'. 1''. 10'''$. du mouvement annuel de son Aphelie ou Apogée; l'on aura $nbb. mrr :: 360. 1' + 1'' + 10''' :: 360^d. 3670''' :: 77760000. 3670 :: 21188\frac{4}{367}. 1.$ ou pour éviter la fraction, $nbb. mrr :: 21188. 1.$ ce qui donne $nbb = 21188mrr$. Donc en substituant cette valeur de nbb dans celle qu'on vient de trouver (*art.* 6.) de la force centrale (f) dont la Planete l doit tendre vers C pour décrire l'Orbe immobile $AHlM$, l'on aura ici $\frac{897947344r - 169496rr + bb}{448931344bbr^3}$, pour une pareille force centrale de la Terre l vers le Soleil C, ou du Soleil l vers la Terre C, selon qu'on fera mouvoir la Terre autour du Soleil, ou le Soleil autour de la Terre.

VIII. Une semblable substitution de nbb (*art.* 7.) $= 21188mrr$ dans les équations $dy = \frac{nbbhdr}{nbb - mrr \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, &

$dx = \frac{mbhrdr}{nhh - mrr \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, les changera de même en $dy = \frac{21188bdr}{21187 \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, & $dx = \frac{bbdr}{21187r \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, dont la premiere exprimera l'Orbe immobile *AHlM* de la Terre *l* autour du Soleil *C*, ou du Soleil *l* autour de la Terre *C*; & la seconde exprimera la Courbe *ANQ* déterminatrice de l'Aphelie de la Terre, ou de l'Apogée du Soleil.

HYPOTHESE

DE M. NEWTON.

IX. *Voilà ce qui résulte du mouvement de l'Aphelie ou de l'Apogée *a*, comparé avec le mouvement effectif de la Planete *l* sur son Orbe immobile *AHlM*, en suppôsant à la maniere de *Kepler*, que les espaces *ACaA* sont entr'eux, & les espaces *AClHA* aussi entr'eux, comme les temps employez à les décrire par les rayons correspondans *Ca*, *Cl*. Voici maintenant ce qui résulte d'une pareille comparaison de ce mouvement effectif de la Planete *l* sur son Orbe immobile *AHlM*, avec celui qu'on suppose qu'elle a en *L* sur son Orbe mobile *ALB*, en suppôsant de même à la maniere de *Kepler*, que les espaces *AClHA* sont ici entr'eux, & les espaces *ACLA* aussi entr'eux, comme les temps que les rayons correspondans *Cl*, *CL*, employent à les décrire en tournant avec

* Fig. I.

avec la Planete autour du point fixe C; ce qui rend ici les espaces $ACLA$ en raison constante avec leurs correspondans $ACIHA$: Par exemple, $p.q :: ACLA . ACIHA :: \int \frac{LC \times EF}{2} . \int \frac{lC \times e\lambda}{2} :: \frac{LC \times EF}{2} . \frac{lC \times e\lambda}{2} :: EF . e\lambda ::$ ang. LCF. ang. $lC\lambda$ :: ang. ACL. ang. ACl. c'est-à-dire que l'angle ACL est à son correspondant $ACl :: p.q$. ainsi que M. *Newton* l'a supposé dans son Traité *De Phil. Nat. Princ. Math.* Prop. 44. Cor. 1. pag. 135. Par conséquent aussi $p.q :: EF\ (dz).\ e\lambda\ (dy)$. Ce qui donne $\frac{pdy}{q} = dz$ pour l'équation de l'Orbe immobile $AHIM$ suivant cette hypothêse de M. *Newton*, en y substituant la valeur de dz résultante de l'équation donnée de l'Orbe mobile ALB.

EXEMPLE I.

X. Donc cet Auteur prenant, comme ci-dessus, cet Orbe mobile pour une Ellipse ordinaire, dont le mouvement de l'Aphelie se fait autour de son foyer C où il place le Soleil; & l'équation de cette Ellipse par raport à ce foyer, étant (*art.* 5.) $dz = \frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$; l'on aura (*art.* 9.) $\frac{pdy}{q} = \frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, ou $dy = \frac{bqdr}{p\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$ pour l'équation de l'Orbe immobile $AHIM$ de son hypothêse.

XI. Cette équation fournit le moyen de trouver tout d'un coup les pésanteurs ou forces cen-

centrales avec lesquelles la Planete l doit tendre vers C pour décrire l'Orbe que cette équation exprime, sans avoir recours à ce qu'il lui en faudroit vers ce point pour décrire séparément l'Ellipse ALB, & séparément aussi pour le mouvement circulaire de cette Ellipse autour de ce point. En effet les noms, l'hypothêse de $dt = rdy$, & la Regle $f = \frac{dsdds}{-drdt^2}$, demeurant ici les mêmes que dans l'art. 6. cette équation $dy = \frac{bqdr}{p\sqrt{4ar-4rr-bb}}$, ou $\frac{pdy\sqrt{4ar-4rr-bb}}{bq} = dr$ de l'art. 10. donnera $\frac{4ppar-4pprr-ppbb}{qqbb} \times dy^2 + dy^2 = dr^2 + dy^2 = ds^2$, ou $\frac{4ppar-4pprr-ppbb+qqbb}{qqbbrr} = \frac{ds^2}{rrdy^2}$ (*hyp.*) $= \frac{ds^2}{dt^2}$. Donc en faisant $dt\,(rdy)$ constante suivant la Regle, l'on aura $\frac{2dsdds}{dt^2} = \frac{-4ppar+2ppbb-2qqbb}{qqbbr^3} \times dr$; ce qui donne $\frac{2ppar-ppbb+qqbb}{qqbbr^3} = \frac{dsdds}{-drdt^2} = f$ pour l'expression des forces centrales cherchées, c'est à dire, de celles qui sont necessaires vers C à la Planete l pour décrire l'Orbe immobile $AHIM$.

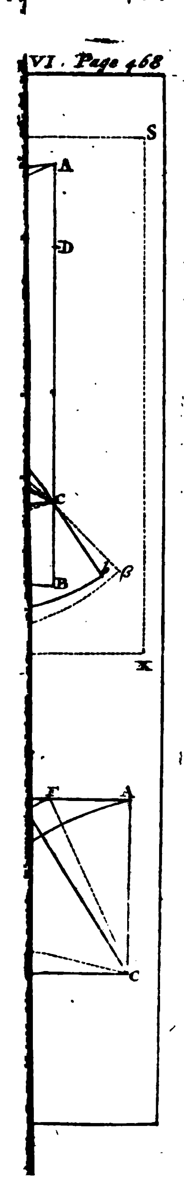
XII. Ces forces centrales de la Planete l aux différens points de la Courbe $AHIM$ vers C, étant donc ici comme les fractions correspondantes $\frac{2ppar-ppbb+qqbb}{qqbbr^3}$, ou (en multi-

pliant le tout par la fraction constante $\frac{qq}{pp}$) comme $\frac{2a}{bbrr} + \frac{qq-pp}{ppr^3}$; & ce qu'il lui en faudroit vers le même foyer *C* de l'Ellipse *ABC* pour la décrire, étant aussi (*Mem. de* 1700. *pag.* 288.) comme les fractions correspondantes $\frac{2a}{bbrr}$; les différences des forces nécessaires à ce même corps vers *C*, aux points correspondans *L*, *l*, de ces deux Courbes, pour les décrire, seront de même entr'elles comme $\frac{qq-pp}{ppr^3}$, ou comme $\frac{1}{r^3}$ à cause de la fraction constante $\frac{qq-pp}{pp}$, c'est-à-dire, en raison réciproque des Cubes r^3 ($\overline{Cl}^3$) des distances de la Planete *l* au foyer *C*, ainsi que M. *Newton* (*Prop.* 44. *pag.* 133. *&c.*) l'a trouvé en prenant $\frac{pp}{rr}$ pour l'expression de la force requise en *L* vers *C* pour décrire l'Ellipse *ALB*, dont le paramétre du grand axe est $= \frac{bb}{a}$; & en trouvant à sa maniere $\frac{pp}{rr} + \frac{qqbb-ppbb}{2ar^3}$ pour ce que la formation de la Courbe *AHlM* en exige de même au point correspondant *l* vers *C* dans le corps *décrivant*: Ce qui se déduit des expressions précédentes de ces forces; puisque $\frac{2a}{bbrr} . \frac{2a}{bbrr} + \frac{qq-pp}{ppr^3} :: \frac{pp}{rr} . \frac{pp}{rr} + \frac{qqbb-ppbb}{2ar^3}$.

XIII. * L'on peut encore trouver la même chose

* FIG. II.

VI . Page 468



chose en cette sorte. Toutes choses demeurant les mêmes que ci-dessus, soient menées aux points correspondans quelconques L, l, des Orbes ALB, $AHlM$, les tangentes LV, lX, qu'elles soient rencontrées en R, S, par les droites FR, λS, tirées d'autres points correspondans F, λ, infiniment proches de ceux-là, & parallelement aux rayons CL, Cl.

Cela posé, il est évident que ces petites lignes RF, $S\lambda$, seront parcourues en temps égaux en vertu des forces requises vers C pour décrire ces deux Orbes; puisque (*hyp.*) si l'Ellipse ALB étoit demeurée fixe, la Planete en auroit parcouru l'élément LF dans le même instant qu'elle parcourt effectivement l'élément correspondant $l\lambda$ par le concours de ce mouvement & de celui de cette Ellipse autour de son foyer C. Donc les forces centrales requises en L, l, vers ce point fixe C, pour la description de ces deux Courbes, sont entr'elles comme RF à $S\lambda$. Mais en nommant LF, dv; & le reste comme ci-dessus art. 2. & 6. on trouvera par les art. 9. & 10. pag. 32. & 33. des Mem. de 1701. que $RF = \frac{dzdrdv^2 + rdv^2ddz - rdzdvddv}{rdrdz}$ sans y rien supposer de constant: De sorte que substituant $ddz = -\frac{dzdr}{r}$ que donne rdz (dt) qu'on suppose ici constant, l'on aura $RF = -\frac{dvddv}{dr}$. On trouvera de même $S\lambda = -\frac{dsdds}{dr}$. Donc

 en

en ce cas les forces centrales requises en L, l, vers C pour la description des Orbes ABL, $AHlM$, doivent être entr'elles :: $\frac{dvddv}{-dr}$. $\frac{dsdds}{-dr}$. Or

1°. L'Ellipse ALB ayant $dv^2 = dr^2 + dz^2$, donnera $\frac{dvddv}{-dr} = \frac{drddr + dzddz}{-dr}$ (à cause que son équation $dr = \frac{gdz}{b}$ résultante de l'art. 5. en supposant $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$, donne $ddr = \frac{dzdg + gddz}{br}$) $= \frac{drdzdg + gdrddz + bdzddz}{-bdr}$ (à cause que $rdz = dt$ constant, donne $ddz = -\frac{drdt}{rr} = \frac{drdz}{-r}$) $= \frac{-rdrdzdg + gdrdz + bdrdz^2}{brdr}$ $= \frac{-rdzdg + gdrdz + bdz^2}{br}$ (à cause que la précédente équation de l'Ellipse ALB donne $dz = \frac{bdr}{g}$) $= \frac{-grdrdg + ggdr^2 + bbdr^2}{ggr}$ (à cause que $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$ donne $dg = \frac{2adr - 4rdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}} = \frac{2a - 4r}{g} \times dr$) $= \frac{-2ar + 4rr + gg + bb}{ggr} \times dr^2$ (à cause de $gg = 4ar - 4rr - bb$) $=$ $= \frac{-2ar + 4rr + 4ar - 4rr - bb + bb}{ggr} \times dr^2 =$ $= \frac{2ardr^2}{ggr} = \frac{2a}{gg} \times dr^2$.

2°. L'Orbe immobile $AHlM$ ayant aussi $ds^2 = dr^2 + dy^2$, donnera de même $\frac{dsdds}{-dr} =$ $=$

$= \frac{drddr + dyddy}{-dr}$ (à cause que son équation $dr = \frac{pgdy}{bq}$ résultante de l'art. 10. en supposant encore $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$, donne $ddr = \frac{pdydg + pgddy}{bq}) = \frac{pdrdydg + pgdrddy + bqdyddy}{-bqdr}$ (à cause que $rdy = dz$ constant; donne $ddy = -\frac{drdz}{rr} = \frac{drdy}{-r}) = \frac{-pdrdydg + pgdr^2dy + bqdrdy^2}{bqrdr}$ $= \frac{-prdydg + pgdrdy + bqdy^2}{bqr}$ (à cause que la précédente équation de l'Orbe immobile $AHlM$ donne $dy = \frac{bqdr}{pg}) = \frac{-ppgrdrdg + ppggdr^2 + bbqqdr^2}{ppggr}$ (à cause que $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$ donne $dg = \frac{2adr - 4rdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}} = \frac{\overline{2a - 4r}}{g} \times dr) =$ $= \frac{-2ppar + 4pprr + ppgg + qqbb}{ppggr} \times dr^2$ (à cause de $gg = 4ar - 4rr - bb$) $= \frac{-2ppar + 4pprr + 4ppar - 4pprr - ppbb + qqbb}{ppggr} \times dr^2$ $= \frac{2ppar - ppbb + qqbb}{ppggr} \times dr^2$.

Donc $\frac{dvddv}{-dr} . \frac{dsdds}{-dr} :: \frac{2a}{gg} \times dr^2 . \frac{2ppar - ppbb + qqbb}{ppggr}$ $\times dr^2 :: \frac{2a}{bb} . \frac{2a}{bb} - \frac{pp + qq}{ppr} :: \frac{2a}{bbrr} . \frac{2a}{bbrr} + \frac{qq - pp}{ppr^3}$.
Mais on vient de voir que les forces centrales requises en L, l, vers le point fixe C, pour la description des Orbes ALB, $AHlM$, sont ici $:: \frac{dvddv}{-dr} . \frac{dsdds}{-dr}$. Donc ces mêmes forces

sont

font auſſi entr'elles $:: \frac{2a}{bbrr} . \frac{2a}{bbrr} + \frac{qq-pp}{ppr^3}$. Ce qui donne encore $\frac{qq-pp}{ppr^3}$ pour leurs différences, ainſi qu'on l'a déja trouvé dans l'art. 12.

XIV. Il eſt à remarquer que quoique cette ſeconde maniére de trouver le raport des forces requiſes aux points correſpondans L, l, vers C, pour décrire les Orbes ALB, $AHlM$, donne auſſi ces forces entr'elles comme $2ppar$ à $2ppar - ppbb + qqbb$; on n'en peut pas conclure de même que leurs différences ſoient comme $qqbb - ppbb$; mais ſeulement que ces forces ſont à leurs différences, comme les deux derniers termes de cette analogie ſont à $qqbb - ppbb$ qui eſt la leur. La raiſon de cela vient de ce que $2ppar$, & $2ppar - ppbb + qqbb$, ne ſont pas (*art.* 12.) les véritables expreſſions de ces forces, mais ſeulement du raport qu'elles ont entr'elles: car aucune de ces forces ne doit point ſuivre non-plus le raport de la différence de ces termes; il faudroit pour cela que chacune de ces forces ſuivît le raport de chacun de ces termes, c'eſt-à-dire, de celui d'entr'eux qui l'exprimeroit.

EXEMPLE II.

XV. Si l'on veut maintenant que le centre C des forces de la Planete l, ſoit auſſi celui de l'Ellipſe ALB, autour duquel cette Ellipſe tourne pendant que la Planete la parcourt, l'on aura $dz = \frac{aaldr}{\sqrt{2arr - 2aal \times 2aal - 2rrl}}$ pour l'équation au centre de cette Ellipſe, en-ſuppo-ſant

ſant ici ſon grand axe $= 2a$, & le parametre de cet axe $= 2l$. Cette valeur de dz étant ſubſtituée dans l'équation générale $dz = \frac{pdy}{q}$ de l'Orbe immobile $AHIM$, réſultante (*art.* 9.) de l'hypothêſe de M. *Newton*, l'on aura $\frac{pdy}{q}$

$$= \frac{2aaldr}{\sqrt{\overline{2arr - 2aal} \times \overline{2aal - 2rrl}}} \text{ ou } \frac{pdy\sqrt{\overline{2arr - 2aal} \times \overline{2aal - 2rrl}}}{2aaql}$$

$= dr$. Ce qui donne $ds^2 (dr^2 + dy^2) = \frac{pp \times \overline{rr - al} \times \overline{aa - rr}}{a^3 qql}$

$\times dy^2 + dy^2 = \frac{ppaarr - ppr^4 - ppa^3l + pparrl + qqa^3l}{qqa^3rrl}$

$= \frac{ds^2}{rrdy^2}$ (*hyp.*) ou $\frac{ds^2}{dt^2}$. Donc en faiſant dt (rdy) conſtante ſuivant l'hypothêſe, l'on aura

$$\frac{2dsdds}{dt^2} = \left\{ \frac{\begin{array}{l} 2ppaar^3 - 4ppr^5 + 2ppar^3l - 2ppaar^3 \\ + 2ppr^5 + 2ppa^3lr - 2ppar^3l - 2qqa^3rl \end{array}}{qqa^3r^4l} \right. \times dr$$

$= \frac{-2ppr^4 + 2ppa^3l - 2qqa^3l}{qqa^3r^3l} \times dr$; d'où réſulte

$\frac{ppr^4 - ppa^3l + qqa^3l}{qqa^3r^3l} = \frac{dsdds}{-drdt^2} = f$ pour l'expreſſion des forces centrales cherchées, c'eſt-à-dire, requiſes vers le centre C de l'Ellipſe qu'on ſuppoſe ſe mouvoir autour de ce point, pour décrire (en la parcourant) l'Orbe immobile $AHIM$.

XVI. Ces forces centrales de la Planete l aux différens points de la Courbe $AHIM$ vers le centre de l'Ellipſe ALB, ſont donc ici comme les fractions correſpondantes

$\frac{ppr^4 - ppa^3l + qqa^3l}{qqa^3r^3l}$, ou (en multipliant par qql constante) comme $\frac{ppr}{a^3} + \frac{qql - ppl}{r^3}$. Mais on a vû dans les Mémoires de 1700. art. 9. pag. 113. que les forces requises vers le centre C de l'Ellipse ALB pour la décrire sur un plan fixe dans la présente hypothêse de M. *Newton*, seroient comme $\frac{2r}{a^3p}$, c'est-à-dire ici comme $\frac{r}{a^3ll}$, parce que le parametre $p = 2l$; c'est-à-dire aussi (en multipliant cette fraction par la grandeur constante ppl) comme $\frac{ppr}{a^3}$. De sorte que $\frac{ppr}{a^3}$ & $\frac{ppr}{a^3} + \frac{qql - ppl}{r^3}$ seront les expressions de cette force, & de l'autre necessaire aussi vers C à la Planete l pour décrire l'Orbe $AHlM$, ainsi que M. *Newton* l'a dit dans le Cor. 3. de sa Prop. 44. pag. 136.

EXEMPLE III.

XVII. * M. *Newton* parle encore d'un autre exemple qui consiste en une Courbe $AHlM$ décrite par le mobile L mû de A vers B le long du côté AB de l'équerre CAB, pendant que cette équerre tourne autour d'un point fixe quelconque C de son autre côté AC, de maniére que les espaces $ACLA$ sont encore ici entr'eux, & les espaces $AClHA$ aussi entr'eux, comme les temps emploïez à les tracer. D'où l'on voit que les espaces contemporains $ACLA$ & $AClHA$ déterminez par l'arc de cercle Ll dé-

* FIG. III.

décrit du centre C, & par conséquent aussi leurs élémens contemporains LCF, $lC\lambda$, ou (ce qui revient au même) les arcs FE, λe, sont encore entr'eux en raison constante, par exemple comme p est à q.

Si l'on veut maintenant trouver les forces centrales requises au corps l vers C, pour décrire d'un seul mouvement la Courbe $AHlM$; soient encore $AC = b$, CL ou $Cl = r$, $FE = dz$, $\lambda e = dy$, $l\lambda = ds$, $t =$ au temps employé à décrire l'arc AHl; lequel temps étant (*hyp.*) par tout comme l'espace correspondant $AClHA$, donne aussi par tout les élémens $lC\lambda$ $\left(\frac{rdy}{2}\right)$ de cet espace comme les instants (dt) employez à les parcourir, c'est-à-dire, dt par tout en raison de rdy, ou $dt = rdy$.

Cela étant, les triangles semblables LAC, LEF, donneront $LC\,(r).AC\,(b)::LF\left(\frac{rdr}{\sqrt{rr-bb}}\right).$ $FE\,(dz) = \frac{bdr}{\sqrt{rr-bb}}$. Mais l'hypothèse précédente de M. *Newton* donne aussi $q.p::dy.\,dz = \frac{pdy}{q}$. Donc on aura $\frac{pdy}{q} = \frac{bdr}{\sqrt{rr-bb}}$, ou $dr = \frac{pdy\sqrt{rr-bb}}{qb}$. Par conséquent $\frac{pprr-pphh}{qqhh} \times dy^2 + dy^2 = dr^2 + dy^2 = ds^2$, ou $\frac{pprr-pphh+qqhh}{qqhhrr} = \frac{ds^2}{rrdy^2}$ (*hyp.*) $= \frac{ds^2}{dt^2}$. Donc en faisant dt (rdy) constante suivant la Regle $f = \frac{dsdds}{-drdt^2}$ de l'art. 6. l'on

aura

aura $\frac{2dsdds}{dt^2} = \frac{2ppr^3dr - 2ppr^3dr + 2ppbbrdr - 2qqbbrdr}{qqbbr^4} = \frac{2pp - 2qq}{qqr^3} \times dr$. Ce qui donne $\frac{qq - pp}{qqr^3} = \frac{dsdds}{-drdt^2} = f$ pour l'expreſſion des forces centrales requiſes au corps *l* vers *C* pour décrire la Courbe *AHIM*. D'où l'on voit que ces forces doivent être par tout en raiſon réciproque des Cubes des diſtances de ce corps *l* au centre *C*, ainſi que M. *Newton* l'a dit dans le Corol. 6. de ſa Prop. 44. pag. 137.

Remarque.

XVIII. Telle eſt la facilité avec laquelle la Regle des forces centrales rapportée dans l'Art. 6. peut réſoudre tous les exemples de M. *Newton*, avec une infinité d'autres concernant de même les forces centrales requiſes dans l'hypothêſe de *Kepler* & de M. *Newton*, pour décrire telles Courbes qu'on voudra ſur des plans mobiles autour d'un de leurs points quelconque, ſans ſe mettre en peine de ce que ces Courbes en requiérent ſur des plans immobiles, ni de ce que le mouvement circulaire de ces plans en requiert pour ſa part.

Cette Regle & les autres que l'on trouvera dans les Mémoires de 1700. pag. 301. & 303. avec les regles générales qu'on peut encore tirer des Mémoires de 1701. pag. 35. 38. 40. 43. & 45. donneront de même dans les autres Syſtêmes d'Aſtronomie, tant anciens que modernes, les forces centrales requiſes dans le cas du mouvement de la Planete ſur ſon Orbe mo-

mobile, compliqué avec celui de cet Orbe ou de l'Apogée ou de l'Aphelie, en observant de faire constants les termes que chacune de ces Regles exige.

Quant aux conséquences que l'expression $\frac{2a}{bbrr} + \frac{qq-pp}{ppr^3}$ ou $\frac{pp}{rr} + \frac{bbqq-bbpp}{2ar^3}$ de la pésanteur ou force centrale que doit avoir la Planete *l* vers *C* dans l'art. 12. pour décrire l'Orbe *AHlM*, fournit à M. *Newton* par raport à l'*angle au centre* (c'est ainsi qu'il appelle l'angle en *C*) que les lignes de l'Aphelie & du Perihelie doivent faire entr'elles, selon les différentes raisons qu'il fait suivre à cette force, en supposant cet Orbe *AHlM* presque circulaire, on les peut voir ces conséquences dans la Prop. 45. pag. 137. de son Livre *De Phil. Nat. Princ. Math.* Ainsi nous ne nous arrêterons pas davantage.

PRO-

PROBLEME DE CHIMIE.

Trouver des Cendres qui ne contiennent aucunes parcelles de fer.

Par M. GEOFFROY.

* COMME je cherchois à faire differens mélanges de matieres terreuses avec l'huile de lin pour examiner avec soin la production artificielle du fer rapportée dans le Memoire que j'ai donné le 12 Novembre 1704, p. 374 je me proposai en premier lieu de mêler cette huile avec une terre entierement dépouillée de sels, de parties vitrioliques, & de parties ferrugineuses.

Je crus l'avoir parfaitement trouvée dans des cendres de bois bien calcinées & lessivées exactement: lorsque venant à examiner ces cendres avec le coûteau aimanté, avant que de faire le mêlange, je fus surpris de les trouver remplies d'une très-grande quantité de parcelles de fer.

J'attribuai d'abord ces parties de fer aux plaques des cheminées, aux grilles des fourneaux, & aux instrumens avec lesquels on attise le feu, & je rejettai cette matiere comme peu propre à mon dessein.

Je

* 9 Decembre 1705.

Je travaillai donc avec beaucoup de précaution à faire de nouvelles cendres avec du bois que je brûlai sur une pierre, éloignant de mon feu tous les instrumens de fer : Mais cette précaution n'empêcha pas que je n'y trouvasse quelques parcelles de fer.

Je commençai pour lors à soupçonner que le fer pourroit bien être produit dans l'embrasement du bois. Cependant comme j'avois quelque scrupule, parceque ce bois qui étoit de chêne avoit été scié en très-petits morceaux, & que je craignois que ce fer ne vînt de la scie ; je pris de nouvelles précautions pour faire des cendres qui ne pussent être soupçonnées d'avoir emprunté du fer d'aucun endroit que de leur propre sein. Pour cela je fis brûler dans une grande bassine de cuivre quelques bottes de sarment avec quantité d'herbes sêches, & je trouvai de même dans les cendres qui me resterent de petites parties de fer.

Quoique les differentes experiences que j'ai réiterées sur cette matiere avec toute la précaution possible me fassent regarder comme une chose impossible de faire des cendres sans faire aussi du fer, j'ai crû cependant ne devoir encore avancer cette proposition que comme une chose problematique, jusqu'à ce que mes experiences eussent été confirmées par d'autres.

Il faut observer que pour découvrir plus aisément les parcelles de fer qui sont ordinairement dispersées en petite quantité dans beaucoup de cendres, il faut faire une assez grande quantité de cendres bien calcinées, les jetter dans beaucoup d'eau, les bien agiter dans cette eau ; & après les avoir laissé reposer un instant, pour donner le temps aux parties de fer

de

de tomber au fond, il faut verser l'eau par inclination. On continuera à y remettre de nouvelle eau, jusqu'à ce qu'elle ne paroisse presque plus se troubler. Pour lors on fera secher ce qui reste; & en promenant dedans le coûteau aimanté, on y découvrira aisément les parcelles de fer qui étoient dans les cendres.

Il m'a parû que les matieres qui ne brûloient pas si promptement & qui rendoient beaucoup de fumée, comme les herbes & les bois durs, donnoient plus de fer dans leurs cendres que les matieres qui brûloient promptement & qui faisoient un feu clair, comme le sarment de vigne bien sec.

CONSTRUCTION DES QUARREZ MAGIQUES

Dont la Racine est un nombre pair.

Par M. DE LA HIRE.

* LES Quarrez magiques dont la racine est un nombre pair, ont toûjours paru plus difficiles à construire que ceux des nombres impairs; & M. *Bachet* qui avoit trouvé une regle générale pour les impairs, avoue qu'il n'en avoit point découvert, qui pût le satisfaire pour les pairs. Il y a dans le manuscrit de *Moscopule*, dont j'ai parlé dans la Construction des impairs, une

* 9. Decembre 1705.

une regle pour les nombres pairement pairs, laquelle est très-facile ; & dans un autre fragment separé, il y avoit seulement deux exemples des nombres pairement impairs sans aucun discours. La regle de *Moscopule* pour les pairement pairs, est la même que celle dont M. *Frenicle* s'est servi, & la plûpart des autres qui ont écrit sur cette matiere, hormis dans les Quarrez qui sont faits par enceintes.

Je ne proposerai ici que quelques regles générales pour former ces Quarrez, d'où l'on tire un très-grand nombre de constructions differentes, & dont celles que j'ai vûes jusqu'à présent ne sont que des cas particuliers : elles pourront aussi servir de modele pour en former d'autres.

Mais comme il y a de deux sortes de nombres pairs, dont les uns sont pairement-pairs, qui se peuvent diviser en quatre parties égales ; & les autres qu'on appelle pairement impairs, qui ne se peuvent diviser qu'en deux seulement, les regles générales que je propose dans l'idée des impairs que j'ai données, demandent quelque changement à l'operation pour donner aux pairement impairs leur perfection.

Pour les Quarrez dont la Racine est un nombre pairement pair.

PROPOSITION I.

Faire un Quarré magique d'une racine pairement paire.

Je compose ces Quarrez de deux Quarrez primitifs, comme j'ai fait les impairs. Dans l'un j'y place les nombres simples de la racine

comme on a fait pour le premier dans les bandes horizontales, ce qu'on peut voir dans la Figure, sans qu'il soit besoin de l'expliquer plus au long.

Il est aussi évident que ce Quarré sera parfait, car les nombres des racines seront tous sans être repetez dans les bandes horizontales, comme ils étoient dans le premier, dans les bandes verticales.

Maintenant si l'on combine les nombres de toutes les cellules de ces deux Quarrez dans l'ordre où elles sont, en substituant la valeur des racines où sont leurs nombres, on aura le Quarré parfait requis.

Parfait.

28	112	52	88	4	136	129	21	45	105	81	69
33	117	57	93	9	141	124	16	40	100	76	64
25	109	49	85	1	133	132	24	48	108	84	72
36	120	60	96	12	144	121	13	37	97	73	61
35	119	59	95	11	143	122	14	38	98	74	62
26	110	50	86	2	134	131	23	47	107	83	71
114	30	90	54	138	6	19	127	103	43	67	79
115	31	91	55	139	7	18	126	102	42	66	78
116	32	92	56	140	8	17	125	101	41	65	77
113	29	89	53	137	5	20	128	104	44	68	80
111	27	87	51	135	3	22	130	106	46	70	82
118	34	94	58	142	10	15	123	99	39	63	75

La démonstration de ce Quarré parfait est évidente par la construction ; car il est facile à voir que le même nombre ne peut pas se rencontrer deux fois dans ce Quarré ; & puisque cha-

chacun des primitifs est parfait, aussi le composé des deux par l'addition sera parfait.

Pour ce qui est des variations de ce Quarré fait par cette methode, on voit qu'elles sont en très-grand nombre, puisque chacun des primitifs en peut recevoir autant qu'il y peut avoir de differentes dispositions des nombres dans differentes bandes, & chacune de ces variations se doit multiplier par le même nombre des variations de l'autre; ce qui fera le nombre quarré du nombre des variations d'un des Quarrez primitifs, ensorte que si les variations d'un des primitifs étoit 100, le nombre des variations sera 10000.

Si l'on faisoit le premier des primitifs comme on a fait le second, & le second comme on a fait le premier, on auroit toûjours la même disposition du Quarré parfait, mais seulement renversé, ce que nous ne comptons pas pour un Quarré different.

PROPOSITION II.

On peut encore construire ce Quarré d'une autre maniere differente de la précedente, mais qui y a du rapport.

Primitif.

5	5	4	4	4	4	5	5
4	4	5	5	5	5	4	4
6	6	3	3	3	3	6	6
3	3	6	6	6	6	3	3
1	1	8	8	8	8	1	1
8	8	1	1	1	1	8	8
7	7	2	2	2	2	7	7
2	2	7	7	7	7	2	2

On prendra entre les nombres simples de la racine deux nombres tels qu'on voudra, qui soient complémens l'un de l'autre jusqu'à la somme des extrêmes pour former la premiere bande horizontale. On en placera un

dans le premier & le dernier quart de la bande, & l'autre dans les deux quarts du milieu.

Primitif.

6	1	2	5	4	3	0	7
6	1	2	5	4	3	0	7
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
6	1	2	5	4	3	0	7
6	1	2	5	4	3	0	7

Parfait.

53	13	20	44	36	28	5	61
52	12	21	45	37	29	4	60
14	54	43	19	27	35	62	6
11	51	46	22	30	38	59	3
9	49	48	24	32	40	57	1
16	56	41	17	25	33	64	8
55	15	18	42	34	26	7	63
50	10	23	47	39	31	2	58

Dans la seconde bande on placera les mêmes nombres, mais en sens contraire, c'est-à-dire que celui qui étoit au milieu se mettra au premier & au dernier quart, & celui qui étoit aux extrêmes se mettra au milieu.

Les bandes suivantes se feront de la même maniere jusqu'à la fin, en mettant toûjours dans deux bandes de suite *les* même nombres, & tels qu'on voudra, pourvû qu'ils soient complémens l'un de l'autre.

Le second Quarré primitif se fera de la même maniere avec les racines & le o, en mettant les nombres des racines dans les verticales, de même qu'on les a mis dans les horizontales pour le premier primitif.

De ces deux Quarrez primitifs on en fera le Quarré parfait par la combinaison des nombres des cellules correspondantes, en substituant la valeur des racines à la place de leurs nombres, comme on a fait dans la premiere Proposition.

Tout

Tout ce que j'ai dit de la démonſtration & des variations de ces Quarrez dans la premiere Propoſition, ſe doit entendre de même dans celle-ci.

PROPOSITION III.

On peut auſſi tirer de la Propoſition précedente une autre Conſtruction de ces Quarrez.

Primitif.

8	8	1	1	1	1	8	8
7	7	2	2	2	2	7	7
3	3	6	6	6	6	3	3
5	5	4	4	4	4	5	5
4	4	5	5	5	5	4	4
6	6	3	3	3	3	6	6
2	2	7	7	7	7	2	2
1	1	8	8	8	8	1	1

Primitif.

6	2	3	7	0	4	5	1
6	2	3	7	0	4	5	1
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
6	2	3	7	0	4	5	1
6	2	3	7	0	4	5	1

J'appelle *bandes correſpondantes* les extrêmes de la même eſpece, ſoit horizontales ou verticales, & celles qui en ſont également éloignées.

Pour l'un des Quarrez primitifs ayant diſpoſé la premiere bande horizontale avec les nombres & de la maniere qu'on a donnée dans la précedente Propoſition, on mettra celle qui la devroit ſuivre ſuivant cette Propoſition, dans la bande correſpondante. Enſuite on placera dans la ſeconde bande horizontale d'autres nombres ſuivant les conditions de la même Propoſition,

& celle qui la devroit ſuivre ſera placée dans la bande correſpondante. On fera de même pour les autres, & ainſi tout le Quarré ſera rempli des nombres qui lui conviennent, & il ſera diſpoſé comme il faut.

On fera la même choſe pour le ſecond primitif, en obſervant de faire pour les verticales ce qu'on a fait dans l'autre pour les horizontales, & ce ſecond Quarré ſera auſſi diſpoſé magiquement avec ſes nombres.

Parfait.

56	24	25	57	1	33	48	16
55	23	26	58	2	34	47	15
11	43	38	6	62	30	19	51
13	45	36	4	60	28	21	53
12	44	37	5	61	29	20	52
14	46	35	3	59	27	22	54
50	18	31	63	7	39	42	10
49	17	32	64	8	40	41	9

Maintenant ſi l'on combine ces deux Quarrez comme on a dit ci-devant, en ſubſtituant la valeur des racines à la place de leurs nombres, on aura un Quarré parfait.

La conſtruction du Quarré parfait, qui réſulte de la combinaiſon de ces deux Quarrez primitifs, eſt évidente, puiſque tous les nombres de l'ordre ſeront dans toutes les bandes d'une même eſpece & dans les diagonales, & que dans les autres bandes les nombres y feront diſpoſez de telle maniere que les mêmes ſe trouveront avec toutes les differentes racines. Ce que j'ai dit des variations des autres conſtructions ſe doit entendre de même de celle-ci.

PRO-

PROPOSITION IV.

On peut encore conſtruire ces Quarrez d'une autre maniere.

On diſpoſera les nombres de la premiere bande horizontale dans l'un des primitifs, enſorte que tous les nombres ſimples de la racine y étant placez comme on voudra, les extrêmes & ceux qui en ſeront également éloignez, faſſent une ſomme égale à celle du plus grand & du plus petit de ces nombres, qui ſont les correſpondans.

Primitif.

3	5	1	2	7	8	4	6
6	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6
6	4	8	7	2	1	5	3
6	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6
6	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6

Primitif.

3	4	3	4	4	3	4	3
0	7	0	7	7	0	7	0
2	5	2	5	5	2	5	2
6	1	6	1	1	6	1	6
1	6	1	6	6	1	6	1
5	2	5	2	2	5	2	5
7	0	7	0	0	7	0	7
4	3	4	3	3	4	3	4

Dans la ſeconde bande on placera les mêmes nombres dans le même ordre, mais dans un ſens contraire; enſorte que celui qui étoit le premier ſoit le dernier, & ainſi des autres.

La troiſiéme bande ſera faite comme la premiere avec les mêmes nombres & dans le même ordre; & la quatriéme ſera la même que la ſeconde. On pourſuivra de même en repetant ces bandes jusqu'au milieu du Quarré.

L'autre moitié de ce Quarré ſe fera en renverſant ſeulement la pre-



& celle [illegible]
la bande [illegible]
pour les [illegible]
rempli de[illegible]
sera dispo[illegible]

On fera [illegible]
mitif, en o[illegible]
ce qu'on a [illegible]
les, & ce se[illegible]
giquement [illegible]

Parfai[illegible]

56	24	25	57	1	[illegible]	[illegible]
55	23	26	58	2	[illegible]	[illegible]
11	43	38	6	62	[illegible]	[illegible]
13	45	36	4	60	28	[illegible]
12	44	37	5	61	29	[illegible]
14	46	35	3	59	27	[illegible]
50	18	31	63	7	39	42
49	17	32	64	8	40	41

dente, puisque tous [illegible]
ront dans toutes les ba[illegible]
ce & dans les diagonal[illegible]
tres bandes les nombre[illegible]
telle maniere que les mê[illegible]
toutes les differentes ra[illegible]
des variations des autres [illegible]
entendre de même de cell[illegible]

[illegible] même operation pour d'autres [illegible]
[illegible] differens angles & pour les autres
[illegible] On pourra aussi tirer de ces diffe-
[illegible] des regles pour former ces
[illegible] qui conviendront à celles de
[illegible] comme aux premieres, [illegible]
[illegible] &c. & d'autres pour les
[illegible] sixiémes, &c. comme
[illegible] quarrés.
[illegible] des variations de ces sortes
[illegible] aussi les regles des
[illegible]

[illegible]SERVATION

[illegible] d'une fille de deux ans.

[illegible] M. LITTRE.

[illegible]

Parfait.

27	37	25	34	39	32	36	30
6	60	8	63	58	1	61	3
19	45	17	42	47	24	44	22
54	12	56	15	10	49	13	51
14	52	16	55	50	9	53	11
43	21	41	18	23	48	20	46
62	4	64	7	2	57	5	59
35	29	33	26	21	40	28	38

premiere moitié, enſorte que la derniere bande eſt la même que la premiere; la penultiéme comme la ſeconde, & ainſi des autres.

Pour l'autre primitif on en diſpoſera auſſi les nombres comme on voudra dans la premiere bande verticale, enſorte que les extrêmes faſſent une ſomme égale au plus grand & au plus petit de ces nombres : les autres bandes verticales ſe placeront dans ce ſecond Quarré, de la même maniere qu'on a fait les horizontales du premier.

Ces deux Quarrez primitifs feront diſpoſez comme il faut, & les nombres de toutes leurs bandes feront une ſomme égale : C'eſt-pourquoi en combinant ces Quarrez, & en ſubſtituant dans celui des racines les valeurs de ces racines, on en fera le Quarré parfait, comme on peut voir dans l'exemple.

Cette conſtruction fait voir la démonſtration de l'operation; car dans les bandes d'une même eſpece dans les primitifs, tous les nombres de l'ordre s'y trouvent & dans les diagonales, & dans les autres bandes ils y ſont placez alternativement, enſorte que ceux d'un Quarré ne ſauroient ſe rencontrer deux fois avec les mêmes de l'autre.

Pour ce qui eſt du nombre des variations de ce Quarré par cette methode, il eſt évident que la premiere bande dans l'un des Quarrez primi-

mitifs où tous les nombres se trouvent, se peut varier suivant les conditions dans nôtre exemple de 8 de racine en 360 manieres, & de même dans l'autre primitif: C'est-pourquoi le nombre des variations de ce Quarré de 8, sera le Quarré de 360 qui est 129600.

On remarquera que dans ce Quarré parfait les nombres des cellules qui sont diametralement opposées comme dans ceux de la précedente Proposition, font partout une somme égale à celle du premier & du dernier nombre du Quarré. La plûpart des methodes qu'on a données jusqu'à present pour construire ces sortes de Quarrez ne sont que des cas de ces deux Propositions, & c'est lorsque les nombres qui sont tous differens dans la même bande sont placez de suite dans l'ordre naturel, comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, &c. lesquels se trouvent disposez suivant la regle de ces constructions, car les également éloignez des extrêmes font toûjours une même somme.

PROPOSITION V.

On peut encore faire ces Quarrez d'une autre maniere.

On disposera l'un des Quarrez primitifs de la même maniere que le premier de la quatriéme Proposition, & l'autre de la même maniere que le premier de la seconde ou troisiéme Proposition: ou bien l'un comme le second de la quatriéme Proposition, & l'autre comme le second de la seconde ou troisiéme Proposition, comme on le peut voir dans l'exemple suivant.

1. *Primitif,*
comme le 2. de la 2. Propoſition.

7	2	3	6	5	4	1	8
7	2	3	6	5	4	1	8
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
7	2	3	6	5	4	1	8
7	2	3	6	5	4	1	8

2. *Primitif,*
comme le 2. de la 4. Propoſition.

3	4	3	4	4	3	4	3
0	7	0	7	7	0	7	0
2	5	2	5	5	2	5	2
6	1	6	1	1	6	1	6
1	6	1	6	6	1	6	1
5	2	5	2	2	5	2	5
7	0	7	0	0	7	0	7
4	3	4	3	3	4	3	4

Parfait.

31	34	27	38	37	28	33	32
7	58	3	62	61	4	57	8
18	47	22	43	44	21	48	17
50	15	54	11	12	53	16	49
10	55	14	51	52	13	56	9
42	23	46	19	20	45	24	41
63	2	59	6	5	60	1	64
39	26	35	30	29	36	25	40

Le Quarré parfait ſe fera par la combinaiſon des deux primitifs, comme on a fait les autres précedens.

La démonſtration en eſt auſſi évidente par les raiſons des précedentes Propoſitions, en conſiderant que dans ces primitifs les nombres des cellules correſpondantes ſont *tous* differens; ce qui dépend de l'ordre dans lequel ils ſont placez.

On voit que par ces combinaiſons differentes il ſe formera un très-grand nombre de differens Quarrez.

PRO-

PROPOSITION VI.

Faire un Quarré avec les nombres d'une progression interrompue.

Ayant formé le Quarré parfait par quelqu'une des methodes précedentes, comme par la cinquiéme Proposition, en faisant l'un des primitifs comme le premier de la troisiéme Proposition, & le second comme le premier de la quatriéme Proposition; si l'on ajoûte quel nombre on voudra comme 7 à tous les nombres du Quarré parfait qui sont plus grands que celui de la moitié du Quarré, on aura encore un Quarré parfait, dont la moitié des nombres suivra la même progression que l'autre moitié: mais cette progression sera interrompue en ce que le plus petit des plus grands surpassera de 8 le plus grand des moindres; ce qu'on peut voir dans l'exemple suivant.

Parfait.

59	61	1	2	7	8	60	62
54	52	16	15	10	9	53	51
27	29	33	34	39	40	28	30
22	20	48	47	42	41	21	19
46	44	24	23	18	17	45	43
35	37	25	26	31	32	36	38
14	12	56	55	50	49	13	11
3	5	57	58	63	64	4	6

Parfait dans la progression interrompue.

66	68	1	2	7	8	67	69
61	59	16	15	10	9	60	58
27	29	40	41	46	47	28	30
22	20	55	54	49	48	21	19
53	51	24	23	18	17	52	50
42	44	25	26	31	32	43	45
14	12	63	62	57	56	13	11
3	5	64	65	70	71	4	6

Cette Proposition est évidente, puisque dans les

les primitifs qui ont servi à faire le Quarré parfait, il y a dans toutes les bandes tous les nombres pris deux à deux qui sont complémens les uns des autres.

COROLLAIRE.

On pourra aussi ajoûter à tous les nombres de la premiere moitié, qui sont les moindres nombres du Quarré parfait tel nombre qu'on voudra, & à l'autre moitié aussi tel nombre qu'on voudra, pourvû que le nombre ajoûté à la derniere moitié soit plus grand que le nombre ajoûté à la premiere; car sans cela il y auroit des nombres repetez dans le Quarré quoiqu'il fût parfait.

PROPOSITION VII.

S'il y a un Quarré de nombres dans l'*ordre naturel*, ensorte que chaque bande horizontale soit dans la même progression Arithmetique telle qu'on voudra, & que les bandes verticales soient aussi chacune dans une même progression Arithmetique telle qu'on voudra, comme on voit ici dans le Quarré de 4 de racine; on pourra faire un Quarré parfait avec ces nombres, & en plusieurs manieres.

J'entens par *nombres dans l'ordre naturel*, ceux qui vont toûjours en augmentant comme on voudra.

On prendra la plus petite des deux progressions, qui est ici 2, dont on formera comme avec des nombres simples un Quarré primitif, & ces nombres seront 2, 4, 6, 8; & l'autre primitif sera fait avec les racines à l'ordinaire, 0,

1, 2, 3.

Nombres donnez.

7	9	11	13
16	18	20	22
25	27	29	31
34	36	38	40

Primitif des Nombres.

2	2	8	8
8	8	2	2
6	6	4	4
4	4	6	6

Primitif des Racines.

3	0	1	2
3	0	1	2
0	3	2	1
0	3	2	1

Parfait.

26	2	16	24
32	8	10	18
6	30	20	12
4	28	22	14

Requis.

34	7	22	31
40	13	16	25
11	38	27	18
9	36	29	20

1, 2, 3. Ces deux primitifs ſe feront par quelqu'une des methodes précedentes. De ces deux Quarrez primitifs on en fera le parfait, en ſubſtituant la valeur des racines qui ſeront ici 8, qui eſt le plus grand terme du premier primitif.

Enſuite comme le premier terme du Quarré parfait eſt 2, ſa difference à 7 qui eſt le premier des donnez, eſt 5; on ajoûtera 5 aux quatre premiers termes du Quarré parfait 2, 4, 6, 8, en les laiſſant à leur place dans ce Quarré.

Maintenant la ſeconde ligne des nombres donnez commençant par 16 dans l'ordre de la progreſſion 2 qu'on a priſe, & ſa difference à 10 qui eſt le ſuivant après 8 dans le Quarré parfait, étant 6, on l'ajoûtera aux quatre nombres ſuivans 10, 12, 14, 16 de ce Quarré parfait, & on les laiſſera à leurs places. On fera de même pour les autres nombres ſuivans, en prenant la difference entre 18 & 25 qui eſt 7, qu'on ajoûtera aux ſuivans du Quarré parfait 18, 20, 22, 24, & ainſi juſqu'à la fin, & le Quarré ſe trouvera rempli avec les nombres donnez comme il eſt requis.

On

On remarquera qu'il faut tantôt ajoûter & tantôt ôter la difference aux nombres du Quarré parfait, selon la grandeur des termes donnez par rapport à ceux de la progression dont on a formé le premier primitif.

On pourra aussi faire la même chose avec l'autre progression 9, & les autres nombres du premier Quarré primitif seront 9, 18, 27, 36, & les racines vaudront 36.

La construction de ce Quarré est fondée sur les mêmes raisons que celles de la précedente Proposition; c'est pourquoi elle est bonne.

On voit aussi qu'on peut donner autant de constructions differentes de ce Quarré, qu'on peut former par les differentes dispositions des primitifs.

COROLLAIRE.

On pourra aussi interrompre par la *moitié* l'un des ordres des progressions données, comme si l'on avoit les nombres donnez dans l'ordre naturel comme ils sont ici. Mais alors il faudra former le primitif des nombres simples avec les termes de la progression qui est de suite dans la même ligne; & ayant formé le Quarré parfait comme on a fait ci-dessus, on en fera le requis en ajoûtant ou ôtant aux termes du Quarré parfait les differences d'avec les nombres donnez, ce qui suit de cette Proposition. Ce cas sera la converse de la Proposition VI. ce qui est facile à voir.

7	9	11	13
16	18	20	24
31	33	35	37
40	42	44	46

RE-

REMARRQUES.

Dans les Quarrez faits par toutes les Propositions précedentes, on pourra transporter les bandes tant horizontales que verticales les unes à la place des autres indifferemment, soit correspondantes ou non, pourvû que les nombres des diagonales se trouvent toûjours bons.

Il est aussi facile à voir qu'on peut faire le Quarré parfait, ensorte que tel nombre qu'on voudra se trouve dans une cellule marquée ou donnée dans le Quarré.

Il faut maintenant expliquer la construction des Quarrez d'une racine pairement impaire.

PROPOSITION VIII.

Construction des Quarrez pairément impairs.

On fera d'abord les deux Quarrez primitifs de ce Quarré par la quatriéme Proposition, en

Quarré imparfait.

A

8	91	5	97	2	9	94	6	100	3
63	40	66	34	69	62	37	65	31	68
18	81	15	87	12	19	84	16	90	13
53	50	56	44	59	52	47	55	41	58
28	71	25	77	22	29	74	26	80	23
78	21	75	27	72	79	24	76	30	73
43	60	46	54	49	42	57	45	51	48
88	11	85	17	82	89	14	86	20	83
33	70	36	64	39	32	67	35	61	38
98	1	95	7	92	99	4	96	10	93

C (left) — D (right)

B

pre-

Parfait.

8	100	6	94	9	92	97	5	91	3
33	40	66	34	62	69	37	65	31	68
88	81	15	87	12	19	84	16	90	13
43	50	56	44	59	52	47	55	41	58
78	21	25	77	22	29	74	26	80	73
23	71	75	27	72	79	24	76	30	28
53	60	46	54	49	42	57	45	51	48
18	11	85	17	82	89	14	86	20	83
63	70	36	64	39	32	67	35	61	38
98	1	95	7	99	2	4	96	10	93

prenant quel ordre on voudra dans les nombres; & de ces deux primitifs on en formera un Quarré imparfait, comme on le voit ici dans celui de la racine 10.

Enſuite dans la bande horizontale ſuperieure & dans la premiere verticale qui eſt à gauche, on laiſſera les angles à leur place, & l'on tranſportera dans chacune les nombres d'une moitié dans l'autre, chacun dans ſa cellule correſpondante, enſorte que ceux qui étoient également éloignez des extrêmes le ſoient encore après la tranſpoſition, & à même diſtance des extrêmes.

On fera une ſemblable tranſpoſition des deux ſeuls nombres du milieu de la ſeconde bande horizontale ſuperieure & de la derniere, & de même de la ſeconde bande verticale à gauche & de la derniere à droite.

Enfin après ces changemens on tranſportera le nombre qui ſe trouvera dans la cellule marquée *A* de la premiere bande horizontale ſupe-

rieure,

rieure, laquelle eſt la premiere de la ſeconde moitié de la bande, à ſa cellule oppoſée marquée *B* de la derniere horizontale, & reciproquement le nombre qui eſt en bas ſe mettra en haut. On fera la même tranſpoſition du nombre de la cellule *C* dans la cellule *D*, & réciproquement celui de *D* en *C*, qui ſont les premieres cellules de la moitié inferieure dans les deux verticales extrêmes; ce qui étant achevé le Quarré ſera parfait, comme on le voit ici.

Ces Quarrez ſe trouveront variez en pluſieurs manieres, tant par celles des Quarrez primitifs, que par la tranſpoſition de quelques bandes après que le Quarré ſera parfait.

PROPOSITION IX.

Des Quarrez Magiques par enceintes.

Cette eſpece de Quarrez pairs doit toûjours renfermer au milieu un Quarré de 16 cellules, qui ne peut pas avoir d'enceinte; car ſi l'on en ôtoit une enceinte, il ne reſteroit plus qu'un Quarré de quatre cellules, qui ne peut pas être magique de quelques nombres qu'on puiſſe le compoſer. Il faut donc toûjours commencer ces Quarrez en formant le Quarré du milieu de 4 de racine.

Ayant diſpoſé dans les cellules du Quarré propoſé les nombres dans l'ordre naturel, on prendra les 16 du milieu, dont les horizontales font une progreſſion Arithmetique, & les verticales une autre, & l'on en fera un Quarré par la ſeptiéme Propoſition. Le reſte du Quarré naturel étant diviſé par enceintes, on trouvera dans chacune les nombres qui ſont neceſſaires pour la remplir, enſorte qu'elle faſſe encore un Quarré

Quarré parfait étant ajoûtée au premier & aux précedens.

On pourra se servir commodément pour avoir la disposition des nombres de chaque enceinte, de la methode que j'ai donnée pour les impairs, en operant sur les complémens des nombres jusqu'à la moitié de la somme du premier & du dernier; & par ce moyen on découvrira toutes les manieres differentes de former ces enceintes. Mais il y a encore d'autres dispositions de ces Quarrez, en prenant differens nombres pour former le Quarré du milieu. Quelques exemples suffiront pour donner une connoissance parfaite de cette methode.

Quarré naturel.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

Dans cet exemple du Quarré qui a 6 pour sa racine, & qui est disposé dans l'ordre naturel, on prendra les 16 nombres du *milieu*, dont on formera le Quarré parfait par la septiéme Proposition, comme on le voit ici. Mais on remarquera que ce Quarré se peut faire en bien des manieres differentes.

Quarré du milieu.

29	10	9	26
20	15	16	23
14	21	22	17
11	28	27	8

Ensuite on écrira les nombres restans les uns d'un côté & leurs complémens de l'autre; ce qui formera deux lignes avec leurs differences entre deux jusqu'à la moitié de la somme du premier & du dernier qui est 37, comme on peut le voir ici, & comme on a fait pour les impairs.

Et ayant posé à volonté le nombre 7 pour l'un

$1 + 17\frac{1}{2} - 36$
$2 + 16\frac{1}{2} - 35$
$3 + 15\frac{1}{2} - 34$
$4 + 14\frac{1}{2} - 33$
$5 + 13\frac{1}{2} - 32$
$6 + 12\frac{1}{2} - 31$
$7 + 11\frac{1}{2} - 30$
$12 + 6\frac{1}{2} - 25$
$13 + 5\frac{1}{2} - 24$
$18 + \frac{1}{2} - 19$

l'un des angles de l'enceinte, & 13 pour l'autre, on cherchera avec leurs differences & avec les autres, deux lignes qui fassent chacune une somme égale à 0. Ces deux lignes représenteront les nombres de la bande horizontale superieure & de la verticale à gauche,

angles.

$$+11\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2}. + 12\frac{1}{2} - 13\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 16\frac{1}{2} = 0$$

$$+11\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2}. + 17\frac{1}{2} - 15\frac{1}{2} - 14\frac{1}{2} + 6\frac{1}{2} = 0$$

les angles se trouvent placez de sujétion, mais pour les nombres entre-deux, on les disposera comme on voudra. On écrira enfin dans l'enceinte les complémens des nombres posez, dans les cellules qui sont directement à l'opposite de ceux qui sont placez.

7	32	6	11	8	35	13
1						36
34						3
33						4
12						25
24	5	31	10	2		30

7	6	11	8	33	34	13
1						36
12						25
32						5
35						2
24	31	19	4	3		30

Maintenant le Quarré parfait de 16 étant placé dans cette enceinte, donnera un Quarré parfait de 6 suivant la Proposition.

On pourra encore chercher si avec les mêmes angles on peut avoir d'autres nombres pour les bandes, & l'on trouvera,

angles.

angles.

$+11\frac{1}{2}+5\frac{1}{2}.+12\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-14\frac{1}{2}-15\frac{1}{2}=0$

$+11\frac{1}{2}-5\frac{1}{2}.+17\frac{1}{2}+6\frac{1}{2}-13\frac{1}{2}-16\frac{1}{2}=0$

Ce ſera la même choſe pour d'autres recherches de ces nombres, en poſant les mêmes angles ou d'autres à volonté; mais tous ne réuſſiront pas.

Mais ſi au lieu des nombres dont on s'eſt ſervi pour faire le Quarré de 16 du milieu, on en prend d'autres entre les 36 du Quarré propoſé, qui aient les conditions de la ſeptiéme Propoſition, on en pourra faire auſſi un Quarré parfait par la même Propoſition, comme on le voit dans ces Figures. Et alors avec les nombres reſtans, & par le moyen de leurs differences, on trouvera l'enceinte qui convient à ce Quarré, comme en poſant les angles 7 & 9, on aura la maniere ſuivante exprimée par les differences pour ſervir à l'enceinte.

Nombres poſez.

2	3	4	5
14	15	16	17
20	21	22	23
32	33	34	35

angles.

$+11\frac{1}{2}+9\frac{1}{2}.-17\frac{1}{2}-12\frac{1}{2}+8\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=0$

$+11\frac{1}{2}-9\frac{1}{2}.-10\frac{1}{2}+7\frac{1}{2}+6\frac{1}{2}-5\frac{1}{2}=0$

Quarré parfait.

2	33	34	5
17	22	21	14
23	16	15	20
32	3	4	35

Mais en poſant les angles 7 & 18 on aura

angles.

$+11\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.-17\frac{1}{2}-12\frac{1}{2}+10\frac{1}{2}+7\frac{1}{2}=0$

$+11\frac{1}{2}-\frac{1}{2}.+9\frac{1}{2}-8\frac{1}{2}-6\frac{1}{2}-5\frac{1}{2}=0$

Et

Et en posant 1 & 6 aux angles, c'est-à-dire en laissant les angles du Quarré naturel à leur place dans cette enceinte, on trouve

1 + 17½ − 36	angles.	
6 + 12½ − 31	+ 17½ + 12½. − 8½ − 10½ −	− 11½ + ½ = 0
7 + 11½ − 30	+ 17½ − 12½. − 9½ − 7½ +	+ 6½ + 5½ = 0
8 + 10½ − 29		
9 + 9½ − 28	Mais en prenant pour les angles 1 & 10 on aura	
10 + 8½ − 27		
11 + 7½ − 26	angles.	
12 + 6½ − 25	+ 17½ + 8½. − 12½ − 11½ +	+ 7½ − 9½ = 0
13 + 5½ − 24		
81 + ½ − 19	+ 17½ + 8½. − 10½ + 6½ −	− 5½ + ½ = 0

& les enceintes seront les suivantes, dans lesquelles on placera le Quarré parfait de 4 qu'on a formé auparavant, & en quel sens on voudra.

7	36	18	10	31	9
29					8
11					26
12					25
24					13
28	1	19	27	6	30

7	36	8	11	31	18
9					28
27					10
25					12
24					13
19	1	29	26	6	30

1	29	27	30	18	6
26					11
28					9
13					24
12					25
31	8	10	7	19	36

1	31	30	11	28	10
29					8
12					25
24					13
18					19
27	6	17	26	9	36

On

On fera la même operation pour d'autres récherches par differens angles & pour les autres enceintes. On pourra aussi tirer de ces differentes constructions des regles pour former ces enceintes, lesquelles conviendront à celles de la même espece, comme aux premieres, troisiémes, cinquiémes, &c. & d'autres pour les secondes, quatriémes, sixiémes, &c. comme on a fait pour les impairs.

Pour ce qui est des variations de ces sortes de Quarrez, elles suivent aussi les regles des impairs.

OBSERVATION

Sur la Matrice d'une fille de deux mois.

Par M. LITTRE.

* LE vagin de cette matrice étoit long d'un pouce & sept lignes, il n'avoit qu'une entrée à l'ordinaire ; mais l'ayant ouvert d'un bout à l'autre, je remarquai le long de toute la partie inferieure moyenne un corps charnu, large partout d'une ligne, haut d'une ligne & demie seulement depuis le commencement de ce canal jusqu'à un peu au-delà du milieu, & d'un demi pouce dans le reste, où il formoit une cloison perpendiculaire qui partageoit cette partie du canal en deux cavitez égales, l'un à droit & l'autre à gauche.

* 19. Decembre 1705.

:dans du vagin étoit inégal par quantité
es charnus, qui avoient chacun un tiers
: d'épaisseur sur deux de hauteur, & qui
distans les uns des autres d'environ une
Tous ces cercles étoient coupez à an-
oits en trois parties égales par trois corps
ıs, placez horizontalement le long de ce
, qui étoient un peu plus épais & plus é-
, & qui servoient de tendon à chaque ex-
ıté des trois parties dont les cercles étoient
posez.

a matrice que je divise, pour éviter l'équi-
ue, en 3 parties, savoir en fond, en milieu
n cou, avoit 16 lignes de profondeur sur 8
largeur & 3 d'épaisseur: sa surface exterieure
ıt unie, & avoit sa couleur naturelle. Le
ıd & le milieu étoient longs chacun de 6 li-
ıes, & le cou de quatre.

Le fond étoit separé suivant sa longueur en
corps parfaitement semblables, distans en-
r'eux de 4 lignes à l'endroit de leur plus grand
éloignement, & attachez l'un à l'autre depuis le commencement de leur separation jusqu'à 2 lignes au-delà par un ligament plat en forme de triangle, dont la partie la plus étroite étoit du côté du vagin. Ces corps se terminoient en pointe, & avoient chacun un ligament rond, un ligament large, un cordon de vaisseaux, une trompe & un ovaire.

Le milieu & le cou de cette matrice ne faisoient par dehors qu'un corps simple & continu; mais l'aiant ouverte, je trouvai qu'elle avoit 2 cavitez qui s'étendoient d'un bout à l'autre, larges chacune de 2 lignes & demie à l'endroit du plus grand diamêtre, & qui étoient separées l'une de l'autre le long du fond par des

parois particulieres & qui ne se touchoient point, & le long du milieu & du cou par une cloison charnue commune & continue à celle du vagin, dont il a été parlé.

La surface interieure, contre l'ordinaire, étoit blanche & garnie de plusieurs feuillets charnus, & recouverts d'une membrane fort sensible, de même que le reste de cette surface. Les feuillets s'étendoient presque tous d'un bout de la matrice à l'autre; ils avoient chacun environ une ligne de hauteur sur un tiers de ligne d'épaisseur, & ils étoient éloignez les uns des autres d'environ une demie-ligne.

Cette matrice avoit 2 cous & 2 milieux aussi-bien que 2 fonds. Chaque cou avoit son orifice, qui étoit de figure presque ronde, large d'une ligne, ouvert dans une des cavitez du vagin, & qui avoit les bords dentelez.

Sur la description que je viens de faire de la matrice de la fille dont il s'agit, on peut, ce me semble, former les conjectures qui suivent.

1°. Que si cette fille avoit vécu & qu'elle eût été mariée, elle auroit pû concevoir en differens accouplemens, tantôt par l'une des parties de sa matrice & tantôt par l'autre, selon que la semence virile auroit été portée à l'une ou à l'autre de ces parties.

2°. Qu'un fœtus renfermé dans une telle matrice n'auroit pas pû se porter avec la même facilité à droit & à gauche dans le ventre de sa mere, comme il arrive lorsque le fœtus est contenu dans une matrice ordinaire; mais qu'il se seroit porté plus facilement du côté de la partie de la matrice où il auroit été renfermé.

3°. Qu'un fœtus contenu dans l'une des parties

ties de cette matrice n'auroit pas pû devenir si grand, que dans une matrice ordinaire. Il n'y a aucune apparence qu'une moitié de matrice (car on peut, ce me semble, considerer ainsi une de ses parties) eût pû s'étendre autant qu'une matrice entiere, & fournir autant de nourriture à un fœtus pour un pareil accroissement.

4°. Que s'il y avoit eu en même temps deux fœtus dans cette matrice, l'un dans une de ses parties & l'autre dans l'autre, on auroit senti dans le ventre de la mere deux tumeurs distinctes, l'une du côté droit, & l'autre du côté gauche.

5°. Que dans ce dernier cas on n'auroit pas dû accoucher la mere de ses deux fœtus immédiatement l'un après l'autre, à moins que les deux fœtus n'eussent été à peu près à terme, & que l'orifice des deux cous de cette matrice n'eussent été préparez à l'accouchement. Car, après que la mere auroit été accouchée du premier, il n'auroit pas fallu la mettre en travail du second quoiqu'à terme, si l'orifice, par où il auroit dû sortir, n'eût été aussi disposé à l'accouchement. Il n'en est pas de même lorsque deux fœtus sont renfermez dans une matrice ordinaire, parcequ'alors on ne doit pas accoucher la mere de l'un de ces fœtus, qu'on ne doit pas accoucher la mere de l'un de ces fœtus, qu'on ne l'accouche immédiatement après de l'autre; autrement la perte, qui accompagne toûjours l'accouchement, ne cesseroit point, & feroit mourir la mere & le fœtus qui seroit resté dans la matrice, en ôtant à tous les deux le sang qui est le principe de la vie.

La derniere conjecture est, que la superfetation

tion ne peut arriver que dans une matrice à peu près ſemblable à celle de la fille dont il s'agit, par les raiſons ſuivantes.

La premiere eſt, que, lorſque la conception eſt faite dans une matrice ordinaire, ſon orifice interieur ſe ferme ſi exactement, que rien n'y ſauroit plus entrer par cette voie. C'eſt le ſentiment d'*Hippocrate*, qui eſt confirmé par l'experience, comme je l'ai ſouvent verifié. La ſemence virile n'y peut donc plus être admiſe pour y produire une nouvelle conception, en quoi conſiſte la ſuperfetation.

L'orifice interieur de la matrice ſe ferme exactement après la conception, parceque le fœtus contenu dans la matrice y étant comme une eſpece de corps étranger, détermine par ſa maſſe, par ſon poids, &c. les fibres charnues de ce viſcere à ſe ſerrer de toutes parts, & par conſéquent à fermer exactement ſon orifice. Il eſt abſolument neceſſaire que cet orifice ſe ferme; car s'il demeuroit ouvert après la conception, le fœtus, qui n'eſt point encore adherant à la matrice, en pourroit ſortir à cauſe de ſa petiteſſe & de ſon propre poids, quand la mere ſeroit debout ou aſſiſe, ſurtout ſi dans ces ſituations ſon corps venoit à être fortement agité par la toux, l'éternuement, &c. ou il ſeroit détruit par les corps qui entreroient dans la matrice par cette ouverture, d'autant que le fœtus eſt alors très-foible & très-délicat, par conſéquent incapable d'aucune réſiſtance.

La ſeconde raiſon eſt, qu'avant que la femme conçoive, le bout exterieur du cou de la matrice eſt droit, & ſon orifice répond directement à celui du vagin; alors la ſemence virile

rile peut être lancée dans la matrice par cet orifice. Lorsque la femme a conçû, le même bout du cou de la matrice incline du côté de l'anus, & l'inclinaison augmente à proportion que le fœtus croît; alors son orifice ne répondant plus à celui du vagin, n'est plus en état de recevoir la semence virile.

Le bout exterieur du cou de la matrice incline du côté de l'anus dans la grossesse, parceque le fond de la matrice ne pouvant dans son accroissement s'avancer en arriere à cause de la résistance invincible qu'il y trouve, est obligé de se porter en devant où la résistance est aisée à surmonter. Or le fond de la matrice ne peut pas avancer en devant que son cou ne se porte en arriere, ses attaches & les parties voisines lui permettant ce mouvement, & l'empêchant de suivre celui de son fond. Ainsi, quand l'orifice de la matrice seroit alors ouvert, il ne seroit plus dans la situation necessaire pour recevoir la semence du mâle, qui cependant doit être portée par cette ouverture dans la matrice pour y faire une nouvelle conception ou superfetation.

La derniere raison est, que, quand bien même la semence virile pourroit entrer dans la matrice par son orifice quelque temps après la conception, elle ne pourroit jamais passer de là par les trompes jusqu'aux ovaires pour y féconder des œufs ; parce que le placenta du fœtus, déja contenu dans la matrice, en couvre exactement le fond, & y est si fortement attaché, que rien ne peut passer de la cavité de la matrice dans celle des trompes qui y aboutissent. On observe toûjours que le placenta est d'autant plus grand que le fœtus est plus pe-

tit; d'ailleurs, lorſque le fœtus eſt petit, la cavité de la matrice eſt étroite à proportion.

On pourra objecter que la ſemence virile peut être portée de la matrice aux ovaires par d'autres voies que par celles des trompes, je le veux ; mais parcequ'il n'y a que la route des trompes par où les œufs fécondez deſcendent des ovaires dans la matrice, & qu'alors cette route eſt invinciblement fermée aux œufs par le placenta du fœtus contenu dans la cavité de la matrice; il s'enſuit neceſſairement que la ſuperfetation eſt impoſſible, puiſqu'il faudroit abſolument que les œufs fécondez paſſaſſent de la cavité des trompes dans celle de la matrice, où on ſuppoſe une conception *déja* faite. Or nous venons de prouver que ce paſſage eſt alors impraticable.

Les Auteurs n'admettent que deux voies aux œufs ou à la ſemence, pour paſſer des *ovaires* dans la cavité de la matrice, ſavoir les trompes & les ligamens qui attachent les ovaires au fond de la matrice.

Or les trompes ont une cavité fort ſenſible; elles s'ouvrent dans la cavité de la matrice; on a quelquefois trouvé des fœtus dans leur cavité, & on trouve ſouvent des œufs dans les trompes des volatiles. Les ligamens au contraire ſont ſolides en eux-mêmes, & s'il y paroît quelque cavité, c'eſt celle d'un vaiſſeau ſanguin. On n'a jamais trouvé aucun fœtus ni aucun œuf dans ces ligamens, & ils ne ſe continuent que juſqu'à la ſurface exterieure de la matrice. Il n'y a donc que les trompes par *où* les œufs paſſent des ovaires dans la cavité de la matrice, comme je viens de le prouver.

CO-

CONYSA MONTANA

Foliis longioribus serratis flore è sulfureo albicante.

Par M. CHOMEL.

* CETTE Plante est rivace, sa racine qui trace à trois ou quatre doigts de terre est solide, ronde, legerement canelée, blanchâtre, & comme rongée par le bout. Son nerf a plus de dureté & plus de blancheur que n'en ont ses autres parties; il se casse même plus aisément. Cette racine a 3 à 4 pouces de longueur sur 3 à 4 lignes de largeur: elle est entourée de plusieurs fibres tirant sur un jaune pâle, presque rondes, inégales en longueur & en grosseur: les plus longues sont de demi pied, sur une ligne de diamêtre. Entre ces fibres poussent plusieurs bourgeons blancs tirant sur le pourpre, qui deviennent autant de tiges. Celles qui s'élevent, & que je vais décrire, ont au collet de la racine 2 ou 3 bourgeons, lesquels poussent des brins qui fleurissent l'année suivante. La tige est un peu cambrée près de la racine, & ne se redresse qu'en sortant de la terre, d'où elle s'éleve assez droite jusqu'à 2 ou 3 pieds, & quelquefois davantage. Elle est à son origine d'un blanc purpurin, elle devient en-

* 17. Fevrier 1703.

ensuite d'un verd gai. Dans sa longueur elle est rayée de legeres canelures d'un verd purpurin par le bas, & d'un pâle vers le sommet. Cette même tige, comme la Figure le représente, est lisse vers le bas, & un peu velue près des fleurs. Elle est assez ronde, si ce n'est près de la racine & aux nœuds des feuilles, où elle est un peu anguleuse. Elle est dure & solide, quoique remplie d'une moelle blanche qui occupe près du tiers de son diamêtre, dont l'épaisseur est de 3 à 4 lignes au plus dans les tiges même les mieux nourries. Les feuilles sont disposées alternativement, chacune est attachée à la tige par une base *A* élargie qui en embrasse la moitié. Dans les feuilles inferieures cette base est arrondie, & ses bords ou oreillettes sont convexes par dessus, & concaves par dessous. Dans les feuilles superieures elle est moins large & moins concave. Les *feuilles* superieures sont plus étroites à proportion de leur longueur que les inferieures, qui ont 5 à 6 pouces de long sur un pouce & demi de large: les unes & les autres sont lisses, & d'un verd obscur par dessus, divisées par un nerf blanchâtre & purpurin *C*, creusé de ce côté en sillon large d'une ligne ou environ près de la tige. Ce nerf se rétrecit insensiblement jusqu'à la pointe, après s'être divisé en rameaux qui se perdent sur les bords de la feuille est couverte d'un petit duvet qui la rend cottoneuse & d'un verd blanchâtre; elle est relevée de ce côté, & divisée dans sa longueur, d'un côté arrondie *B*, d'un verd gai, large de deux lignes près de la tige qu'elle rend anguleuse. Cette côte répond par ses ramifications relevées à celle qui paroît creusée de l'autre côté: les feuilles

feuilles ſont découpées ſur les bords en dents de ſcie un peu inégales : de leurs aiſſelles naiſſent de petits rameaux qui ſoûtiennent des bouquets de fleurs *D*, qui avortent ordinairement juſques vers les deux tiers de la tige. Au delà ces branches ou rameaux ſe ſubdiviſent en pluſieurs autres chargez de fleurs, qui s'élevent dans quelques pieds à la même hauteur que celle du ſommet de la tige, & ſont diſpoſez à l'entour en maniere de branches de paraſol. Dans la plûpart des pieds ces fleurs s'élevent moins haut que celles de la tige : chacun de ſes rameaux part de l'aiſſelle d'une feuille longue, étroite, pointue & dentelée, qui l'entoure en partie par ſa baſe d'un verd purpurin : les branches chargées de fleurs les plus éloignées du ſommet ont demi pied de longueur ſur deux lignes de largeur près de la tige : les petits rameaux les plus élevez ont 4 à 5 lignes & même moins, leur longueur étant fort inégale : les uns & les autres ſont ronds, canelez & couverts d'un duvet très-fin, & ſont d'un verd pâle : ces petits rameaux ſervent de pedicules aux fleurs qu'ils ſoûtiennent. Chacune de ces fleurs eſt un bouquet *E*, compoſé d'une vingtaine de fleurons *H* enfermez dans un calice commun *F*, qui eſt un tuyau cylindrique haut de 4 à 5 lignes, & large de deux près du pedicule où il eſt renflé *G*. Il ſe trouve des fleurs ſur le même pied où ce renflement eſt fort ſenſible, & d'autres où il eſt moins marqué : dans toutes le calice eſt legerement canelé, verd pâle, blanchâtre vers le haut, & un peu velu : chaque canelure ſe termine en une pointe d'un pourpre foncé & noirâtre. Il eſt entouré de 3 à 4 petites feuilles déliées, velues & recour-

 bées,

bées, qui partent du pedicule dans l'endroit où il se grossit pour former le calice. Chaque fleuron *H* est un tuyau cylindrique long de 4 lignes, renflé vers son milieu jusqu'à sa partie superieure, où il est évasé & découpé en 5 pointes égales, en maniere d'étoile, surmonté par un filet fourchu *I*, qui sortant du fond de ce tuyau est entouré par 5 filets très-déliez *K*, qui partent des côtez du tuyau dans l'endroit où il se renfle, & qui se réunissant vis à vis des pointes de l'étoile, forment une gaîne jaune *L*, longue d'une ligne, à travers laquelle passe le petit filet fourchu *I*, qui n'est autre chose que l'étamine chargée d'une poussiere jaune orangée. Chaque fleuron a demi-ligne de diamêtre vers sa partie superieure : il est jaune pâle, & porte sur un embryon de graine *M*, garni d'une aigrette, & planté sur la couche du calice *G* vis à vis de l'endroit où il est renflé. Cet embryon est blanc & luisant, verdâtre près de l'aigrette, & devient ensuite une graine N blanchâtre, longue d'une ligne & demie, étroite & canelée. La Figure *O* représente le calice ouvert, lorsque la plus grande partie des graines étant en parfaite maturité s'en sont détachées.

Cette Plante a beaucoup de ressemblance & par ses feuilles & par son port exterieur à quelques-unes des especes de la verge dorée ; cependant comme elle differe par sa fleur qui n'est point radiée, mais simplement à fleurons, je ne l'ai point placée parmi les especes de ce genre-là. Cette difference m'a aussi déterminé à la mettre sous celui du Conyza plûtôt que sous celui du Seneçon. Il est vrai que son calice qui n'est pas écailleux a plus de rapport à celui

celui du Seneçon qu'à celui du Conyza; mais ce rapport ne se voit qu'après la maturité de ses graines: car après ses découpures ne se renversent point en bas le long du pedicule comme dans celui du Seneçon, & elles forment seulement une espece d'étoile *O*, dont les pointes sont un peu recourbées, comme il arrive dans la plûpart des Especes de Conyza: d'ailleurs la disposition des fleurons de nôtre Plante ressemble beaucoup mieux à celle du Conyza qu'à celle du Seneçon. J'avois d'abord pris l'espece dont il s'agit pour celle que *C. Bauhin* appelle *Virga aurea angustifolia serrata*, qui est la même que la *Solidago Sarracenica Fuchi*, *Tragi*, *Lob.* & de quelques autres, & bien que les feuilles de nôtre Plante me parussent plus larges vers le bas que celles de la Figure que nous donnent ces Auteurs, je ne m'étois point arrêté à cette difference, parceque *C. Bauhin* remarque que l'espece dont il traite se trouve quelquefois à feuilles plus larges, & quelquefois à feuilles plus étroites. Mais il m'a fallu changer le sentiment que j'avois eu sur la Plante dont il s'agit, parceque j'ai trouvé que les feuilles, surtout les inferieures qui embrassent la tige par une base assez large, sont bien mieux représentées par la Figure du *Consolida aurea Tab. mont.* que par celle du *Virga aurea*. D'ailleurs j'ai trouvé que ni la structure des fleurs du *Virga aurea*, ni même celle du *Consolida aurea*, ne s'accordent pas avec celle de nôtre Plante. En effet, je n'en ai vû aucune de radiée, bien que j'en aie examiné une très-grande quantité dans nos montagnes. On ne peut pas dire la même chose des fleurs du *Consolida aurea*, *Tab. Ic.* 556. & du *Solidago Sarra-*

cenica Fuchi, Tragi, Lob. & aliorum; puisque ce sont des fleurs radiées, & qu'elles en ont le caractere qui est une couronne de demi fleurons, suivant que le marquent les Figures des Auteurs qui en ont parlé. Cependant comme j'ai trouvé dans l'*Auvergne* la Plante que M. *Tournefort* appelle *Conyza latifolia, viscosa, suaveolens, flore aureo è gallo Provincia Inst.* 455. tantôt à fleur radiée, & quelquefois simplement à fleurons; j'ai voulu examiner si nôtre Plante n'auroit pas les mêmes varietez en la cultivant dans les Jardins: mais j'ai remarqué deux années consecutives que sa fleur n'a point changé dans le Jardin Royal de *Paris* où j'avois envoyé plusieurs pieds de sa racine; ainsi j'ai crû que je pouvois faire de nôtre Plante une espece particuliere, & la ranger sous le genre de *Conyza*. M. *Tournefort* qui n'a rapporté aux genres qu'il a établis que les especes qu'il a verifiées avec soin, ne s'est pas déterminé sur cette Plante, & n'en fait aucune mention dans ses Elemens. Il faudroit semer de la graine de nôtre Plante, & examiner si les pieds qui en proviendroient porteroient des fleurs radiées ou simplement à fleurons pour achever de s'assurer parfaitement sur son caractere. J'ai semé dans mon Jardin de cette graine, mais elle n'a point levé. *Plukenet* Tab. 225. donne une assez mauvaise figure de l'espece que *C. Bauhin* appelle *Virga aurea angustifolia serrata, sive Solidago Sarracenica.* Comme elle n'a ni racine ni feuilles inferieures, & que les fleurs en sont radiées, cette Figure ne peut convenir à la Plante dont il s'agit.

Je pourrois parler des vertus de nôtre Plante, si elle étoit la même que la *Virga aurea angustifolia serrata C B. Pin.* dont les facultez sont con-

connues: mais ces deux Plantes sont differentes. Il me semble pourtant avoir trouvé quelques feuilles de nôtre Plante dans les vulneraires qui nous sont envoyées de *Suisse*. Ces feuilles, comme je l'ai reconnu, sont un peu salées & acres, & ont aussi une legere amertume: elles excitent beaucoup de salive en les machant. Ces mêmes feuilles & les fleurs ne rougissent point le papier bleu; mais la côte ou le nerf de la feuille le rougit foiblement, & l'écorce de la tige un peu davantage. Tout cela me fait penser que nous pourrions sans beaucoup risquer substituer cette Plante à la Verge dorée.

Nôtre Plante est très-commune dans les bois du Vallon *de la Pardie*, dans ceux du Vallon de *Bain*, & dans les *Monts-d'or*. On en trouve aussi dans les bois du *Cantal*, & des autres Montagnes de la *haute Auvergne*.

LIMODORUM MONTANUM

Flore ex albo dilutè virescente.

Par M. CHOMEL.

* LA racine de cette Plante a huit ou dix grosses fibres, & quelquefois moins, qui partent du centre de la tige, & s'éloignent les unes des autres en serpentant: les plus longues fibres s'enfoncent dans la terre, les autres tra-

* 11. Juillet 1703.

tracent assez près de sa superficie. Elles sont toutes rondes, blanchâtres, charnues & pleines d'un suc insipide & gluant: les plus longues ont près de deux pouces, & leur diamétre vers le centre n'est que d'une ligne & demie au plus: elles se terminent toutes en pointes assez déliées. La tige qui ne s'éleve qu'à huit ou dix pouces ou environ, est couverte auprès de la racine de deux ou trois feuilles qui l'embrassent & l'envelopent successivement en maniere de gaine, & forment une espece de bulbe: elles ne s'en écartent un peu que par leur pointe qui est arrondie. Ces feuilles sont d'un blanc sale & comme fanées, leur pointe est un peu verdâtre: elles ont près d'un pouce de longueur, & occupent presque le quart de la hauteur de la tige. Quatre ou cinq feuilles au plus la garnissent alternativement: les deux premieres forment par leur base repliée sur elle-même une espece de tuyau long d'un pouce à peu près qui entoure la tige: elles se déploient ensuite & deviennent larges d'un demi pouce, & arrondies par leur pointe: elles ont près de deux pouces de longueur. Les feuilles suivantes sont plus étroites, plus longues & plus pointues; mais elles n'embrassent pas également la tige, ensorte que celle qui est la plus proche des fleurs ne l'entoure point: elle est très-petite, étroite, & se termine en une pointe assez déliée: la plus longue de ces feuilles a trois pouces ou environ de longueur, sur cinq lignes de largeur vers son milieu: les feuilles inferieures sont d'une couleur & d'une tissure assez semblable à celle de l'Hellebore blanc à fleur verte, les superieures sont d'un verd un peu plus clair.

Il

Il y a plusieurs especes d'Orchis dont les feuilles ont beaucoup de rapport avec celles de nôtre Plante. Les fleurs qui occupent le sommet de sa tige sont blanches tirant sur le verdâtre, aussi-bien que la tige en cet endroit : elles sont disposées alternativement tout autour, & forment un épi long de près de deux pouces, & large de quatre lignes au plus. On compte dans quelques pieds jusqu'à vingt-cinq fleurs. Chaque fleur *B* part de l'aisselle d'une petite feuille *A* longue de trois à quatre lignes, & large d'une : la pointe de cette petite feuille s'éleve aussi haut que la fleur. Cette fleur porte sur un calice *C* un peu tortillé & legerement canelé, large d'une ligne, & haut de deux lignes & demie, d'un verd pâle. Elle est composée de six feuilles : les cinq superieures *DD* qui forment la coeffe, comme dans la plûpart des fleurs d'Orchis, sont assez égales, arrondies, un peu pointues vers leur partie superieure, & creusées en cuilleron : elles ont une ligne de long sur demi-ligne de large. La sixiéme feuille *E* qui occupe la partie moyenne & inferieure de la fleur est rabatue & découpée en trois pieces, dont celle du milieu est la plus longue. Cette feuille a deux lignes de longueur depuis sa partie superieure jusqu'au bout de la découpure du milieu, & une ligne & demie de largeur : sa partie posterieure se termine en un petit éperon assez court *F* d'un quart de ligne de diamêtre, & d'une ligne de longueur au plus. Le centre de cette fleur est garni de deux petites étamines imperceptibles. La fleur passée le calice devient un fruit semblable à ceux des especes d'Orchis, & rempli d'une semence menue comme de la scieure de bois très-fine.

Cet-

Cette Plante ne m'a parû décrite dans aucun Auteur. Je n'ai point trouvé de Figure gravée qui lui convienne; ainsi en la nommant j'ai crû la devoir rapporter à son veritable genre, & la faire dessiner. Les racines fibrées qui distinguent le Limodorum de l'Orchis, suivant les *Elemens de Botanique*, m'ont déterminé à ranger cette espece sous le genre de Limodorum plûtôt que sous celui d'Orchis. Nôtre Plante se distingue d'ailleurs de l'Helleborine & de l'Orchis par ses autres caracteres, qui sont l'éperon de la fleur, & les feuilles disposées alternativement autour de la tige.

Il n'est pas aisé de décider si l'*Orchis pusilla alba odorata radice palmata* Raii *hist*. 1225. est la même que nôtre Plante, parcequ'il n'en donne aucune description. On trouve à la verité quelques pieds de la nôtre où la racine n'est composée que de cinq ou six grosses fibres disposées à peu près comme autant de doigts, & la tige n'a que cinq à six pouces de hauteur, & alors le nom de cet Auteur pourroit peut-être leur convenir; mais je n'y ai remarqué aucune odeur sensible, ainsi je crois que l'espece dont il a parlé est très-differente de celle dont il s'agit.

J'ai trouvé cette Plante sur le plomb du *Cantal* en descendant à *Pradebourg*. J'en ai trouvé aussi près du sommet du *Puy de Dome* du côté de l'Orient.

Le R. Pere *Plumier* en a vû dans les montagnes près la grande Chartreuse, & la figure qu'il en a dessinée m'en a assuré parfaitement.

Fin des Memoires de l'année 1705.

CA-

ATALOGUE
DES
LIVRES,

t été imprimez en 1705. & qui se trouent à Amsterdam chez GERARD KUYPER à un prix raisonnable.

A.

ademie Françoise, Observations sur les Remarques de Vaugelas. 2 voll. *in* 12.
——— *des Inscriptions*, Histoire de Louïs XIV. par dailles, traduite en Allemand. *Fol.*
:ti Magni *Tractatus de conditione Creaturæ rationalis.* in 8.
rt (le petit) Tresor des merveilleux secrets de la Mae naturelle & Cabalistique. fig. *in* 8.
arache (Don Guzman) son Histoire. 3 voll. *in* 12.
aeloveen (Theod. J. ab) *Fasti Romanorum Consulares.* in 8.
onso de Avellaneda, Nouvelles Avantures de Don Quixote. 2 voll. *in* 12.
nacreontis *Poëmata*, *Gr. Lat. Studio* Jos. Barnes. *in* 12.
ndri (Nic.) Eclaircissement sur son Livre de la Génération des Vers. *in* 12.
Intiqua Bojorum Gloria sepulcrum & recentis ignominia Theatrum, *sive bellum biennale Bojo-Suevicum* Maximiliani *Ducis Bavariæ.* in 4.
Antonini (Marci) *Imp. Eorum quæ ad seipsum Libri XII. Notis illustratis*, *Græcè & Latinè.* in 8.
Apologie de la resolution du fameux Cas de conscience. *in* 8.
Arlington (le Comte d') Lettres contenant l'Histoire secrete des Negociations des Ministres d'Angleterre depuis 1664 jusqu'en 1674. 2 voll. *in* 12.
Arndii (Car.) *Bibliotheca Politico-Heraldica selecta.* in 8.
Arndii (Jo.) *De vero Christianismo cum Notis* Jo. Georg. Dorschæi, *edit.* à Jo. Georg. Pritio. *in* 12.
Atlas Historique, ou Nouvelle Introduction à l'Histoire, la Chronologie, la Geographie, representée dans de Nouvelles Cartes, avec des Dissertations sur l'Histoire de chaque Etat, par M. *Gueudeville.* in Fol.
Avantures galantes de la prise de Landau, Comedie. *in* 12.
Augustin (Saint) Soliloques, Meditations & Manuel. Nouv. Ed. *in* 12.

Au-

Augustin (Saint) Confessions, Nouv. Traduction avec des Notes. *in* 12.

Avis aux Alliez, sur le secours qu'on doit donner aux soulevez des Cevennes. *in* 4.

Aunoy (Mad. d') Relation du Voyage d'Espagne. *in* 12.

——— Histoire veritable de Mr. Du Prat & de Mad. Angelique. *in* 12.

B.

B*Asnage*, Histoire du V. & du N. Testament enrichie de figures. *in* 4.

Basnagii (Sam.) *Annales Politico-Ecclesiastici in quibus Baronii Errores evelluntur.* 3 voll. Fol.

Bayle, Reponse aux Questions d'un Provincial. Tomes II. & III. *in* 12. [*Le V. & dernier a paru en* 1707.]

Begeri (Laur.) *Numismata Pontificum Romanorum aliorumque Ecclesiasticorum variora & elegantiora aere expressa & Dialogo illustrata.* Fol.

——— *Numismata maximi Moduli vulgo Medaglioni ex Cimeliarcho Ludovici XIV.* Fol.

——— *L. Annaeus Florus*, cum Notis. *Fol.*

——— *Alcestis pro marito moriens & vita ab Hercule restituta.* Fol.

——— *Poena infernales Ixionis, Sisyphi, Ocni, & Danaidum ex delineatione Pighiana.* Fol.

——— *Ulysses Sirenes praetervectus subjectis aliis de Ulysse antiquitatibus.* Fol.

——— *Examen quorumdam dubiorum, accedit conjectura in locum Lycophronis.* Fol.

Beier (Adr.) *Advocatus rerum opificialium peritus, sive processus mechanicarum causarum Forensis absolutus.* in 4.

Bejeri (Georg.) *Notitia Auctorum Juridicorum specimen.* 3 voll. *in* 8.

Bellegarde, (l'Abbé) Reflexions sur ce qui peut plaire ou deplaire dans le commerce du Monde. Nouv. Ed. 2 voll. *in* 12.

Beveregii (Guill.) *Institutiones Chronologicae, una cum Arithmetica Chronologica.* in 4.

Biblia Hebraïca secundum ult. Edit. J. Athiae à Jo. Leusden *recognitam, recensita, variisque Notis illustrata ab* Ev. vander Hooght. *in* 8.

Biblia Vulgata Editionis, versiculis distincta, cum Indice Materiarum, necnon Epistolarum & Evangeliorum. in 8. Viennae.

Bie (Jac. de) *Impp. Rom. Numismata aurea Caroli Ducis Croii.* in 4.

Bis-

Bisschoffs (Yvon) *Suspiria Cœlestia.* in 12.

Boceri (Henr.) *de Crimine diffidationis, prædationis, latrocinii & incendii.* in 8.

Boccleri (Jo. Henr.) *Institutiones & Dissertationes politicæ ad vett. Historicorum Loca.* in 8.

——— *Commentatio ad* H. Grotii *Jus Belli & Pacis cum Præfat.* Jo. Schilteri. *in* 8.

Boisverd, Nouvelle Logique courte & facile pour apprendre à raisonner juste. *in* 8.

Bossuet (Jac. Benigne) Evêque de Meaux, Recueil de ses Oraisons funebres. *in* 12. *Paris.*

Braunii (Jo.) *Commentarius in Epistolam ad Hebræos.* in 4.

Breviarium Romanum insertis Nov. Festorum Officiis. in 12.

Brucneri (Hier.) *Decisiones Juris matrimonialis controversi.* in 4.

Buddei (Jo. Fr.) *Elementa Philosophiæ instrumentalis.* in 8.

——— *Selecta Juris Naturæ & Gentium.* in 8.

Burggravii (Jo. Phil.) *Iatrice ominum Lethique curiosa.* in 8.

Burgundii (Nic.) *Historia Bavarica, sive Ludovicus IV. Imperator, cum præfatione* Just. Christoph. Bohmer. *in* 4.

C.

CAbinet Jesuitique, *in* 8.

Cæsaris (C. Jul.) *Commentarii ex recensione & cum Notis* Christ. Cellarii. *in* 8.

Caracteres des Auteurs Anciens & Modernes, avec les Jugemens de leurs Ouvrages. *in* 12.

Carl. (Jo. Sam.) *Lapis Lydius ad Ossium fossilium docimasiam demonstrandam adhibitus.* in 8.

Catonis (Dionys.) *Disticha de Moribus.* Græcè, Latinè & Germanicè, *cum Notis* Gilb. Wachii. *in* 8.

Causa Quesnelliana. in 8.

Cellarii (Christoph.) *Horæ Samaritanæ, h. e. excerpta Pentateuchi Samaritanæ Versionis cum Latina interpretatione & Notis perpetuis.* in 4.

Ciceronis (M. T.) *Epistolæ ad Familiares, cum Notis perpetuis admodum* Minellii, *ex recensione* Christ. Junckeri. *in* 12.

Civilité Moderne. François-Allem. *in* 12.

Clarigni, Systême du Cœur. *Paris.* in 12.

Claromontius (Scipio) *De Conjectandis Moribus & latitantibus animi affectibus Curâ* Herm. Conringii. *in* 8.

Clementis XI. *Pont. Max. Homiliæ & Orationes.* in 8.

Coccеii (Sam.) *Resolutiones dubiorum circa Principium Juris Naturæ.* in 4.

Coehorn (le Baron de) Nouvelles Fortifications, avec Fig. *in* 8.

Com-

Commirii (Jo.) *Opera posthuma Poëtica.* in 12.
Conformité des Coûtumes des Indiens Orientaux avec celles des Juifs. *in* 12.
Cordemoi, ses Oeuvres contenant six Discours sur la Distinction de l'Ame & du Corps. N. Ed. *Paris* in 4.
Coste (P.) sa Traduction de l'Anglois d'un Discours sur l'Amour Divin où l'on explique ce que c'est, & où l'on fait voir les mauvaises conséquences des explications trop subtiles qu'on en donne. *in* 12.
Craig (Jo.) *Theologia Christiana Principia Mathematica.* in 4.
Crenii (Th.) *Animadversionum Philologicarum & Historicarum Partes XIII & XIV.* in 8.
——— *de Singularibus Scriptorum Dissertatio Epistolica.* in 8.
——— *Exercitia sacra priora quadam Mosis tractantia.* in 8.
——— *de furibus Librariis Dissertatio Epistolica.* in 8.
——— *De Libris Scriptorum optimis & utilissimis Exercitationes II. & III.* in 8.
Curtius (Quint.) *cum Supplementis* Freinshemii *& Notis* Mich. le Tellier *in Usum Delphini.* in 8.
Cypriani (Ern. Sal.) *Dissertationes de Sudore, Sudariis, & Fasciis Christi, de Mortibus Socinianorum & pictura teste Veritatis sub Papatu.* in 4.
——— *Vita Philosophia* Th. Campanellæ. *in* 8.
Cyprien (le P.) Bouclier de la Pieté Chrétienne. *in* 8.

D.

DAle (Ant. van) *Dissertatio super Aristea de LXX. Intt. Additur Historia Baptismorum & Dissertatio super Sanchoniathon.* in 4.
Dampier (Guill.) Voyage aux Terres Australes en 1699 avec le Voyage de Wafer. Traduits de l'Anglois. *in* 12.
Dancourt, ses Comedies. 6 voll. *in* 12.
Delcourt, Réponse aux Difficultez proposées à l'Archevêque de Cambrai. *in* 4.
Dionysii Periegetis *Geographia emendata & locupletata ab* Edw. Wells *cum Tabulis.* in 8.
Dircking (Jo.) *Exhortationes ad Religiosos in Soc. J. ad perfectionem.* in 4.
Dolæi (Jo.) *Tractatus nunquam antehac editus de Furia Podagra lacte victus & mitigatus.* in 12.
Dubourdieu (J.) Dissertation Hist. & Crit. sur le Martyre de la Legion Thebéenne. *in* 12.
Duncan, Avis salutaire contre l'abus des choses chaudes & particulierement du Café, Chocolat & Thé. *in* 8.

E.

E.

ECLaircissemens de la Description de l'Isle Formosa. *in* 12.
Edzardi (Georg. El.) *Tractatus Talmudici Avodasara, sive de Idololatria.* in 4.
Edzardi (Sebast.) *Pelagianismus Calvinianorum.* in 4.
Epistola Celebrium Virorum, præsertim H. Grotii, C. Colori, Jani Gruteri, N. Rittershusii, *& aliorum.* in 12.
Erasmi (Desid.) *Precationes.* in 12.
Eschenbach (A. Chr.) *Dissertationes de ritibus Gentilium.* in 8.
Evremond (Saint) ses Oeuvres. Nouv. Ed. par les soins de Mrs. *Sylvestre* & *Des Maizeaux.* 2 voll. *in* 4. *Londres*, & 5 voll. *in* 12. *Amst.*
Eutropii *Breviarium Historiæ Rom.* in 18.
——— *cum* Pæani *Metaphrasi Gr.* Messala Corvinus *de Augusti Progenie*, Julius Obsequens *de Prodigiis.* Gr. Lat. *cum variis Lectionibus & annotationibus.* Oxonii. *in* 8.

F.

FAbricii (Jo. Alb.) *Bibliotheca Græca, sive Notitia Veterum Scriptorum.* in 4.
Fabricii (Georg.) *Summa Evangeliorum Dominicalium.* in 8.
Fagnani (Prosp.) *Commentaria in quinque Libros Decretalium.* Fol.
Faveurs & disgraces de l'Amour. *in* 12.
Felibien, Entretiens sur les Vies & les Ouvrages des Peintres anciens & modernes. 5 voll. *in* 12.
Fenelon (Fr. de Salignac la Mothe) Archevêque de Cambrai, Avantures de Telemaque. Nouv. Ed. *in* 12.
Fer (A. D.) Methode abregée & facile pour apprendre la Geographie. *in* 12.
Flans (*Nic. de*) Nouv. Grammaire Françoise & Allemande. *in* 8.
La Fourbe découverte & le Trompeur trompé. *in* 12.
Francii (Pet.) *Opera Posthuma.* in 8.
Franki (Christ.) *brevis & liquida demonstratio Deitatis Christi.* in 4.
Freytagii (Chr.) *Historia Gallica Valesiana Henrici III. & Francisci Andini.* in 4.
Friderici (Jo.) *Liturgia Vetus & Nova, sive collatio rituum Liturgicorum Ecclesiæ Christianæ priscæ & Modernæ.* in 4.

G.

G.

GAbillon (Fred. Aug.) Défense de la Religion Reformée. *in* 12.

Galanteries d'une Religieuse mariée à Dublin. *in* 12.

Galland, les Mille & une Nuit, contes Arabes, traduits en François. 4 voll. *in* 12.

Gavanti (Barth.) *Thesaurus sacrorum Rituum, seu Commentaria in Rubricas Missalis & Breviarii Rom.* in 4.

Geoponica sive de Re Rustica, Cassiano Basso *Collectore. Gr. Lat. cum Notis* P. Needham. *Fol.*

Givrii (Pet.) *Arcanum Acidularum, in quo opinio de Aciditate Aquarum Mineralium convellitur*, &c.

Glassii (Sal.) *Logica sacra, è Museo* Jo. Gott. Olearii. *in* 4.

Gockelii (Ern.) *Electa Jurispublici Romano-Germanici.* in 4.

Goulon, Memoires pour l'attaque & pour la défense d'une Place. *in* 8.

Graaf (Reg. de) *Opera omnia.* in 8. fig.

Grimaret, les Campagnes de Charles XII Roi de Suede. *in* 12.

——— La Vie de Moliere. *in* 12.

Guarnæ (Andr.) *Bellum Grammaticale.* in 12.

Guide au stile Mercantil, expliqué en 300 Lettres Marchandes sur toutes sortes de Trafics, Franç. & Allem. *in* 8.

Guion (Mad.) Opuscules spirituels. *in* 12.

Guiscard (le Marquis de) ses Memoires. *in* 12.

H.

HAnkii (Mart.) *de Silesiorum Nominibus, Majoribus & Rebus antiquitates.* in 4.

Hendreich (Christoph.) *Carthago instaurata.* in 4.

Herlet (Jo. Georg.) *Theologiæ Pastoralis Epitome.* in 12.

Herodianus *Notis illustratus. Gr. Lat.* in 8. Oxonii.

Heyne (Jo. Chr.) *de præcipuis Morbis Ossium.* in 8.

Hildebrandi (M. Frid.) *Synopsis Historiæ universalis.* in 12.

Hildebrandi (Joach.) *de precibus veterum Christianorum.* in 4.

Histoire du Cas de Conscience signé par 40 Docteurs de Sorbonne. 2 voll. *in* 12.

Hodani (Jo. Frid.) *Dissertatio de Libris Legendis.* in 8.

Hodii (Humfr.) *De Bibliorum Textibus Originalibus, versionibus Gr. & Latina vulgata. Præmittitur Aristeæ Historia. Gr. & Lat.* Fol.

Hofmanni (Jo. Maur.) *Idea Machinæ Humanæ.* in 4.

Hontan (Baron de la) Voyage dans l'Amerique Septentrionale,

nale. N. Ed. 2 voll. *in* 12.

Hornii (Casp. Henr.) *de Jure Proedria seu Pracedentia.* in 4.

——— *Jurisprudentia Feudalis Longobardo-Teutonica.* in 4.

L'Horoscope de l'Europe. *in* 12.

Hotmanni (Franc.) *Antitribonianus, sive de Studio Legum, cum Thomasii Delineatione Hist. Juris.* in 8.

Huguenin (J. G. D.) *Henr. Hulsii inanitas, sive Libri Pseudo-Catholica Religionis Inanitas ab ipsa inscripti dissipatio.* in 8.

Huldrici (Jo. Jac.) *Historia Jeschua Nazareni.* in 8.

Hulsemannus (Jo.) *De Auxiliis Gratia, contra Pontif. Calvin. & Arminianos. Accessit Disp. cum* H. Grotio *de Harmonia SS. Pauli & Jacobi.* in 4.

Hunnii (Ægid.) *Thesaurus Apostolicus, complectens Commentarios in N. T. auctus à J. Feustkingio.* Fol.

Huntingtoni (Rob.) *Epistola, &* Edw. Bernardi *Synopsis veterum Mathematicarum* Gr. Lat. & Arabum. *in* 8.

I.

JAckson (Jos.) *Enchiridion Medicum Theoretico-practicum.* in 8.

Jaquelot, Conformité de la Foi avec la Raison, ou Défense de la Religion contre les principales difficultez répandues dans le Dictionaire de Mr. Bayle. *in* 8.

Joannis à Jesu Maria *Stimulus Compunctionis.* in 12.

Julien (St.) Architecture Militaire, ou l'Art de fortifier les Villes. *in* 8.

——— la Forge de Vulcain ou l'appareil des Machines de Guerre. *in* 8.

Justini *Mart. Apologia secunda pro Christianis, &c. cum Notis* J. Ern. Grabii *& aliorum Gr. Lat.* in 8.

K.

KEill (Jo.) *Introductio ad veram Physicam, accedunt* Christ. Hugenii *Theoremata de vi Centrifuga & Motu circulari demonstrata.* in 8.

Kellenbents (Barth.) *de Renunciatione successionum prasertim Familiarum illustrium.* in 8.

Kestneri (Henr. Ern.) *Jus Natura & Gentium adductum* Grotii *&* Pufendorfii *derivatum.* in 4.

Keukenii (Rob.) *Idea boni Principis in vitam Antonini Pii. Accedit comparatio Card. Richelii & Mazarini.* in 12.

Klein (Jo.) *Dissertationes Juridica.* in 4.

Konig (Rob.) *Principia Juris Canonici.* in 4.

Kraus (Jo.) *Theophilus quarens & amans Deum suum.* in 8.

Kriegh (Nic.) *de Peregrinationibus Romanor. Academicis.* in 4.

Ku-

Kugler (Jo.) *Opusculum Theologico Canonicum de sponsalibus.* in 8.

L.

LAngii (Jo. Mich.) *Dissertationes Botanico-Theologica de Herba Borith.* in 4.

La Langue. *in* 8.

Lectiora Scriptura Sacra Lumina. in 12.

Legatio Marchionis Lavardini *Romam*, *ejusque cum Rom. Pont. Innocentio XI. Dissidium*, in 12.

Lettres au sujet des Camisars, où l'on recherche leur Origine & les Causes de leurs mouvemens. *in* 12.

——— au P. Alexandre, ou Parallele de la doctrine des Thomistes avec celle des Jesuites. *in* 12.

——— Critiques sur la difficulté qui se trouve entre Moyse & S. Etienne dans le nombre des descendans de Jacob. *in* 8.

Liger (Louïs) Jardinier Fleuriste & Historiographe, ou la Culture Universelle des Fleurs, Arbres, &c. 2 voll. *in* 12. avec Fig.

Lloyd (Guill.) *Series Chronologica Olympiadum, Pythiadum, Isthmiadum, Nemeadum.* in Fol.

Lockii (Jo.) *Epistola de Tolerantia. Accedit* Sam. Strimesii *de Pace Ecclesiastica* Dissertatio. *in* 12.

Lyseri (Mich.) *Culter anatomicus sive Methodus artificiose incidendi cadavera.* in 8.

M.

MAderus (Joach. Jo.) *De Bibliothecis atque Archivis Virorum Clarissimorum.* in 4.

Maimonidis (R. Mosis) *Constitutiones de Jurejurando, Lat. reddita & Notis illustrata* à J. Christ. Dithmaro. *in* 4.

——— *Tractatus duo de Doctrina Legis sive educatione Puerorum, alter de natura & ratione Pœnitentia apud Hebraos.* in 4.

Mandeslo (Adr. van) *de postergata Justitia Tractatus Historico-Politicus-Juridicus.* in 4.

Mansi (Joh.) Ærarium Evangelicum, *sive Evangeliorum totius anni elucidatio.* 2 voll. in 4.

Marckii (Jo.) *Oratio Funebris* Jo. Triglandii. *in* 4.

Mars Germania perpetuus, exhibens modum alendi ultra ducenta millia perpetui militis in Germania, &c.

Mascaron (Jules) Evêque d'Agen, Recueil de ses Oraisons funebres. *in* 12. *Paris.*

Maunory, l'Homme detrompé ou le Criticon traduit de l'Espagnol de *Baltazar Gracian.* in 12.

Mayeri

Mayeri (Jo. Ehrenf.) *Tractatus de Jure Statuum Imperii Legislatoria.* in 4.

Melchioris (Adami) *Vita Eruditorum cum Germanorum tum exterorum.* in Fol.

Memoires de la Cour de Vienne, sec. Ed. augmentée, *in* 12.

——— & Negociations secretes de la Cour de Savoye dans l'année 1703 & 1704 avec d'autres Memoires au sujet de la présente guerre d'Italie. *in* 12.

Menckenii (Lud.) *Selecta Dissertationes Juridicæ.* in 4.

Methode facile pour apprendre l'Histoire d'Angleterre. *in* 18.

Milii (Ab.) *De Origine Animalium & migratione populorum. Accedit de Diluvii Universalitate Dissertatio.* in 8.

Montfaucon (Bern. de) *Diarium Italicum, sive Notitia Monumentorum, Bibliothecarum, Musæorum in Itinerario Italico collecta.* in 4. Parisiis.

Le Duc de Monmouth, Nouvelle Historique. *in* 12.

Moretti, Nouveau Maître Italien en François & en Flamand, avec un Traité de Poesie. *in* 12.

Mothe (*Claude Groteste de la*) Correspondance Fraternelle de l'Eglise Anglicane avec les autres Eglises reformées. *in* 8.

Moulin (P. du) Traité de la Paix de l'Ame & du contentement de l'Esprit. *in* 12.

La Muse Foudroyante ou Recueil de Chansons sur les affaires du temps. *in* 12.

NEpos (Corn.) *cum Notis* Herm. Essenii. *in* 12.

Nicolai (Jo.) *Selecta quædam antiquitates.* *in* 12.

——— *de sepulchris Veterum Hebræorum.* in 4. fig.

Noble (*le*) Satires de Perse traduites en vers François. *in* 8.

——— La Promenade de Titonville & la Carte de l'Isle de mariage, Tomes III & IV des Promenades. *in* 12.

Noodt (Ger.) *Opera omnia quibus continentur Probabilium Juris Civilis Lib. IV. De Jurisdictione & Imperio Lib. II. Ad Legem Aquiliam Lib. singularis.* in 4.

——— *Dissertatio de Jure summi Imperii & Lege Regia.* in 4. [Cette Dissertation a été traduite en François par M. *Barbeyrac*, avec une autre du même Auteur & imprimée en 1707 sous ce titre: *Du Pouvoir des Souverains & de la Liberté de Conscience.* in 12.]

OBregti (Ulr.) *Dissertationes, Orationes, & Programmata in unum Vol. collecta.* in 4.

Observationum Selectarum ad Rem litterariam spectantium Tomi IX & X. in 8.

Opitii (Henr.) *Atrium Lingua Sancta.* in 4.

Orator Ciceronianus Forensis, sive de usu Eloquentia Ciceroniana in Causis hodiernis Enchiridion. in 12.

Otero (Ant. Fern. de) *Tractatus de Pascuis & Jure pascendi.* in 8.

PAgenftecheri (Alex. Arn.) *Aphorifmi Juris ad Inftitutiones Juftinianeas, fubiiciuntur & acceffiones Irneriana.* in 8.
——— *Nota ad* G. Feltmanni *tractatum de Feudis.* in 12.
Perger (Ant.) Grammaire Françoife expliquée en Allemand. *in* 12.
Pexenfelders (P. Mich.) *Apparatus eruditionis tam rerum quam verborum.* in 8.
Plumier (Car.) *Nova Plantarum Americanarum Genera.* in 4.
Plutarchi *de Puerorum educatione libellus &* Ifocratis *Orationes III. Gr. & Lat. ad modum* Minellii *illuftrata à* Chr. Junckero. in 8.
Poete Courtifan, ou les intrigues d'Horace à la Cour d'Augufte. *in* 12.
Poiret (Pet.) *Virtutum Chriftianarum infinuatio facilis & quibusvis accommodata.* in 8.
——— Principes folides de la Religion & de la Vie Chrétienne, appliquez à l'Education des Enfans. *in* 12.
Portes, le Caractere d'un veritable & parfait Ami. *in* 12.
Prafchii (Jo. Lud.) *de Latinifmis & Barbarifmis Commentariolus.* in 12.
Prevoft (l'Abbé le) Oraifon funebre du Card. de Furftemberg. *in* 8.
Puffendorfii (Sam.) *de Rebus Suecicis, ab expeditione Guftavi Adolphi in Germaniam ad abdicationem usque Chriftina Ed. altera emendatior.* in Fol.
R*Eal* (St.) Oeuvres mêlées, augmentées de fa Critique. *in* 12.
Recherches curieufes fur plufieurs Sujets. Ital. & François. *in* 8.
Recueil des Voyages de la Compagnie des Indes Orientales, formée dans les Provinces Unies des Païs bas. Tom. 3. 4. 5. *in* 12. [*Le VII a paru en* 1707.]
——— des Opera. Tome IX contenant Pomone, les Peines & les Plaifirs de l'Amour, l'Idylle fur la Paix & l'Eglogue de Verfailles, Canente, Medus, Fragments de Mr. de Lully, les Mufes, le Carnaval & la Folie. *in* 12.
Relandi (Adr.) *De Religione Mohammedica.* in 8.
Relation d'un Voyage de Coppenhague à Breme en Vers Burlefques. *in* 12.
Relation Hiftorique de la Pologne. *in* 12.
Remarques Hiftoriques & Critiques avec une Relation des differens qui partagent aujourdhui les Catholiques R. dans les Païs-bas. 2 voll. *in* 8.
Renverfement de la foi Catholique par les Erreurs. *in* 12.
Réponfes fpirituelles de plufieurs grands hommes de ce Siecle. *in* 12.
République des Hebreux. 3 voll. *in* 8. fig.

Ri

Richard (l'Abbé) Parallele des Card. Ximenès & de Richelieu. *in* 12.

Richardus (Barth. Christ.) *Vita aliquot principum ab Anonymo quodam conscipta.* in 8.

Riedlini (Viti) *Methodus curandi febres.* in 8.

Rochefoucault (Duc de la) Reflexions & Maximes morales. *in* 12.

Rogissart, les Delices de l'Italie, ou Description exacte de ce Pays & de ses Principales Villes. 3 voll. *in* 12. fig.

Requement, les Aydes de France & leur Regie. *in* 12.

Roy (Jac. le) *Brabantia illustrata. Lat. Gall. & Belgicè.* in Fol.

SAnchez (Th.) *De Sancto Matrimonii Sacramento.* 3 voll. in Folio.

Schacht (Christ.) *Oratio Diva Memoria Sophia Charlotta Borussorum Regina.* in Fol.

Schelius (Rab. Herm.) *de Jure Imperii.* in 12.

Scherzeri (Jo. Adam.) *Selecta Rabbinico-Philologica.* in 4.

Schilteri (Jo.) *ad Syntagma* G. Ad. Struvii *Juris feudalis Nota, adjecta responsa & Consilia Juris feudalis inedita.* in 4.

Schmidt (Seb.) *Commentarii in Jeremiam.* 2 voll. in 4.

——— *Commentarius in Librum Jobi.* in 4.

Schöpffer (Theod.) *Gerontologia, sive Tractatus de Jure Senum.* in 4.

Schröderi (Jo.) *Pharmacopœia Medico-Physica.* in 4.

Schuppii (J.B.) *Orationes IV de Laude & Utilitate Belli, Ineptus Orator, de Lana Caprina, de Usu & Prastantia Nihili.* in 12.

Science Universelle de la Chaire, ou Dictionaire Moral. 3 voll. *in* 8.

Snellen (Henr.) *Theoria Mechanica Physico-Medica delineatio.* in 8.

Spenceri (Jo.) *De Legibus Hebraorum &c. Ed. tertia.* in 4.

Strada (Fam.) Histoire de la Guerre de Flandre, traduite par *P. du Ryer.* 3 voll. *in* 12. fig. N. Ed.

Strette (Th.) *Astronomia Carolina, nova Theoria motuum cœlestium.* in 4.

Strimesii (Sam.) *Consensus Sendomiriensis ab Euangelicis Augustana Bohemica & Helvetica Confessionis sociis olim initus.* in 8.

Struvii (Burch. Gotth.) *Selecta Bibliotheca Historica secundùm Monarchias, Regna, Secula & Materias distincta.* in 8.

——— *Acta Litteraria ex MSS. eruta fasciculus secundus & tertius.* in 8.

——— *Pii manes Struviani, sive de Vita & Scriptis* G. Ad. Struvii. in 4.

Struvii (Frid. Gott.) *Tractatus Juridicus de Balneis & Balneatoribus.* in 4

Symbola & Emblemata jussu & auspiciis Imp. Moscovia Pet. Alexidis *excusa.* in 4. fig.

TEssier (A.) Abregé de l'Histoire des Electeurs de Brandebourg par demandes & par réponses. *in* 12.

——— *Catalogi Auctorum qui Catal. Indices, Biblioth. Vitas scripserunt Auctarium.* in 4.

Temple, Remarques sur l'Etat des Provinces Unies des Païs-bas. Traduites de l'Anglois. N. Ed. *in* 8.

N. Testament & Pseaumes. N. Ed. *in* 8.

Tenelii (Pet.) *Phœnix visus & auditus sive ficta illius avis descriptio symbolica.* in 4.

Thomson (Alex.) *Dissertationes Medica.* in 8.

Tillemont (le Nain) Lettres à l'Abbé de la Trappe, avec les Réponses. *in* 12.

Tillotson, Archevêque de Cantorbery, Sermons sur divers Textes, traduits de l'Anglois. Tom. I. *in* 8.

Tournefort. *Corollarium Institutionum Rei Herbaria.* in 4.

Tribechovii *Brevia Lingua Graca vulgaris Elementa.* in 8.

VEga (Garcilasso de la) Histoire des Guerres Civiles des Espagnols dans les Indes, traduite de l'Espagnol. 4 voll. *in* 12.

Venda Reine de Pologne, Histoire galante. *in* 12.

Veneroni, le Maître Italien. N. Ed. *in* 12.

Verduin (Henr.) *De Testamento Lazari bis mortui.* in 8.

Verheyen (Phil.) *Corporis humani Anatomia.* fig. in 8.

Virgilii *Opera ex recensione* Nic. Heinsii. *in* 12.

Viviani (Vincent.) *De locis solidis secunda* Divinatio *Geometrica in V. Lib. Aristai Senioris.* in Fol. *Florentia.*

Vivis (Joh. Lud.) *Introductio ad Sapientiam.* in 12.

Ulmanni (Joh.) *Delitia rurales, sive Observationes* Philologica *in loca difficiliora V.T. in* 8.

Vockerodt (Goth.) *Exercitationes Academica, sive Commentatio de Eruditorum Societatibus & varia re litteraria.* in 8.

Voet (Jo.) *de Jure Militari. Ed. Nova.* in 8.

Volder (Burch. de) *Oratio qua se laboribus Academicis abdicavit.* in 4.

WEdelii (Georg. Wolfg.) *Amœnitates Materia Medica.* in 4.

——— *Physiologia Medica.* in 4.

——— *Centuria secunda Exercitationum Medico-Philologicarum sacrarum & profanarum Decas I.* in 4.

——— *Introductio in Alchimiam.* in 4.

Wederkampii (Jo. Henr.) *De Baptisteriis Veterum.* in 4.

Weidlingii (Christ.) *Jus Publicum Imperii Romano-Germanici.* in Folio.

Willis (Rich.) Sermon sur la prise des Lignes en Brabant par le Duc de Marlboroug. Traduit de l'Anglois. *in* 12.

ZAngeri (Jo.) *Tractatus duo, unus de Exceptionibus, alter de Quastionibus seu Torturis reorum.* in 4.

Zeidleri (Melch.) *Rhetorica Ecclesiastica.* in 4.




WIDENER LIBRARY
HX ISQ3 $

